

Etude de la propagation bidimensionnelle de fissures

O. SAFONT^{a,b}, D. LEBAILLIF^b, I. RANDRIANANGALY^b, A. LANGLET^a

a. Institut PRISME-Risques, Explosions, Structures/Université d'Orléans, 63 avenue de Lattre de Tassigny
18020 Bourges Cedex

b. Nexter Systems, 7 route de Guerry 18000 Bourges

Résumé :

On étudie la propagation bidimensionnelle de fissures dans le but de prévoir la durée de vie de joints mécano-soudés. Le modèle développé repose sur les intégrales de contour ; il permet en particulier de déterminer l'angle de bifurcation de la fissure sous certains chargements statiques donnés. Le modèle est intégré dans le code de calcul ABAQUS. L'influence de la plasticité n'est pas traitée dans cette communication. Nous présenterons l'application qui permet d'inclure des fissures dans le maillage d'une pièce mécanique et de simuler leurs propagations. L'intérêt de ce modèle est de fournir un outil dont nous maîtrisons parfaitement les hypothèses et le calcul, (il n'y a pas de « boîtes noires ») et d'autre part, de diminuer les coûts d'achats de licences pour l'entreprise.

Mots clefs : fissuration, maillage itératif, finis, soudures.

Abstract :

We study the propagation of cracks in order to forecast the lifetime of welded complex structures. The proposed model is based on the evaluation of contour integrals ; it allows to determine the crack propagation direction under some given types of static loading. This model is integrated in the finite element code ABAQUS. The influence of plasticity is not considered in this paper. We will present the application which is designed to integrate cracks in the mesh of a mechanical structure and to simulate their propagation. The aim of this model is to provide a tool, based on perfectly known hypothesis and to decrease the cost of the software license for the company.

Key words : crack, iterative mesh, welded structure.

1 Introduction

L'étude de la propagation de fissures est un problème fondamental dans l'étude de la durée de vie d'une structure. Elle repose sur les principes de la mécanique de la rupture, notamment par le calcul du facteur d'intensité de contrainte, qui lui-même permet de déterminer l'angle de bifurcation de la fissure. Ainsi il est possible de prévoir le chemin d'une fissure au cours des cycles de chargement appliqués à la structure. Le calcul du facteur d'intensité de contraintes repose ici sur la détermination de l'énergie nécessaire pour que la fissure puisse se propager. La méthode utilisée est celle des intégrales de contour.

Lors d'une résolution par la méthode des éléments finis, le calcul des intégrales de contour nécessite un maillage particulier, pouvant s'adapter pour suivre la progression de la fissure.

L'objet de ce travail est de proposer une méthode d'intégration de ce maillage spécifique dans un maillage existant, puis de calculer les intégrales de contour permettant d'obtenir les facteurs d'intensité de contraintes et l'angle de bifurcation de fissure.

2 Calcul du facteur d'intensité de contraintes

Les facteurs d'intensité de contraintes sont définis à partir du taux de restitution d'énergie J . Une partie de l'énergie élastique, J_{int} , est évaluée sur un contour Γ entourant la fissure (figure 1).

$$J_{\text{int}} = \int_{\Gamma} W dy - \bar{T} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} ds \quad (1)$$

où : W est la densité de l'énergie élastique de déformation, \bar{T} le vecteur contrainte en un point et \bar{v} le vecteur déplacement au même point.

Les facteurs d'intensité de contraintes (FIC), dans les différents modes de sollicitations, sont reliés aux taux de restitution d'énergie par les relations :

$$J = \frac{1}{8\pi} K^T B^{-1} K \quad (2)$$

$$K = 4\pi B J_{\text{int}} \quad (3)$$

avec B la matrice des facteurs énergétiques, et :

$$K = \begin{bmatrix} K_I & 0 & 0 \\ 0 & K_{II} & 0 \\ 0 & 0 & K_{III} \end{bmatrix} \quad (4)$$

la matrice des facteurs d'intensité de contraintes, où les indices I , II et III désignent respectivement : le mode par ouverture, le mode de glissement de translation, et le mode de glissement de rotation.

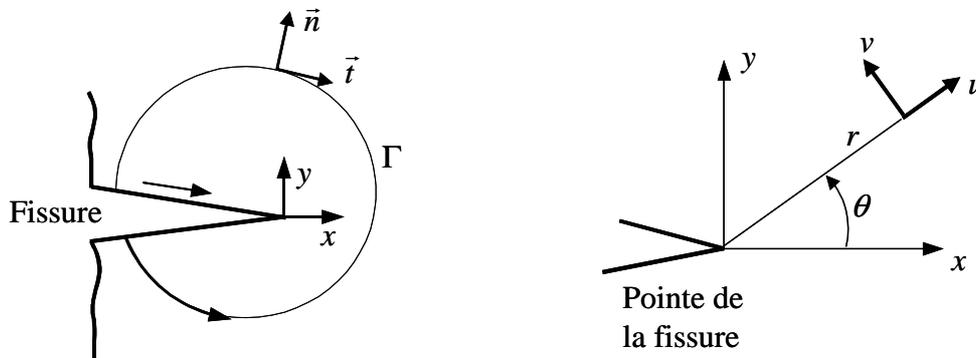


FIG. 1 – Schéma de calcul d'intégrale de contour et coordonnées en pointe de fissure.

Dans ce qui suit, avec l'hypothèse des contraintes planes et en présence d'un matériau homogène et isotrope, on obtient:

$$J = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (5)$$

Avec : E module d'Young et ν coefficient de Poisson du matériau.

Afin d'obtenir indépendamment les coefficients d'intensité de contraintes dans les différents modes, on applique des méthodes de découplage qui permettent de décomposer les grandeurs énergétiques liées aux modes I , II et III , d'où:

$$J = J_I + J_{II} + J_{III} \text{ avec } J_I = \frac{K_I^2}{E}, J_{II} = \frac{K_{II}^2}{E} \text{ et } J_{III} = \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (6)$$

Ce calcul de facteur d'intensité de contraintes est réalisé sur des matériaux linéaires, il ne prend donc pas en compte la plasticité du matériau.

3 Calcul de l'angle de bifurcation de la fissure

Pour déterminer le chemin de fissuration, on utilise le critère de la contrainte circonférentielle maximale, selon lequel, la direction de propagation de la fissure est perpendiculaire à la direction θ telle que :

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad (7)$$

où :

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi r}} [K_I (\cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2}) - 3K_{II} (\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2})] \quad (8)$$

représente les contraintes circonférentielles, avec r et θ les coordonnées polaires à la pointe de la fissure. L'angle de bifurcation θ_f au cours de la propagation est alors obtenu :

$$\tan(\theta_f / 2) = \frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} \pm \frac{1}{4} \sqrt{K_I^2 / K_{II}^2 + 8} \quad (9)$$

4 Procédure de calcul

La mécanique de la rupture suppose la présence d'un défaut initial, à partir duquel la fissure va pouvoir s'amorcer. Ce défaut peut être un trou, une inclusion dans le matériau, ou une imperfection due au procédé de fabrication, qui engendre des sur-contraintes locales.

Au préalable du calcul de fissuration, il est nécessaire de déterminer les zones de la structure susceptibles de subir un dommage important. Les zones susceptibles d'être endommagées sont alors maillées plus finement. La localisation et l'amorçage de la fissure ne sont pas traités dans cet article.

Les types de défauts existants et à prendre en compte dans le calcul de la durée de vie des assemblages sont : l'alignement (linéaire ou angulaire), les caniveaux, les soufflures et cavités, les inclusions solides, le manque de pénétration ou de fusion, le rayon de raccordement. Ces défauts vont pouvoir être modélisés et pris en compte dans le calcul par éléments finis.

La procédure développée permet : d'intégrer plusieurs fissures ; de remailler la structure localement ; de réaliser un couplage du programme de remaillage avec un code de calcul (ici ABAQUS) ; de déterminer le facteur d'intensité de contrainte de la longueur de la fissure en utilisant la théorie des intégrales de contour ; de déterminer la direction de la fissure.

En ce qui concerne le calcul de la propagation de la fissure, la nécessité est de déterminer les grandeurs caractéristiques de la mécanique de la rupture permettant d'évaluer la cinétique de la propagation.

Le calcul linéaire de la fissuration suppose que la direction initiale de la fissure soit connue au préalable (donnée d'entrée).

Pour résoudre ce problème de propagation de fissures, nous allons intégrer des fissures de manière automatique dans un maillage.

On considère une structure mécanique dont on souhaite connaître la durée de vie et prévoir l'évolution des défauts. Pratiquement, afin de déterminer la vitesse et la direction de propagation de la fissure, il faut calculer les facteurs d'intensité de contraintes en chaque pointe de fissure. Comme ce calcul dépend de la longueur de la fissure, il est nécessaire d'itérer sur la longueur de la fissure afin d'obtenir l'évolution de ces facteurs au cours de la propagation. Ceci implique un *remaillage itératif*. La méthode développée permet de rendre automatique le remaillage itératif.

Au départ du calcul, le voisinage de la fissure est remaillé par des éléments spécifiques. On distingue trois zones dans le maillage de la figure 2.

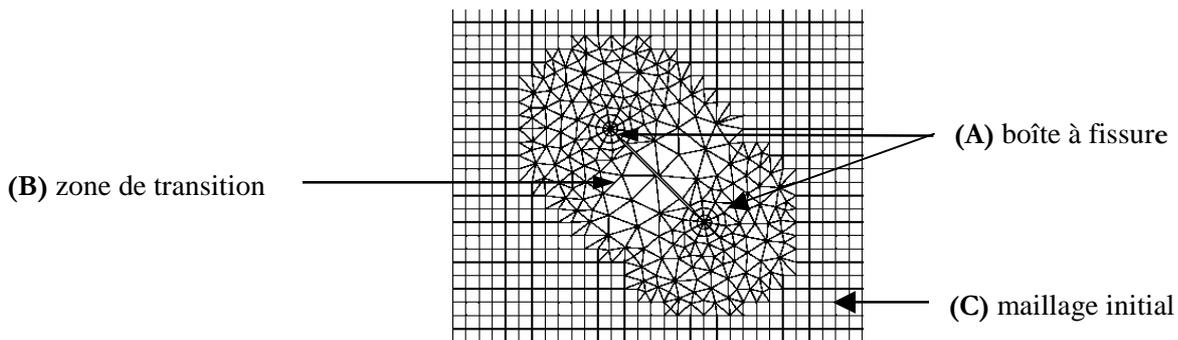


FIG. 2 – Remaillage autour d'une fissure

La zone A, dénommée « boîte à fissure », correspond à un maillage régulier et spécifique, dans lequel la pointe de la fissure est modélisée au moyen d'éléments quadratiques quadrangulaires, dégénérés en triangles. Ce remaillage est intégré dans le programme établi. Le contour Γ des intégrales J_{int} (1) est toujours défini dans la zone A. Il est possible de définir autant de contours que nécessaire pour s'assurer de la convergence des intégrales.

La zone B, est la zone de transition entre la boîte à fissure et le maillage initial. C'est un maillage composé d'éléments triangulaires optimisés linéaires. Ce maillage est obtenu en utilisant une procédure de triangulation de Delaunay, développée en langage FORTRAN. Ces éléments permettent de connecter le maillage spécifique de la pointe de la fissure au maillage initial (zone C).

La zone C, correspond au maillage global de la structure. C'est un maillage quadrangulaire classique. En effet, il n'est pas nécessaire de remailler l'intégralité de la structure au cours de la propagation de la fissure.

Dans le cadre de cette étude, la technique de la « Boîte à Fissure » a été implémentée dans le code de calcul ABAQUS. Elle consiste à :

- Mailler les trois zones A, B et C pour la fissure initiale
- Réaliser un calcul par éléments finis pour déterminer l'angle de bifurcation
- Incrémenter la longueur de la fissure et lier au reste de la structure
- Réaliser un nouveau calcul par éléments finis et ainsi de suite.

5 Résultats

Le calcul a été validé en appliquant la procédure sur des éprouvettes simples et répertoriées, pour lesquelles le facteur d'intensité de contraintes associé à un type de fissure donnée est connu. Les références choisies [1] fournissent des facteurs d'intensité de contraintes calculés dans le domaine élastique. Pour cette raison, la vérification de la procédure du calcul numérique est restreinte aux contraintes élastique.

Considérons dans un premier temps une éprouvette rectangulaire au centre de laquelle existe une fissure de longueur a orientée parallèlement à l'axe transversal y de l'éprouvette. Les dimensions de l'éprouvette sont : longueur $2H = 200$ mm, largeur $L = 100$ mm, épaisseur $h = 1$ mm. On note : $\alpha = 2a / L$ et $\beta = 2H / L$. L'éprouvette est soumise à une contrainte axiale $\sigma_{xx} = 100$ MPa constante à partir de l'instant $t = 0$. La figure 3 montre la fissure à différents stades, incluant le maillage spécifique pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes. Les nuances de gris représentent les contraintes de Von-Mises toujours inférieures ici à la contrainte seuil.

Pour le mode I, le facteur d'intensité de contrainte K_I est donné par [1] :

$$K_I = \sigma_{xx} \sqrt{\pi a} F_I(\alpha, \beta) \quad (10)$$

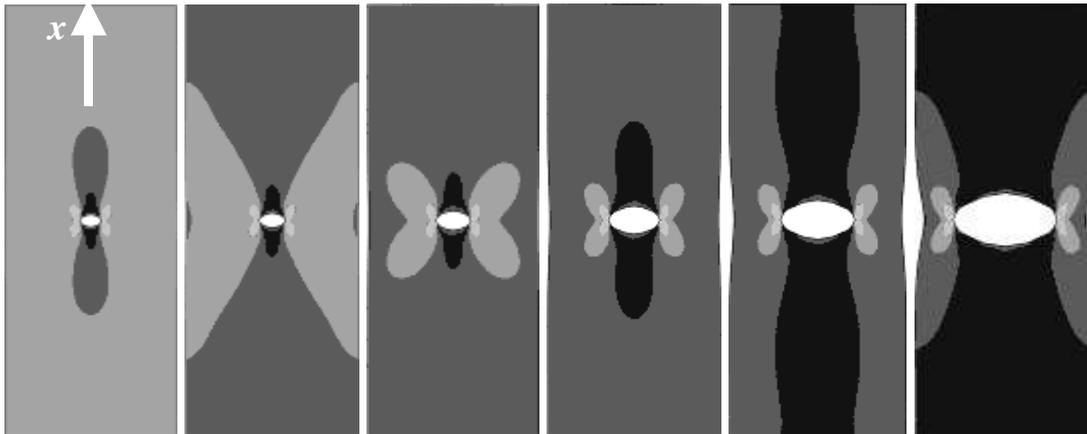


FIG. 3 – Visualisation d'une propagation de fissure

Les valeurs K_I de référence sont calculées à partir de celles des F_I données dans [1]. On compare ensuite, tableau 1, ces valeurs K_I de référence avec les valeurs de K_I calculés selon (5) et (6). On vérifie ainsi l'évaluation correcte des énergies et des intégrales de contour par la méthode de discrétisation décrite au §3. On note que l'écart entre le calcul théorique et le calcul numérique est inférieur à 1%. On peut en conclure que pour cet exemple le programme est valide.

Longueur a de la fissure (mm)	K_I de référence [1]	K_I calculé en pointe droite de la fissure	K_I calculé en pointe gauche de la fissure	Ecart (%) moyen
15	486.863	490.25	490.15	0.68
18	543.009	540.50	540.50	0.46
21	590.595	588.20	588.20	0.41
24	637.451	634.80	635.00	0.4
27	682.566	680.65	680.75	0.27
35	803.383	801.30	801.40	0.25
50	1051.95	1054.00	1054.00	0.19
70	1560.32	1569.50	1568.50	0.56

TAB. 1 – Récapitulatif des valeurs des facteurs d'intensité de contraintes

Considérons, dans un deuxième temps, les facteurs d'intensité de contraintes pour une fissure oblique débouchante, ce qui nous permet de tester notre modèle en mode mixte (mode I et mode II). Pour cela, nous avons utilisé une nouvelle fois une éprouvette répertoriée [1] afin de vérifier la cohérence de nos résultats.

Nous considérons une éprouvette rectangulaire de longueur 200 mm et de largeur 100 mm soumise à une contrainte axiale $\sigma_{xx} = 100$ MPa constante, avec une fissure de longueur a et d'inclinaison 45° .

Dans ce cas, les facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} sont donnés par :

$$K_I = \sigma_{xx} \sqrt{\pi a} F_I \quad K_{II} = \sigma_{xx} \sqrt{\pi a} F_{II} \quad (11)$$

avec, pour un angle de 45° : $F_I = 7.050$ et $F_{II} = 0.3644$.

Longueur a de la fissure (mm)	K_I référence	K_I en pointe de la fissure	Ecart moyen (%)	K_{II} référence	K_{II} en pointe de la fissure	Ecart moyen (%)
7.5	342.212	341.9	0.09	176.882	167.2	5.85
10	395.152	401	1.48	204.246	194.1	5.21
15	483.960	506.3	4.59	250.149	247.1	1.22
17.5	522.737	557.5	6.65	270.192	271.4	0.09

TAB. 2 – Récapitulatif des valeurs des facteurs d'intensité de contraintes

Pour cet exemple, on note des écarts entre théorie et calcul numérique plus important que pour la fissure non débouchante. En mode I, on remarque que plus la fissure est grande plus l'écart avec la théorie est grand. Ceci peut s'expliquer par le fait que le modèle de référence est un modèle de fissure débouchante dans un plan semi-infini alors que nous travaillons sur une éprouvette finie. Or plus la fissure est grande plus la pointe de fissure se rapproche des bords de l'éprouvette. En mode II, l'écart de 5% pour les petites fissures peut s'expliquer par le fait que le maillage en pointe de fissure est quadratique, or pour une meilleure convergence des résultats, on ne devrait pas placer les nœuds au milieu des éléments mais au quart. Il est également possible que la discrétisation des conditions aux limites numériques ne restituent pas exactement celle sur du modèle de référence. Les résultats donnés par le programme restent tout de même très proches de ceux établis par la théorie.

6 Conclusion

Cette communication a pour but de présenter une méthode spécifique pour traiter la propagation de fissure. L'outil qui a été élaboré permet de mettre en place un maillage capable de s'adapter à la propagation de la fissure (figure 2). De plus, ce maillage s'intègre dans un maillage existant, ce qui permet de modéliser l'endommagement d'une structure complète. Le voisinage de la pointe de fissure est maillé par des éléments spécifiques. C'est dans cette zone que sont calculées les intégrales de contour. Une transition avec le maillage initial de la structure est assurée par une triangulation de Delaunay. L'ensemble est dynamique, car les maillages de la pointe de fissure et de la zone de transition, doivent être actualisés en fonction de la progression de la fissure.

Des calculs ont été réalisés sur des cordons de soudure, des essais vont être mis en œuvre afin de vérifier la propagation de fissures entre calcul et réalité.

L'étape à venir est l'intégration de cet outil permettant de tenir compte du comportement non linéaire l'étude des structures soumises à des chargements dynamiques (résultant de couplages).

Cet outil permet de compléter les outils de calculs commerciaux en maîtrisant les hypothèses de calculs et de discrétisation. Il est déjà appliqué aux structures mécano-soudées bi-dimensionnelles, car les soudures sont des zones vulnérables, le plus souvent déterminantes pour la durée de vie de la structure mécanique.

References

- [1] Y. Murakami, Stress Intensity Handbook, Volume 1, Pergamon Press, 1990.