

Apport des éléments discrets pour la modélisation d'un choc « mou »

Y. DUPLESSIS KERGOMARD^a, F. DAU^a, I. IORDANOFF^a

a. Arts et Métiers ParisTech, Laboratoire LAMEFIP, Esplanade des arts et métiers 33405 Talence cédex - France

Résumé :

Dans le cadre d'essais de choc réalisés avec des impacteurs « mous » de type sac de billes, une modélisation utilisant des éléments discrets sphériques est adoptée afin de qualifier l'évolution du chargement appliqué sur la cible.

Abstract :

This paper deals with the simulation of impact performed with deformable impactor. The impactor is modeled with the Discret Elements Method to analysis the evolution of the loading imposed on the target

Mots clés : choc « mou », impacteur, éléments discrets, contact.

1 Introduction

Ce travail s'inscrit dans un projet global mettant à profit la Méthode des Eléments Discrets (MED ou DEM en anglais) développée au LAMEFIP [1] dans le cas d'un choc « mou » (impacteur déformable) sur plaque composite. Il s'agit de modéliser l'évolution spatio-temporelle du chargement. Il vise à terme le couplage Eléments Discrets (impacteur) / Eléments Finis (Plaque) pour analyser les mécanismes d'endommagement mis en jeu dans le cas de choc. Ce papier est une première étape de faisabilité du projet. Il présente la modélisation d'un impacteur mou de type « sac de billes », pouvant subir de grandes déformations, projeté sur une cible rigide. Pour cela, des éléments discrets sphériques sont utilisés. Déjà largement mis à profit pour traiter le problème du troisième corps [2, 3] et plus récemment au laboratoire sur des problématiques d'usinage [4], ils sont ici utilisés pour l'étude d'un choc mou. Ils emploient des lois d'interactions simples à l'échelle d'un grain et peuvent représenter un comportement complexe à l'échelle macroscopique qui est celle de l'impacteur dans notre cas. L'objectif principal de cette étude est une analyse phénoménologique pour comprendre l'influence des paramètres du couple impacteur/cible sur l'évolution spatio-temporelle du chargement.

Dans cette article, le modèle numérique de l'impacteur est d'abord présenté puis une analyse paramétrique est effectuée pour cerner l'influence des paramètres tels que le rayon de l'impacteur, sa vitesse initiale et le coefficient d'amortissement, sur l'évolution, pour l'instant, uniquement temporelle du chargement.

2 Modélisation de l'impacteur

2.1 construction géométrique

L'impacteur est constitué d'un ensemble d'éléments sphériques (FIG. 1), nommés grains ou particules. Sa géométrie est une sphère, de rayon moyen R . Il est composé de deux ensembles de particules : un premier ensemble définissant l'enveloppe de l'impacteur ; un second ensemble représentant les billes. Afin d'assurer sa cohésion, l'enveloppe est constituée de particules liées entre elles par des joints. Un joint entre deux particules i et j , de centres respectifs G_i et G_j , est un ressort travaillant uniquement en traction, de longueur $G_i G_j$, dont les extrémités sont rattachées aux centres des deux particules (FIG. 2).

L'impacteur et son enveloppe sont construits comme suit :

- tout d'abord un domaine cubique est généré par la juxtaposition de particules ; celles-ci sont placées sur une grille artificielle sans être en contact ; le diamètre de chaque sphère est attribué par tirage aléatoire, sur une distribution normale autour d'un rayon moyen, noté r_{moy} ; la variabilité sur les diamètres de billes permet d'éviter un effet de cristallisation dans l'arrangement des grains ; i.e. cela permet d'éviter l'apparition de portions de structure orientés à l'échelle supérieure ;
- dans le but d'obtenir un domaine avec des caractéristiques indépendantes de la géométrie initiale, le domaine cubique est ensuite compacté à l'aide d'un calcul MED [5] ;
- l'impacteur sphérique est alors défini à partir de ce domaine compact : le centre de l'impacteur équivaut au centre du domaine et seul les grains satisfaisant la relation $(R + e - d) > 0$ sont retenus (FIG. 1) ; d est la distance entre le centre de la particule et le centre de l'impacteur ;

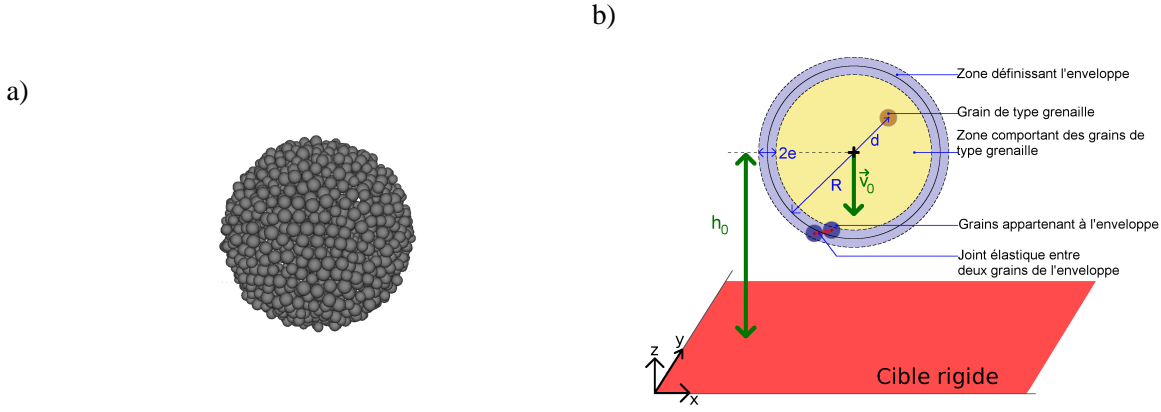


FIG. 1 – a) image d’un impacteur sphérique modélisé avec des éléments discrets sphériques b) schéma de l’impacteur et de la cible

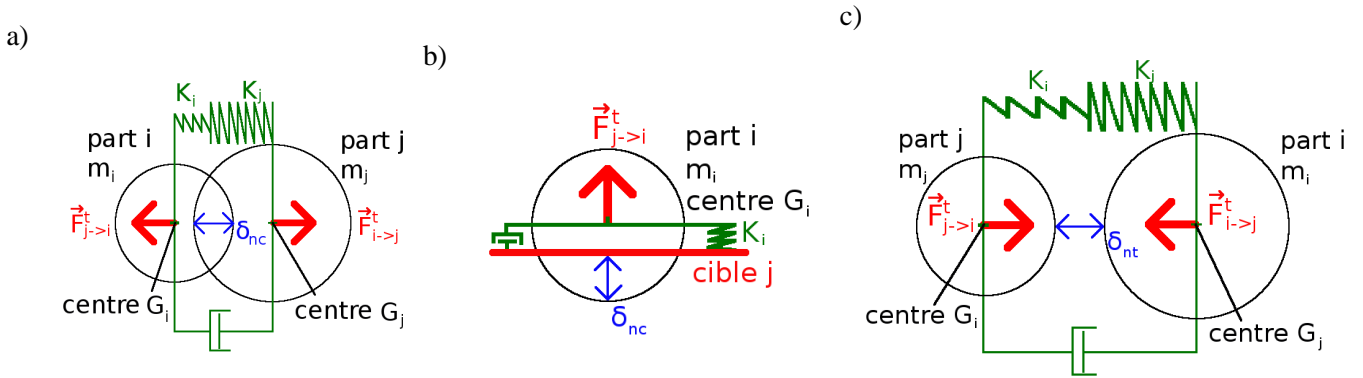


FIG. 2 – a)Schéma d’un contact entre deux particules b) schéma d’un contact entre une particule et la cible c) schéma de deux particules appartenant à l’enveloppe, reliée par un joint en état de traction

– enfin, l’ensemble des particules constituant l’enveloppe est défini : sur toutes les particules de l’impacteur, si deux d’entre elles sont en contact et que leurs centres sont positionnés dans une zone comprise entre les rayons $R - e$ et $R + e$, alors elles appartiennent à cet ensemble ; un joint est alors créé entre ces deux grains. L’ensemble des impacteurs définis par la suite a été construit à partir du même domaine compact.

2.2 Forces d’interaction

Les lois d’interactions définies entre particules permettent de décrire le comportement des billes à l’échelle mésoscopique, l’échelle microscopique étant alors celle de la microstructure des billes et l’échelle macroscopique, celle de l’impacteur. Ces lois d’interactions peuvent être reliées au comportement rhéologique de l’impacteur à l’échelle macroscopique. Toutes les particules sont soumises à ces lois d’interactions. De la même manière, des lois d’interactions sont définies entre les particules et la cible rigide.

2.2.1 Forces de contact

Ces forces apparaissent lorsque deux particules sont en contact ou lorsqu’une particule est en contact sur la cible. Le contact est établi lorsque deux particules sont interpénétrées ou lorsqu’une particule pénètre la cible (FIG. 2). Ces forces sont de deux types : une force de répulsion, notée $\vec{F}_{i \rightarrow j}^r$, et une force liée à la dissipation d’énergie, notée $\vec{F}_{i \rightarrow j}^d$. La force d’interaction $\vec{F}_{i \rightarrow j}^t$ entre une particule i et une particule j , de centre respectif G_i et G_j , est ainsi égale à :

$$\vec{F}_{i \rightarrow j}^t = \vec{F}_{i \rightarrow j}^r + \vec{F}_{i \rightarrow j}^d = \left(F_{i \rightarrow j}^r + F_{i \rightarrow j}^d \right) \frac{\overrightarrow{G_i G_j}}{\|G_i G_j\|} \quad (1)$$

La force d’interaction $\vec{F}_{i \rightarrow j}^t$ entre une particule i et la cible, indiqué par j , est égale à :

$$\vec{F}_{i \rightarrow j}^t = \vec{F}_{i \rightarrow j}^r + \vec{F}_{i \rightarrow j}^d = \left(F_{i \rightarrow j}^r + F_{i \rightarrow j}^d \right) \vec{z} \quad (2)$$

Des formes simples ont été retenues pour l'expression de ces forces :

- la force de répulsion $F_{i \rightarrow j}^r$ s'exprime à partir de la raideur K d'un ressort travaillant en compression et de l'interpénétration δ_{nc} de deux particules i et j ou de la pénétration d'une particule j sur la cible, j indiquant alors la cible (FIG. 1.a et 1.b) :

$$F_{i \rightarrow j}^r = K \times \delta_{nc} \quad (3)$$

dans le cas d'une interaction entre deux particules i et j , K est la raideur équivalente de deux ressorts en série, de raideurs K_i et K_j , égales aux rigidités respectives des deux particules (FIG. 1.a) :

$$K = \frac{K_i \times K_j}{K_i + K_j} \quad (4)$$

dans le cas d'une interaction entre une particule i et la cible de rigidité infinie ; K est alors égale à la rigidité de la particule i (FIG. 1.b) :

$$K = K_i \quad (5)$$

- la dissipation d'énergie est représentée par un amortissement visqueux, dont la force $F_{i \rightarrow j}^d$ associée est de la forme :

$$F_{i \rightarrow j}^d = 2\alpha\sqrt{KM_{ij}} \times \dot{\delta}_{nc} \quad (6)$$

où α est le coefficient d'amortissement sans dimension (< 1), $\dot{\delta}_{nc}$ la vitesse relative entre les deux particules et M_{ij} la masse équivalente ; dans le cas d'une interaction entre deux particules, la masse équivalente est égale à :

$$M_{ij} = \frac{m_i \times m_j}{m_i + m_j} \quad (7)$$

dans le cas d'une interaction entre une particule et la cible, j indiquant la cible, de rigidité infinie, d'où

$$M_{ij} = m_i \quad (8)$$

le coefficient α est directement lié au coefficient de restitution d'énergie utilisé dans les modèles cinétiques [1, 6].

2.2.2 Forces de rappel

Pour l'ensemble des particules appartenant à l'enveloppe, lorsqu'un joint reliant une particule i et une particule voisine j est dans un état de traction, il se crée une force de rappel $\vec{F}_{i \rightarrow j}^{nt}$ (FIG. 2.c) telle que :

$$\vec{F}_{i \rightarrow j}^{nt} = K \times \delta_{nt} \cdot \frac{\vec{G}_i \vec{G}_j}{\|\vec{G}_i \vec{G}_j\|} \quad (9)$$

3 Simulations du choc mou

3.1 Impacteurs et cible

Des impacteurs de rayon moyen R variable sont projetés avec une vitesse initiale adimensionnée $\vec{v}_0 = -|\vec{v}_0| \cdot \vec{z}$ sur une cible parfaitement rigide située dans le plan $z = 0$ (FIG. 1). La méthode d'adimensionnement de la vitesse est décrite dans la référence [5]. La distance initiale h_0 entre le centre de l'impacteur et la cible est égale à $R + 3 \times r_{moy}$.

La masse totale M_T de l'impacteur est égale à la somme des masses m_i des particules, soit $M_T = \sum m_i$. Du fait de la méthode de construction de l'impacteur, sa masse dépend de son rayon moyen R , mais elle ne lui est pas tout à fait proportionnelle.

L'énergie incidente $E_{incidente}$ de l'impacteur au temps $t = 0$ vaut $\frac{1}{2}M_T \times \vec{v}_0^2$.

3.2 Algorithme de résolution

L'algorithme utilisé est de type explicite. Il se déroule selon les différentes étapes suivantes :

- à un instant t , les coordonnées (x_i^t, y_i^t, z_i^t) du centre G_i^t de chaque particule i sont connues ; pour chaque contact identifié entre deux particules, ou entre une particule et la cible, l'interpénétration δ_{nc} est calculée ; de même, si un joint liant deux particules de l'enveloppe est en traction, le paramètre δ_{nt} est calculé ;
- à partir des équations (3), (6) et (9) il est alors possible de calculer la force F_i^t appliquée au centre de chaque particule ;
- les forces d'interactions désormais connues, les accélérations $(\ddot{x}_i^t, \ddot{y}_i^t, \ddot{z}_i^t)$ du centre des particules sont déterminées à partir de la Seconde loi de Newton [5] ;

TAB. 1 – Valeurs des paramètres d’entrée pour les simulations numériques

n° test	1	2	3	4	5	6	7
\bar{v}_0	0.005	0.013	0.02	0.02	0.02	0.005	0.02
$R (\times r_{moy})$	23	23	23	9	17	23	9
α	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.9	0.9
M_T	9301.3	9310.3	9301.3	714.8	4111.7	9301.3	714.8
$E_{incidente}$	0.116	0.786	1.86	0.143	0.82	0.116	0.143

- enfin, l’algorithme de Verlet [7] est utilisé pour intégrer la vitesse des particules et déduire les nouvelles coordonnées des particules $(x_i^{t+dt}, y_i^{t+dt}, z_i^{t+dt})$ au temps $t + dt$, dt désignant l’incrément de temps ;
 - l’algorithme de résolution s’arrête lorsque la force de contact, appliquée par l’impacteur sur la cible, est nulle sur une période ΔT_{arret} ou lorsque le nombre maximal d’itération a été atteint.
- Pour faciliter l’analyse paramétrique qui suit, les paramètres du système sont adimensionnés selon trois grandeurs caractéristiques : le rayon moyen des particules r_{moy} , la masse moyenne des particules M_{moy} et le temps caractéristique d’oscillation dû au système masse ressort qui gère le contact entre deux grains, $T_c = \sqrt{\frac{M_{moy}}{K_{moy}}}$, K_{moy} étant la raideur moyenne des particules [5]. Pour la suite, r_{moy} , M_{moy} , K_{moy} et T_c sont égaux à 1. Le pas de temps dt pour la simulation numérique doit être bien inférieur à T_c , pour bien rendre compte des contacts entre particules ; un pas de temps dt égale à 0.1 est suffisant pour ces simulations [5].

3.3 Détermination de la force de contact à l’interface impacteur / cible

Le problème consiste à connaître la force « macroscopique » appliquée par l’impacteur sur la cible à partir des interactions à l’échelle mésoscopique entre particules de l’impacteur et la cible. Le calcul de cette force macroscopique, appelée force de contact, nécessite une moyenne spatiale et temporelle des efforts imposés par les particules sur la cible.

La moyenne temporelle permet de s’affranchir des effets vibratoires caractéristiques à l’échelle du grain : les données sont moyennées sur une période $\Delta T = 100 \times T_c$. La force de contact à l’instant $t_k = k \times \Delta T$ est ainsi égale à la somme des forces imposés par les particules sur la cible entre les instants t_{k-1} et t_k , divisée par l’intervalle de temps ΔT .

3.4 Etude paramétrique

L’évolution du chargement lors d’un choc « mou », en fonction des paramètres liés à la géométrie de l’impacteur et à l’énergie incidente est maintenant étudiée. Les paramètres retenus sont le rayon de l’impacteur R , la vitesse initiale adimensionnée \bar{v}_0 et le coefficient d’amortissement α sur les réponses du système. Les deux premiers paramètres sont macroscopiques. Le dernier paramètre en revanche est mésoscopique puisqu’il intervient sur la force d’interaction entre particules. Nous pouvons par ailleurs noter que R joue à la fois sur la géométrie de l’impacteur et sur sa masse totale. Comme la masse volumique considérée est conservée identique pour toutes les simulations, il n’est pour l’instant pas possible de différencier l’influence de la masse de l’impacteur, de celle de sa géométrie sur la réponse du système.

Les simulations numériques qui ont été réalisées sont résumées dans le TAB. 1. Pour les simulations 1, 2, 3, seule la vitesse initiale est modifiée ($\bar{v}_0 = 0.005, 0.013$ et 0.02), les autres paramètres étant constants ($R = 23 \times r_{moy}$ et $\alpha = 0.01$). Pour les simulations 3, 4, 5, seul le rayon de l’impacteur varie ($R = 9, 17$ et 23 , $\bar{v}_0 = 0.02$ et $\alpha = 0.01$). Enfin pour les simulations 1, 4, 6 et 7, le coefficient α est égal à 0.01 pour les deux premières et à 0.9 pour les deux dernières (TAB. 1). Pour les simulations 1 et 6, le rayon et la vitesse initiale de l’impacteur sont égaux à $R = 23$ et $\bar{v}_0 = 0.005$. Pour les simulations 4 et 7, il sont égaux à $R = 9$ et $\bar{v}_0 = 0.02$. Pour ces quatre dernières simulations, les énergies incidentes sont très proches, mais non identiques du fait du mode de construction de l’impacteur. La force de contact est tracée en fonction du temps pour les différentes simulations sur les figures ??, 3 et 4.

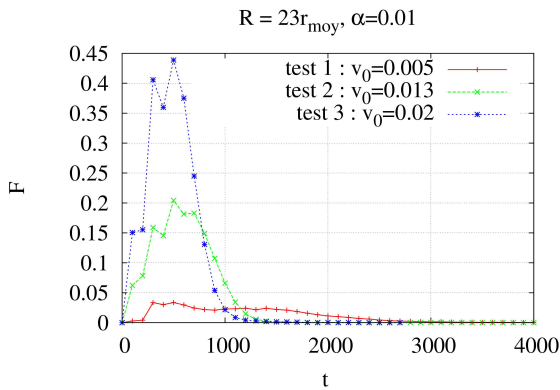
4 Résultats et discussions

4.1 Commentaires généraux

Globalement, les courbes obtenues présentent une allure conforme à celles rencontrées lors d’impact [8].

La plupart des courbes obtenues rendent compte d’oscillations qui peuvent être représentatives de signaux vibratoires associés à la propagation et l’interférences d’ondes dans le milieu des billes. Ces oscillations peuvent également s’interpréter comme le résultat d’une compétition entre l’évolution de la surface de contact impacteur/ cible et l’évolution de l’intensité des forces imposées par les particules sur la cible. Ce phénomène

a)



b)

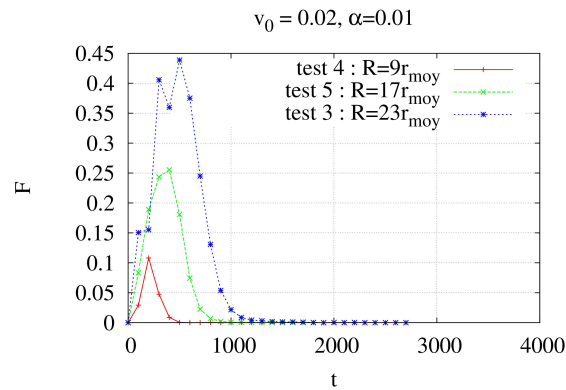


FIG. 3 – a) Loi horaire de la force de contact pour les simulations 1, 2, 3 où seule la vitesse initiale \bar{v}_0 varie ; b) loi horaire de la force de contact pour les simulations 3, 4, 5 où seule le couple rayon / masse de l'impacteur varie

d'oscillation est d'autant plus remarquable que les temps de contact sont longs.

Enfin, l'effet du couple masse / vitesse se retrouve sur l'ensemble de ces courbes. Cet effet montre que l'énergie incidente n'est pas à elle seule un paramètre d'entrée pertinent pour décrire la réponse du système [8].

4.2 Influence de la vitesse

L'influence de ce paramètre est visible sur la FIG. 3.a. Les courbes tracées montrent des tendances déjà connues dans le cas de choc mettant en jeu des impacteurs rigides et des cibles déformables [8]. En effet, plus la vitesse incidente est grande, plus le temps de contact est court et plus l'intensité de la force de contact est élevée.

De plus, il est remarquable que quelque soit la vitesse initiale, le temps d'établissement de la force de contact maximale T_{max} est identique.

Enfin, le temps de contact augmentant notablement avec la diminution de la vitesse initiale, les oscillations rencontrées dans ces réponses sont d'autant plus nombreuses (voir paragraphe précédent).

4.3 Influence du couple masse / rayon

L'influence de ce paramètre est visible sur la FIG. 3.b. Comme précédemment, les courbes tracées montrent des tendances déjà connues dans le cas de choc mettant cette fois-ci en jeu des impacteurs rigides et des cibles déformables. En effet, plus la masse incidente est grande, plus le temps de contact est grand et plus l'intensité de la force de contact est élevée.

Contrairement à l'influence de la vitesse, le temps d'établissement de la force de contact maximale T_{max} varie avec le couple masse / rayon : plus ce dernier augmente, plus le temps T_{max} augmente.

Enfin, le temps de contact diminuant avec le couple masse / vitesse, les oscillations rencontrées dans ces réponses diminuent également. Pour le test 4 ($R = 9 \times r_{moy}$ et $\bar{v}_0 = 0.02$), la courbe se rapproche d'une fonction de Dirac.

4.4 Influence du coefficient d'amortissement

Sur la FIG. 4, deux couples masse / vitesse sont mises en jeu : $R = 23 \times r_{moy}$, $\bar{v}_0 = 0.005$ pour les simulations 1 et 6, et $R = 9 \times r_{moy}$, $\bar{v}_0 = 0.02$ pour les simulations 4 et 7. Pour chacun de ces couples, deux valeurs du coefficient d'amortissement sont adoptés : $\alpha = 0.01$ et $\alpha = 0.9$. L'énergie incidente pour les deux couples est proche, mais les réponses obtenues sont très différentes par les temps de contact et les amplitudes de la force de contact. Dans les deux cas, l'amortissement n'a pas d'effet sur les temps de contact.

Pour le couple $R = 9 \times r_{moy}$ et $\bar{v}_0 = 0.02$, le temps de contact est très court et l'effet d'amortissement se traduit essentiellement sur l'amplitude de la force de contact, qui est d'autant plus élevée que l'amortissement est faible.

Pour le couple $R = 23 \times r_{moy}$ et $\bar{v}_0 = 0.005$, le temps de contact est beaucoup plus important que pour le couple (R, \bar{v}_0) précédent. Les temps T_{max} nécessaires à l'établissement de la force de contact maximale sont bien distincts du fait de l'amortissement. Ce temps est d'autant plus court que l'amortissement est faible. Enfin, il est remarquable que l'amplitude de la force maximale est d'autant plus élevée que l'amortissement est faible, ce qui est la tendance inverse au cas du couple $R = 23 \times r_{moy}$ et $\bar{v}_0 = 0.005$.

Une interprétation possible pour le second couple est la suivante : dans le cas d'un faible amortissement à

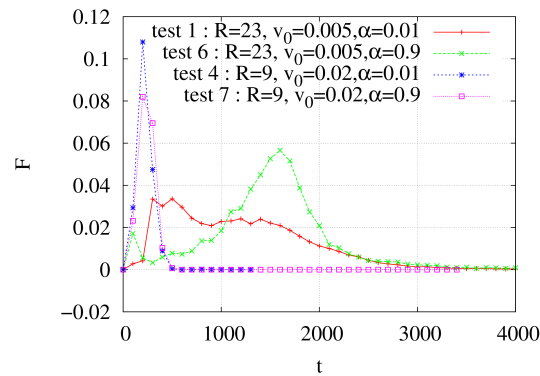


FIG. 4 – Loi horaire de la force de contact pour les simulations 3, 4, 6 et 7, représentant deux couples de masse / vitesse, avec une variation du coefficient d’amortissement α

l’échelle mésoscopique, les billes conservent une grande part de leur énergie après le choc et vont interférer avec les autres billes de l’impacteur. Ces interférences peuvent se propager dans tout l’impacteur dans le cas d’un faible amortissement, l’énergie est dissipée de manière globale dans l’impacteur, diminuant grandement la force de contact. En revanche, dans le cas d’un amortissement important à l’échelle mésoscopique, ces interférences restent très localisées, ne perturbant pas ou peu l’arrivée des autres billes. Le nombre de particules étant important pour le second couple, cet effet est notable. La montée en charge de la force de contact est plus lente du fait de l’amortissement plus élevé, mais la force maximale atteinte est plus importante. En revanche, le nombre de particules étant faible et la vitesse incidente élevée pour le couple $R = 9 \times r_{moy}$ et $\bar{v}_0 = 0.02$, ce mécanisme n’est pas observable, des réponses plus classiques sont alors observées.

5 Conclusions et perspectives

La modélisation d’un impacteur « mou » de type sac de billes, projeté sur une cible rigide, à l’aide de la Méthode des Eléments Discrets sphériques est présentée dans ce travail. Elle a permis, à partir de lois d’interactions simples à l’échelle d’un grain, d’accéder à la représentation de la force d’interaction impacteur / cible, puis d’étudier l’influence du rayon R , de la vitesse initiale de l’impacteur v_0 et du coefficient d’amortissement α sur la loi horaire de la force de contact.

Des résultats connus ont été confirmés par le modèle proposé ; la seule connaissance de l’énergie incidente n’est pas suffisante pour caractériser la réponse du système : pour des énergies d’impact proches, mais des couples (R, v_0) très différents, les résultats sont très différents. Il semble par ailleurs que la propagation de signaux vibratoires dans l’impacteur ait une influence plus ou moins importante sur la réponse du système. Dans le cas où le temps de contact est suffisamment bref, cet effet n’est pas visible. Enfin, il semble que le coefficient d’amortissement soit susceptible d’atténuer ces effets. En revanche, il n’a pas d’effet sur le temps de contact entre l’impacteur et la cible.

En perspective, nous allons étudier l’aspect spatio-temporel du chargement et approfondir ces aspects vibratoires. Ces résultats feront l’objet d’un prochain article en cours d’écriture.

Enfin, l’extension de cette approche dans le cadre d’un choc « mou » utilisant un impacteur déformable en matériau élastomère est visée.

Références

- [1] Iordanoff I. and Khonsari M. Granular lubrication : towards an understanding of the transition between kinetic and quasi-fluid regime. *ASME J. Tribol.*, 126, 137–145, 2004.
- [2] Fillot N., Iordanoff I., and Berthier Y. Kinetics of particle detachment :contribution of granular model. *Tribology and Interface Engineering Series*, 43, 2003.
- [3] Fillot N., Iordanoff I., and Berthier Y. A granular dynamic model for the degradation of material. *ASME J. Tribol.*, 126, 606 :615, 2004.
- [4] Illiescu D. Approche expérimentale et numérique de l’usure à sec des composites carbone/époxy. PhD thesis, LAMEFIP EA 2727 -ENSAM Bordeaux, décembre 2008.
- [5] Iordanoff I., Battentier A., Néauport J., and Charles J. A discrete element model to investigate sub-surface damage due to surface polishing. *Tribology International*, 41, 957–964, 2008.
- [6] Mishra B. K. and Murty C. V. R. On the determination of contact parameters for the realistic simulation of tumbling mills. *Powder Powder*, 115, 290–297, 2001.
- [7] Verlet L. Computer experiments on classical fluids. i. thermodynamical properties of lennard-jones molecules. *Phys. Rev.*, 159, 98–103, 1967.
- [8] Guillaumat L. Aide au prédimensionnement de structures composites impactées. *Mec. Ind.*, 2000.