

# Etude analytique numérique et expérimentale du contact élastique poinçon sur plan

A. BILEK, F. DJEDDI, S. LARBI

Laboratoire d'Energétique, Mécanique et Matériaux, Université de Tizi-ouzou, 15000 Algérie

## Résumé :

Une analyse expérimentale des contraintes développées dans un contact poinçon/plan a été conduite à l'aide de la photoélasticité. Les valeurs de la différence des contraintes principales sont déterminées en exploitant les franges isochromes. Une analyse numérique à l'aide de la méthode des éléments finis sous "castem" est utilisée pour simuler les franges photoélastiques. Deux comparaisons sont possibles : la première, entre les franges isochromes et isoclines expérimentales et les franges isochromes et isoclines simulées; la deuxième, entre les valeurs de la différence des contraintes principales obtenues expérimentalement avec celles obtenues numériquement et analytiquement le long de l'axe de symétrie vertical du modèle. Une bonne corrélation des résultats a été observée.

## Abstract :

Photoelastic analysis of stresses developed in a birefringent plan which undergoes compression via an aluminium punch was conducted. The stress field was analysed on the whole model and particularly in the neighbourhood of the contact zone. The principal stresses difference was easily determined by using the isochromatic fringes obtained experimentally. A numerical simulation was done by using "castem package". A whole field comparison of the experimental fringes with the numerical ones and a local analysis using the principal stresses difference developed in the model, along the direction of the applied load, allowed us to validate the theoretical and the numerical approach. Good agreements have been observed.

**Mots clefs :** isocline, isochrome, photoélasticité, contact

## 1 Introduction

Plusieurs études ont montré que les ruptures dans les pièces mécaniques sont généralement localisées au voisinage des surfaces de contact [1 - 8]. L'amorçage de la fissuration est essentiellement contrôlé par des mécanismes de cisaillement, particulièrement pour les matériaux métalliques, par le déplacement de dislocations sur des plans cristallographiques de densité atomique maximale. Il est donc très important d'évaluer le type et l'amplitude des sollicitations mécaniques imposées. L'étude théorique et numérique du contact reste cependant très complexe, particulièrement lorsque les deux corps en contact sont déformables (7 - 9).

Diverses méthodes ont été utilisées pour analyser ce type de problème. On se propose ici d'utiliser le calcul numérique, les relations analytiques et la photoélasticimétrie pour étudier les champs de contraintes développées dans un contact poinçon indéformable sur plan déformable.

Plusieurs études ont été menées pour séparer les contraintes, en intégrant les équations d'équilibre (10-11) dans le but de les comparer avec les résultats numériques. Cependant cette méthode nécessite une grande précision dans l'exploitation des franges isochromes et isoclines. La comparaison peut être faite uniquement avec les franges. Les franges isochromes et isoclines calculées sont comparées aux franges obtenues expérimentalement. Une autre comparaison est faite avec les différences des contraintes principales obtenues le long de l'axe de symétrie vertical à l'aide des trois méthodes.

## 2 Analyse expérimentale

Le modèle utilisé est un parallélépipède (67 x 58 x 10 mm) découpé dans une plaque en époxy biréfringent de module de Young  $E=2437$  MPa et de coefficient de Poisson  $\gamma = 0,37$ . Le modèle est sollicité en

compression à l'aide d'un poinçon en aluminium de 12 mm de largeur avec une force de 1317N contrôlée par des deux dynamomètres à anneaux (figure 1a). Le modèle, monté dans son cadre de charge, est analysé ensuite sur le polariscope. Deux types de franges sont obtenus au niveau de l'analyseur :

- Les franges isochromes qui permettent de calculer, après détermination des ordres des franges N, la différence des contraintes principales (eq.1) sur toute la surface du modèle. La constante de frange f, rapport entre la longueur d'onde de la lumière utilisée et la constante optique du matériau biréfringent a été déterminée à l'aide d'un essai de flexion. Sa valeur est de 11.65 N/mm/frange. Les franges isochromes expérimentales obtenues en lumière monochromatique (figure 1b) seront comparées ultérieurement aux franges simulées.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot f}{e} \tag{eq.1}$$

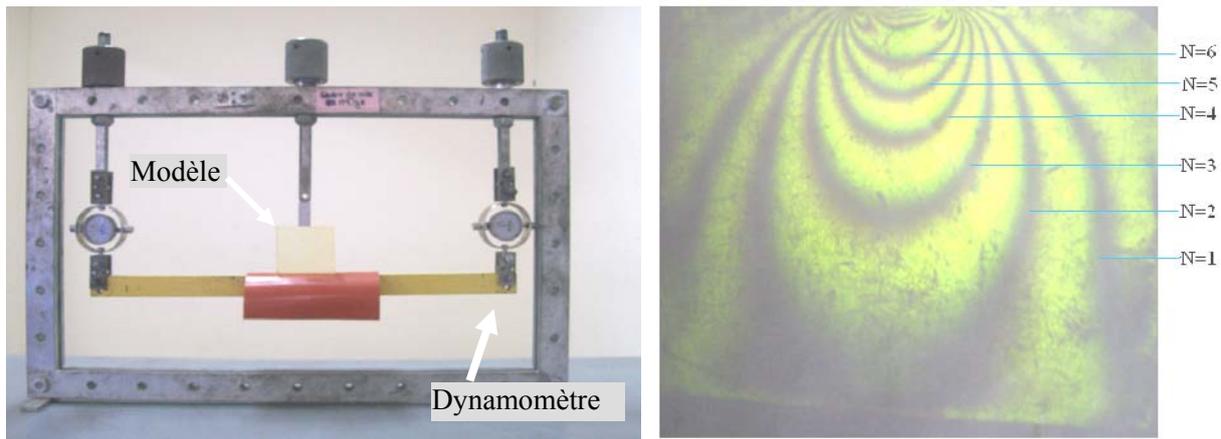


FIG. 1 – a - Le dispositif de chargement b - Les franges expérimentales obtenues sur le polariscope

- Les franges isoclines, franges noires visibles sur les différentes images de la figure 2, ont été obtenues en lumière polychromatique pour différentes positions du polariseur et de l'analyseur. On rappelle que les isoclines représentent l'ensemble des points du modèle pour lesquelles les directions des contraintes principales sont parallèles aux directions du polariseur et de l'analyseur. Le relevé expérimental des isoclines permettra de faire une comparaison avec les franges isoclines simulées. Les isoclines peuvent être utilisées pour tracer les trajectoires des directions principales.

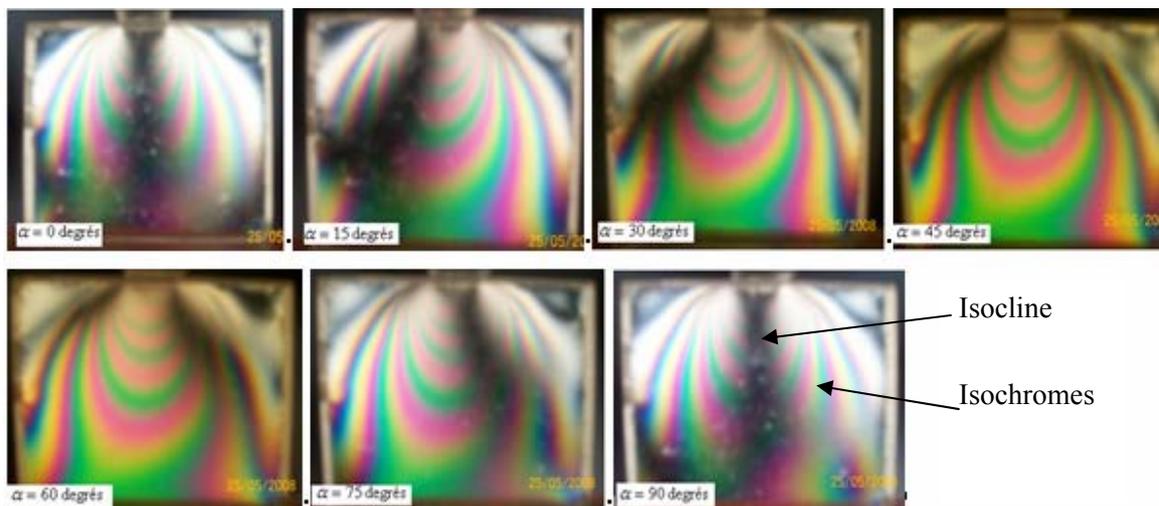


FIG. 2 – Relevées des isoclines

### 3 Etude Analytique

Les équations analytiques permettant de calculer l'état de contrainte pour le cas du contact poinçon sur plan [12] ont été utilisées pour déterminer les valeurs de la différence des contraintes principales sur toute la surface du modèle, particulièrement au voisinage de la zone de contact.

L'échelle des couleurs permet de lire la valeur en MPa de la différence des contraintes principales sur toute la surface du modèle. Elle augmente le long de l'axe de symétrie jusqu'à atteindre une valeur maximale en sous couche à une profondeur d'environ 6 mm. C'est dans cette zone où l'amorçage de la fissuration peut avoir lieu à cause des mécanismes de cisaillement.

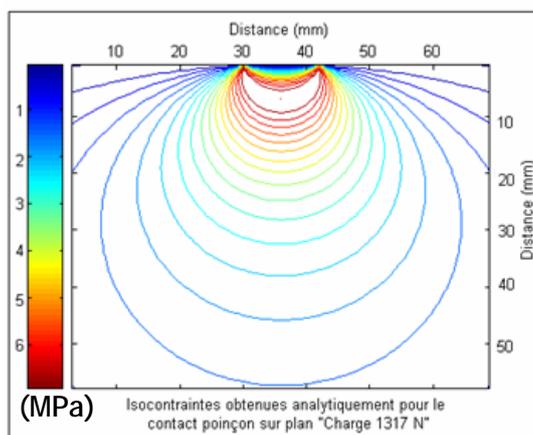


FIG. 3 – Isocontraintes obtenues analytiquement

Les valeurs de la différence des contraintes principales sont ensuite déterminées analytiquement le long l'axe de symétrie vertical dans le but de les comparer avec les résultats expérimentaux et les résultats numériques.

### 4 Etude numérique

Une analyse par éléments finis sous *castem*, un logiciel d'éléments finis, a permis d'obtenir le champ des contraintes développées à l'intérieur du modèle. Le maillage a été raffiné au voisinage du contact (figure 4) pour obtenir une meilleure simulation. Dans la résolution du problème la charge appliquée au modèle est assurée grâce à un déplacement imposé des nœuds du poinçon en contact avec le modèle. La charge correspondante au déplacement imposé est calculée en sommant les efforts élémentaires au niveau des nœuds de la face inférieure du modèle. L'itération sur le déplacement appliqué s'arrête une fois que la charge récupérée au niveau des nœuds correspond à la charge appliquée sur le modèle.

L'image des franges isochromes simulées peut alors être comparée à celle des franges isochromes expérimentales obtenues en lumière monochromatique (figure 1 b). Une bonne correspondance des isochromes expérimentales et simulées est obtenue, cependant on observe sur l'image des franges expérimentales une légère excentricité de la charge appliquée qui s'est traduite par une symétrie non parfaite des franges isochromes par rapport à l'axe de symétrie vertical.

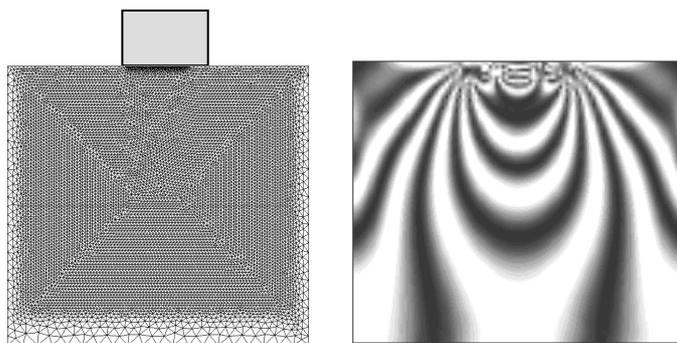


FIG. 4 – Le maillage du modèle et les franges isochromes simulées

Pour mieux observer les isoclines sur toute la surface du modèle, elles ont été représentées seules (figure 5) en simulant sur castem une rotation simultanée du polariseur et de l'analyseur de 15 en 15 degrés. Les franges isochromes n'ont pas été représentées sur ces images; ce qui n'est évidemment pas possible d'obtenir expérimentalement, les franges isochromes et isoclines expérimentales apparaissant simultanément en lumière plane. Les franges isoclines simulées (figure 5) sont comparables aux franges isoclines expérimentales (figure 2).

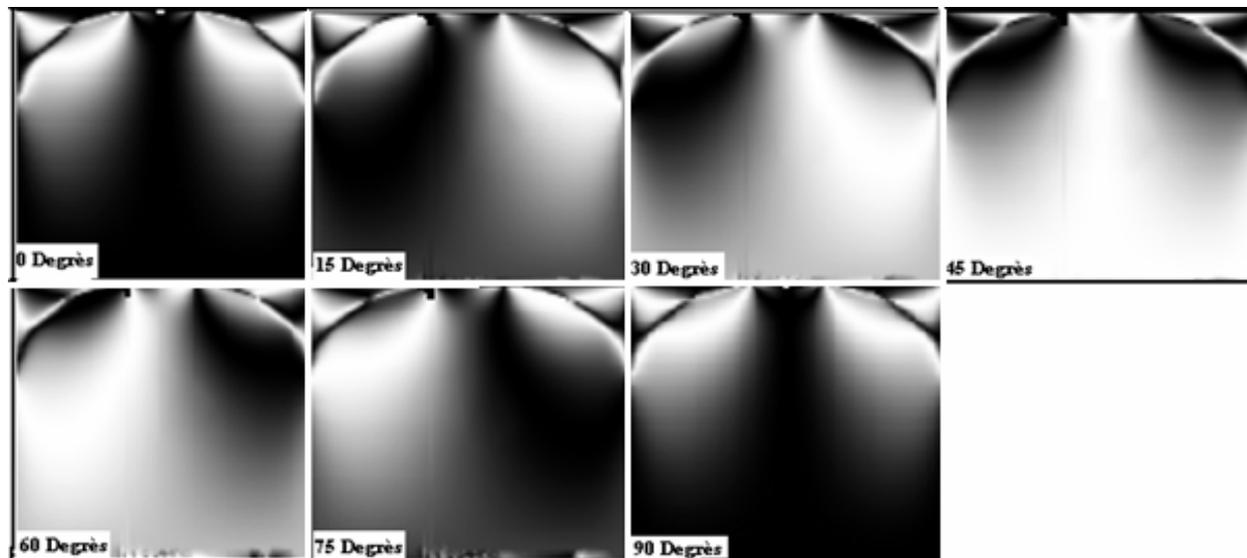


FIG. 5 – Isoclines simulées

## 5 Discussion des résultats

Les franges isochromes simulées (figure 4) sont comparables aux franges isochromes expérimentales (figure 1b). Il en est de même pour les franges isoclines expérimentales et les franges isoclines simulées. Une autre comparaison plus précise est entre la différence des contraintes principales expérimentales et la différence des contraintes principales obtenues numériquement et analytiquement le long de l'axe vertical du modèle (figure 6). Les contraintes diminuent rapidement en s'éloignant de la zone de contact. On constate relativement une assez bonne concordance des résultats; les imperfections peuvent être dues aux erreurs expérimentales et aux hypothèses de calcul; on a considéré que la matière des modèles est homogène et isotrope et que les contraintes appliquées restent faibles; cependant dans la zone de contact une légère déformation plastique peut avoir lieu.

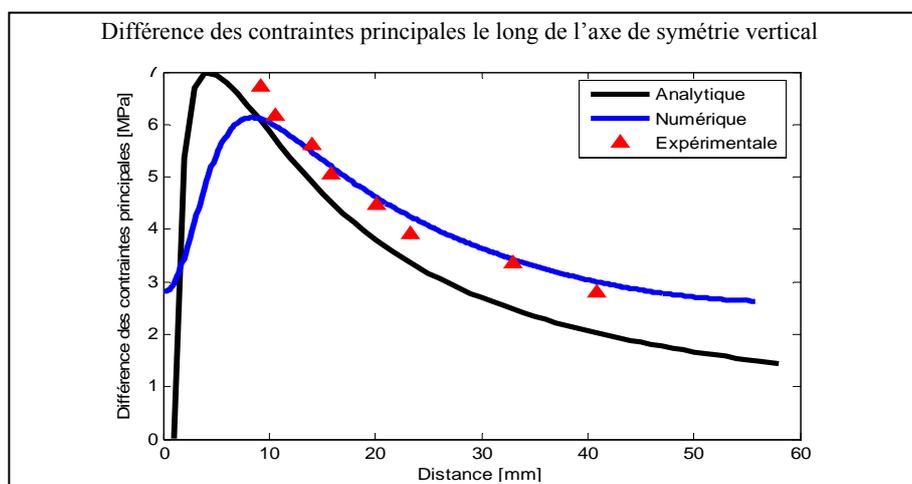


FIG.6 – Graphe de la différence des contraintes principales

Pour la partie expérimentale, au voisinage immédiat de la zone de contact, il est difficile de déterminer l'ordre de frange avec une grande précision. Cependant l'écart entre les valeurs expérimentales et les valeurs simulées est relativement faible. On observe un maximum de la contrainte de cisaillement maximale à une certaine profondeur, ce qui explique l'amorçage de la fissuration en sous couche.

## 6 Conclusion

Cette étude a permis de déterminer les champs de contraintes dans le contact poinçon sur plan par trois méthodes différentes. La photoélasticimétrie a permis de visualiser les champs de contraintes à travers les isochromes et les isoclines, particulièrement au voisinage de la zone de contact. L'étude à l'aide des éléments finis a permis de calculer les franges isochromes et isoclines dans le but de les comparer aux franges expérimentales. Une bonne concordance a été observée. Une étude locale de la différence des contraintes principales le long de l'axe de symétrie a permis de faire une comparaison entre les trois méthodes utilisées : analytique, expérimental et numérique. L'écart entre les résultats analytiques et expérimentaux peut être expliqué par le fait que la solution analytique, basée sur les Hypothèses de Hertz, suppose des dimensions infinies pour les deux pièces en contact.

Dans la simulation numérique, le poinçon en aluminium utilisé pour appliquer la charge est considéré rigide comparativement à la matière du modèle en matière biréfringente. Cette étude peut être poursuivie pour le cas plus complexe où les deux pièces en contact sont déformables.

## References

- [1] R. L. Burguete and E. A., Patterson. A Photoelastic Study of Contact Between a Cylinder and a Half-Space, *Experimental Mechanics* Vol. 7, No. 3, September 1997.
- [2] D. A. Hills and A. Sackfield. The Stresses Induced in a Half-Space by an Arbitrary Axisymmetric Pressure Distribution, *Transaction of the ASME* vol 109, october 1987.
- [3] A. Bilek, A. Ouibrahim, F. Brémand, J.-C. Dupré, Experimental and Numerical Analysis of a Cylinder/Cylinder Contact Problem. ETDCM8, Experimental Techniques and Design in Composite Materials, 3-6 October 2007, Sant'Elmo Beach Hotel - Castadias, Sardinia- Italy
- [4] A. Mihailidis, V. Bakolas and N. Drivakovs. Subsurface Stress Field of a Dry Line Contact, *Wear* Volume 249, Issue 7, July 2001 pp. 546 –556.
- [5] A. Bilek, J.C. Dupré, A. Ouibrahim, F. Bremand, 3D Photoelasticity and Numerical Analysis of a Cylinder/Half-Space Contact Problem, *Computer Methods and Experimental Measurements for Surface Effects and Contact Mechanics VII*, WIT Press Southampton, Boston 2005, pp 173-182.
- [6] A. Bilek, J.C. Dupré, A. Ouibrahim, F. Bremand, 3D Photoelasticity and Numerical Analysis of a Cylinder/Half-Space Contact Problem, *Seventh International Conference on Computer Methods and Experimental Measurements for Surface Effects and Contact Mechanics*, 29 August - 2 September, 2004 Politecnico di Bari, Italy.
- [7] Budimir Mijovic and Mustapha Dzoclo. Numerical Contact of a Hertz Contact Between two Elastic Solids, *Engineering Modeling* 13 (2000) 3-4, pp. 111-117.
- [8] L. Kogut and I. Etsion. Elastic-Plastic Contact Analysis of a Sphere and a Rigid Flat. *Journal of Applied Mechanics*, September 2002 vol. 69, pp.657- 662.
- [9] Ewen M' Ewen University of Durham. Stresses in Elastic Cylinders in Contact Along Generatrix Including the Effect of Tangential Friction. *Journal of Phil. Mag* 40, 30 Août 1948.
- [10] J. W Dally and F. W. Riley, *Experimental Stress Analysis*. McGraw-Hill, Inc, 1991.
- [11] A. Zenina, J. C. Dupré, A. Lagarde, Theoretical and Experimental Approaches of a Three-Dimensional Photoelastic Medium, *11th International Conference on Experimental Mechanics*, Oxford, August 1998, pp 501-506.
- [12] D. François A. Pineau A. Zaoui, *Comportement Mécanique des Matériaux. Viscoplasticité, Endommagement Mécanique de la Rupture, Mécanique du Contact*. 2 Edition Hermes 1992.