

Modèle de Gurson à matrice de Coulomb et Drucker-Prager : solutions exactes sous chargement isotrope

PH. THORÉ^a, F. PASTOR^b, J. PASTOR^a

*a. Laboratoire LOCIE, POLYTECH'Savoie, Université de Savoie,
F 73376 Le Bourget du Lac Cedex, France*

*b. Laboratoire de Mécanique de Lille(LML), UMR8107 CNRS, Université de Lille-1,
F 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France*

Résumé :

Alors que la solution du problème d'analyse limite du modèle sphérique de Gurson – à matrice de von Mises et en symétrie sphérique – est bien connue, elle n'est pas, à notre connaissance, disponible dans les deux cas de chargement isotrope (traction, compression) pour les matrices de Coulomb et Drucker-Prager. Dans la présente note, nous établissons les solutions exactes en traction-compression isotropes pour une sphère creuse soumise à une traction ou compression isotrope externe. On fournit une comparaison avec des approches 3D par éléments finis du problème d'analyse limite. Il convient de mentionner que les solutions analytiques établies sont utiles non seulement en tant que solutions de référence mais qu'elles peuvent aussi servir comme partie de la solution générale en vitesses du modèle de la sphère creuse soumise à des sollicitations arbitraires.

Abstract :

Closed-form solutions for the Gurson type model with Drucker-Prager and Coulomb materials under isotropic loadings.

Though the solution to the limit analysis problem of the spherical model of Gurson – with a von Mises matrix and under spherical symmetry – is well known, it is not available, up to our knowledge, for both isotropic loadings (tension and compression) in the case of Drucker-Prager and Coulomb matrices. In the present note, we establish closed-form solutions for stress and strain fields in a hollow sphere under external isotropic tension and compression. A comparison with 3D finite element-based limit analysis approaches is provided. It must be emphasized that the established analytical results not only give useful reference solutions, but also a part of the general velocity field of the hollow sphere submitted to arbitrary loadings.

Mots clefs : Matériau poreux, modèle de Gurson, analyse limite, solution exacte, Drucker-Prager, Coulomb.

1 Introduction

Dans son fameux article de 1977 [1], Gurson a proposé une approche par borne supérieure du problème d'analyse limite d'une sphère creuse ou d'un cylindre creux dont la matrice est constituée d'un matériau de von Mises. L'analyse de Gurson consiste en une approche de type cinématique en vue d'obtenir une approche par l'extérieur. Elle est basée sur la superposition de deux champs de vitesse de déplacement dont l'un est la solution du problème de la sphère creuse soumise à une contrainte isotrope ou à une vitesse de déformation isotrope. J. B. Leblond a démontré plus tard que le résultat de Gurson était effectivement une approche par l'extérieur du critère donné par la solution exacte de ce modèle de la sphère creuse.

Plusieurs extensions du modèle de Gurson ont été proposées dans la littérature récente, en particulier les modèles prenant en compte les effets de la forme des vides [2], [3] et/ou l'anisotropie plastique de la matrice. D'autres extensions intéressantes concernent la prise en considération de la compressibilité plastique de la matrice, comme dans le cas des polymères ou des géomatériaux cohésifs [4], [5], [6], et [7]. Dans ces travaux sont traités les cas des matrices constituées des matériaux de Drucker-Prager et/ou de Coulomb. Là encore, on ressent un fort besoin de solutions de référence, numériques [8] ou analytiques. Le but de la présente note est tout d'abord d'établir la solution analytique complète du problème d'une sphère creuse constituée d'un matériau de Drucker-Prager ou de Coulomb soumise à une pression extérieure, ce qui permettra d'en déduire la charge limite et les champs associés de contraintes et de vitesses de déformation. On donne également le champ correspondant des vitesses de déplacement, qui pourrait être la première composante d'un champ-test de vitesses sous chargement arbitraire. La modélisation de l'endommagement ductile envisagée est similaire à celle proposée par [7] pour une matrice de Drucker-Prager. Il s'agira, dans un second temps et comme dans

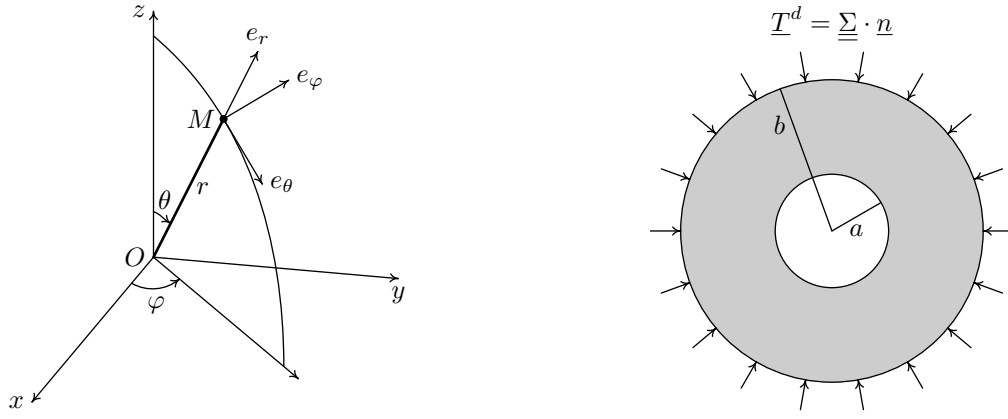


FIGURE 1 – Le système de coordonnées sphériques. FIGURE 2 – La sphère creuse sous pression uniforme.

les modèles dérivés de celui Gurson, d'ajouter au critère macroscopique à élaborer des lois de croissance de cavité ainsi qu'un modèle de coalescence, par exemple celui considéré par [9], les applications visées concernant les géomatériaux cohérents. Enfin, on présente une comparaison des résultats obtenus d'une part avec nos données récentes obtenues par éléments finis pour les deux matériaux poreux et d'autre part avec des résultats partiels parus récemment dans la littérature.

2 Position du problème

La sphère creuse considérée est constituée d'une cavité sphérique située dans une cellule concentrique faite d'un matériau rigide parfaitement plastique, homogène et isotrope, de Drucker-Prager ou de Coulomb. Cette sphère est soumise sur sa surface extérieure à une pression uniforme, d'où la symétrie sphérique du problème. Par suite ce problème est équivalent à celui de la même sphère soumise à une vitesse de déformation moyenne isotrope au bord. Le cadre théorique utilisé est celui de l'analyse limite, notée AL dans la suite.

Dans une première étape, nous présentons la solution en contraintes de ce problème, après avoir mis le critère sous une forme valable pour les deux matériaux. Nous déterminons ensuite les champs cinématiques associés, et vérifions ces résultats avec la méthode cinématique de l'AL. Nous comparons enfin ces résultats à ceux que nous avons obtenus à l'aide de nos codes éléments finis 3D ou axi-symétriques, en statique et en cinématique, ainsi qu'à des résultats partiels donnés dans le cas "Drucker-Prager poreux" en [6] et [7].

Expression de l'équilibre :

Le champ de contrainte $\underline{\sigma}$ n'a que trois composantes non nulles : σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, $\sigma_{\varphi\varphi}$, avec $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi}$, et les équations d'équilibre se réduisent à l'équation unique, en l'absence ici de champ de force volumique :

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + 2 \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad (1)$$

Critère de plasticité :

Du fait de la symétrie sphérique, les deux critères de plasticité considérés ici peuvent se mettre sous la forme :

$$\varepsilon (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}) + A \sigma_{\theta\theta} + B \sigma_{rr} - C \leq 0, \quad (2)$$

avec la convention suivante :

- $\varepsilon = +1$ en traction, avec $0 < \sigma_{rr} < \sigma_{\theta\theta}$,
- $\varepsilon = -1$ en compression, avec $\sigma_{\theta\theta} < \sigma_{rr} < 0$.

En effet, on a :

· Cas du critère de Coulomb :

Ainsi qu'il sera précisé plus loin (en 4.2), la symétrie sphérique permet d'écrire ce critère sous la forme :

$$f_{r\theta}(\underline{\sigma}) = |\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}| + (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) \sin \phi - 2c \cos \phi \quad (3a)$$

$$f_{r\varphi}(\underline{\sigma}) = |\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{rr}| + (\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}) \sin \phi - 2c \cos \phi. \quad (3b)$$

Aucune dérivation n'intervenant dans l'approche en contraintes, on peut exploiter l'égalité : $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi}$,

et le critère de Coulomb devient :

$$|\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}| + (\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr}) \sin \phi - 2c \cos \phi \leq 0, \quad (4)$$

ce qui conduit, par identification avec (2), à :

$$A = B = \sin \phi \text{ et } C = 2c \cos \phi.$$

· Cas du critère de Drucker-Prager :

Le critère de Drucker-Prager s'écrit :

$$\sqrt{J_2} + \alpha \operatorname{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) - k \leq 0, \quad (5)$$

avec :

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + (\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{rr})^2] + \sigma_{r\theta}^2 + \sigma_{\theta\varphi}^2 + \sigma_{\varphi r}^2$$

et : $\alpha = \frac{\sin \phi}{\sqrt{3(3+\sin^2 \phi)}}$; $H = c \cot \phi$; $k = 3\alpha H = 3\alpha c \cot \phi$; avec $\phi \in [0; \frac{\pi}{2}]$ et $\alpha \in [0; \frac{\sqrt{3}}{6}]$.

Exploitant à nouveau $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi}$, il s'ensuit que le critère (5) devient :

$$|\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}| + \alpha \sqrt{3} (2\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr}) - k \sqrt{3} \leq 0, \quad (6)$$

ce qui conduit à : $A = 2\alpha \sqrt{3} = 2 \sin \phi / \sqrt{3 + \sin^2 \phi}$; $B = A/2$ et $C = k \sqrt{3} = 3\alpha \sqrt{3} c \cot \phi$.

3 Détermination de la solution en contraintes

3.1 Approche commune aux deux critères

Commençant comme en [10] et [11, 12] pour une matrice de Coulomb d'extension infinie, on suppose que la totalité du solide a atteint la limite de plasticité ; les deux critères peuvent s'écrire :

$$2(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = a \sigma_{rr} - b, \quad (7)$$

avec :

$$a = 2 \frac{A+B}{A+\varepsilon} \quad ; \quad b = \frac{2C}{A+\varepsilon} \quad \Rightarrow \quad \frac{b}{a} = \frac{C}{A+B}. \quad (8)$$

Prenant en compte (7) pour intégrer l'équation d'équilibre (1), la solution s'écrit, pour la composante radiale σ_{rr} du champ de contrainte :

$$\sigma_{rr} = b/a + K r^{-a}, \quad (9)$$

relation dans laquelle K est une consante arbitraire.

Dans le cas présent d'une sphère creuse comportant une cavité sphérique concentrique dans laquelle le tenseur des contraintes est nul, en appelant respectivement R et r_0 les rayons externe et interne de la partie solide, et f la porosité (avec $r_0 = R f^{1/3}$), on obtient :

$$\sigma_{rr} = \frac{b}{a} \left[1 - f^{\frac{a}{3}} \left(\frac{R}{r} \right)^a \right], \quad (10)$$

d'où la contrainte normale sur la surface extérieure ($r = R$) :

$$P_0 = \frac{b}{a} [1 - f^{\frac{a}{3}}]. \quad (11)$$

De (7), on déduit les deux autres composantes (égales) $\sigma_{\theta\theta}$ et $\sigma_{\varphi\varphi}$:

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{b}{a} \left[1 - \left(1 - \frac{a}{2}\right) \left(\frac{r_0}{r}\right)^a \right]. \quad (12)$$

3.2 Cas de la matrice de Coulomb

Sachant que dans ce cas $A = B = \sin \phi$ et $C = 2c \cos \phi$, la composante σ_{rr} du tenseur de contrainte devient :

$$\sigma_{rr} = c \cot \phi \left\{ 1 - \left[f^{\frac{1}{3}} \frac{R}{r} \right]^{\frac{4\varepsilon \sin \phi}{1+\varepsilon \sin \phi}} \right\}, \quad (13)$$

d'où l'expression de la contrainte normale P_0 sur la frontière extérieure :

$$P_0 = c \cot \phi \left[1 - f^{\frac{4}{3} \frac{\sin \phi}{1+\varepsilon \sin \phi}} \right], \quad (14)$$

et finalement :

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = c \cot \phi \left\{ 1 - \frac{\varepsilon - \sin \phi}{\varepsilon + \sin \phi} \left[f^{\frac{1}{3}} \frac{R}{r} \right]^{\frac{4 \tan \phi}{\cos \phi} (\varepsilon - \sin \phi)} \right\}. \quad (15)$$

3.3 Cas de la matrice de Drucker-Prager

Des relations (10), (11) et (12) on déduit :

$$\sigma_{rr} = c \cot \phi \left\{ 1 - \left[f^{\frac{1}{3}} \frac{R}{r} \right]^{\frac{2 \tan \phi}{\cos \phi}} \left[\varepsilon \sqrt{3 + \sin^2 \phi} - 2 \sin \phi \right] \right\}, \quad (16)$$

d'où les expressions de la contrainte normale P_0 et de la composante tangentielle $\sigma_{\theta\theta}$ sur la frontière extérieure :

$$P_0 = c \cot \phi \left\{ 1 - f^{\frac{2 \tan \phi}{3 \cos \phi}} \left[\varepsilon \sqrt{3 + \sin^2 \phi} - 2 \sin \phi \right] \right\}, \quad (17)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = c \cot \phi \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\tan \phi \left(\varepsilon \sqrt{3 + \sin^2 \phi} - 2 \sin \phi \right)}{\cos \phi} \right] \left[f^{\frac{1}{3}} \frac{R}{r} \right]^{\frac{2 \tan \phi}{\cos \phi}} \left[\varepsilon \sqrt{3 + \sin^2 \phi} - 2 \sin \phi \right] \right\}. \quad (18)$$

Signalons que le résultat (17) a déjà été établi par [5] en suivant un raisonnement analogue.

Remarque : Du fait qu'à la frontière rien n'est imposé au champ de vitesses de déplacement, cette solution en contraintes sera la *solution exacte* si l'on peut trouver un champ de vitesse de déplacement associé, sans autre condition.

4 Détermination des champs de vitesses associés

La symétrie sphérique implique que la vitesse de déplacement est de la forme ($v_r(r), v_\theta = v_\varphi = 0$) ; les composantes non nulles du tenseur de déformation s'écrivent par suite : $d_{rr} = \frac{dv_r}{dr}$; $d_{\theta\theta} = d_{\varphi\varphi} = \frac{v_r}{r}$.

4.1 Cas de la matrice de Drucker-Prager composantes des champs de vitesses de déformation et de déplacement

Partant de (5), la loi de normalité donne les deux relations :

$$d_{rr} = \lambda(r) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{rr}} = \lambda(r) \left[\alpha + \frac{2\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi}}{6\sqrt{J_2}} \right], \quad (19)$$

$$d_{\theta\theta} = \lambda(r) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{\theta\theta}} = \lambda(r) \left[\alpha + \frac{2\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{6\sqrt{J_2}} \right]; \quad (20)$$

d'où, en utilisant ($\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi}$, $d_{\theta\theta} = d_{\varphi\varphi}$, $\sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta\varphi} = \sigma_{\varphi r} = 0$, $J_2 = \frac{1}{3}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2$) :

$$d_{rr} = \lambda(r) \left[\alpha - \frac{\varepsilon}{\sqrt{3}} \right]; \quad d_{\theta\theta} = \lambda(r) \left[\alpha + \frac{\varepsilon}{2\sqrt{3}} \right]; \quad d_{\theta\theta} = d_{\varphi\varphi}, \quad (21)$$

avec la même convention que précédemment pour ε (cf. section 2).

En utilisant $d_{\theta\theta} = \frac{v_r}{r}$ on obtient :

$$v_r = \left[\alpha + \frac{\varepsilon}{2\sqrt{3}} \right] r \lambda(r). \quad (22)$$

et l'équation différentielle :

$$\lambda(r) \left[\alpha - \frac{\varepsilon}{\sqrt{3}} \right] = \left[\alpha + \frac{\varepsilon}{2\sqrt{3}} \right] \left[r \frac{d\lambda(r)}{dr} + \lambda(r) \right], \quad (23)$$

dont la solution générale est : $\lambda(r) = K r^{-m}$, où K est une constante arbitraire positive et $m = \frac{3}{1+2\varepsilon\alpha\sqrt{3}}$.

On en déduit :

$$v_r = \left[\alpha + \frac{\varepsilon}{2\sqrt{3}} \right] K r^{1-m},$$

qui peut encore s'écrire, en revenant à la définition de α :

$$v_r = \varepsilon \frac{K}{2\sqrt{3}} \left[1 + \frac{2\varepsilon \sin \phi}{\sqrt{3 + \sin^2 \phi}} \right] r^{-2} \frac{1 - \varepsilon \sin \phi / \sqrt{3 + \sin^2 \phi}}{1 + 2\varepsilon \sin \phi / \sqrt{3 + \sin^2 \phi}} \quad (24)$$

4.2 Cas de la matrice de Coulomb

En contraintes principales le critère de Coulomb (4) s'écrit :

$$f(\underline{\sigma}) = |\sigma_i - \sigma_j| - 2c \cos \phi + (\sigma_i + \sigma_j) \sin \phi \leq 0, \quad \text{avec } i, j = 1, 2, 3.$$

Dans le présent problème, σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ et $\sigma_{\varphi\varphi}$ sont principales et il en est de même pour d_{rr} , $d_{\theta\theta}$ et $d_{\varphi\varphi}$, du fait de l'isotropie du matériau ; par suite la loi de normalité s'applique en valeurs principales.

Sous traction ou compression isotrope de la sphère creuse, on a toujours $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi}$ et une inégalité stricte entre σ_{rr} et $\sigma_{\theta\theta}$. Sur le cône représentant le critère de Coulomb (cône polyédrique à six faces identiques), le point représentatif de l'état de contrainte est donc sur une arête du fait de l'égalité précédente, mais pas au sommet du fait de l'inégalité stricte ; il en résulte que, des six inéquations possibles, seules quatre peuvent devenir égalités et être alors concernées par la loi de normalité :

$$f_{r\theta}(\underline{\sigma}) = \varepsilon(\sigma_{\theta} - \sigma_r) + (\sigma_r + \sigma_{\theta}) \sin \phi - 2c \cos \phi, \quad (25a)$$

$$f_{r\varphi}(\underline{\sigma}) = \varepsilon(\sigma_{\varphi} - \sigma_r) + (\sigma_r + \sigma_{\varphi}) \sin \phi - 2c \cos \phi, \quad (25b)$$

avec toujours la même convention pour ε .

Composantes des champs de vitesses de déformation et de déplacement associés

D'après la loi de normalité et les remarques précédentes, les composantes du tenseur des vitesses de déformation s'écrivent :

$$d_{rr} = \lambda_{r\theta}(r) \frac{\partial f_{r\theta}}{\partial \sigma_{rr}} + \lambda_{r\varphi}(r) \frac{\partial f_{r\varphi}}{\partial \sigma_{rr}} = [\lambda_{r\theta}(r) + \lambda_{r\varphi}(r)] (\sin \phi - \varepsilon), \quad (26a)$$

$$d_{\theta\theta} = \lambda_{r\theta}(r) \frac{\partial f_{r\theta}}{\partial \sigma_{\theta\theta}} + \lambda_{r\varphi}(r) \frac{\partial f_{r\varphi}}{\partial \sigma_{\theta\theta}} = \lambda_{r\theta}(r) (\sin \phi + \varepsilon), \quad (26b)$$

$$d_{\varphi\varphi} = \lambda_{r\theta}(r) \frac{\partial f_{r\theta}}{\partial \sigma_{\varphi\varphi}} + \lambda_{r\varphi}(r) \frac{\partial f_{r\varphi}}{\partial \sigma_{\varphi\varphi}} = \lambda_{r\varphi}(r) (\sin \phi + \varepsilon), \quad (26c)$$

avec : $\lambda_{ij} > 0 \Rightarrow f_{ij} = 0$.

Tenant compte de la symétrie sphérique ($d_{\varphi\varphi} = d_{\theta\theta}$), on pose : $\lambda(r) = \lambda_{r\varphi}(r) = \lambda_{r\theta}(r)$.

Les composantes du tenseur vitesse de déformation peuvent donc s'écrire :

$$d_{rr} = 2\lambda(r) (\sin \phi - \varepsilon) ; \quad d_{\theta\theta} = d_{\varphi\varphi} = \lambda(r) (\sin \phi + \varepsilon). \quad (27)$$

En utilisant comme plus haut l'expression $d_{\theta\theta} = v_r/r$, on obtient :

$$v_r = (\sin \phi + \varepsilon) r \lambda(r) ; \quad 2\lambda(r) (\sin \phi - \varepsilon) = (\sin \phi + \varepsilon) \left[\frac{d\lambda(r)}{dr} + \lambda(r) \right] \quad (28)$$

D'où finalement l'équation différentielle donnant $\lambda(r)$, en posant $m = \frac{3\varepsilon - \sin \phi}{\varepsilon + \sin \phi}$:

$$\frac{d\lambda(r)}{\lambda(r)} = -m \frac{dr}{r}. \quad (29)$$

La solution générale de (29) est donnée par : $\lambda(r) = K r^{-m}$ où K est une constante arbitraire, positive du fait de la loi de normalité. En tenant compte de (28), on obtient finalement pour champ de vitesses de déplacement admissible :

$$v_r = \varepsilon (1 + \varepsilon \sin \phi) K r^{-2 \frac{1-\varepsilon \sin \phi}{1+\varepsilon \sin \phi}} ; \quad v_{\theta} = v_{\varphi} = 0. \quad (30)$$

5 Résultats et comparaisons

Dans le Tableau 1, nous présentons, pour les matériaux de Coulomb et Drucker-Prager, une comparaison des solutions analytiques exactes précédentes avec les résultats obtenus par éléments finis (approches statique et cinématique de l'AL), présentés partiellement dans [8] et [13], pour une porosité $f = 10\%$ et trois valeurs de l'angle de frottement interne ($\phi = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$). On observe une remarquable concordance des valeurs théoriques avec les bornes inférieures et supérieures obtenues par éléments finis.

Considérons maintenant la solution proposée récemment par [7]. Dans ce but, nous reportons dans le Tableau 2 les données fournies fort aimablement par le second auteur dans le cas d'un chargement *isotrope*, une matrice de Drucker-Prager, une porosité $f = 5\%$, un angle de frottement interne $\phi = 19.8576^\circ$ et une cohésion $c = \sigma_0 \tan \phi / (\alpha \sqrt{27})$ (correspondant à $\Psi_\alpha = 30^\circ$ dans [7]). Leurs résultats sont bien vérifiés comme solution exacte. Sous chargement quelconque, leur approche, bien que non strictement cinématique, apparaît comme une estimation de qualité, assez précisément encadrée par nos approches MEF non détaillées ici faute de place.

		Porosité f	10%	10%	10%
		Angle de frottement ϕ	10°	20°	30°
Coulomb	Compression	Statique MEF	-5.0416	-10.439	-33.140
		Solution analytique	-5.1397	-10.805	-35.584
		Cinématique MEF	-5.1848	-10.977	-36.770
	Traction	Statique MEF	2.0488	1.4744	1.0422
		Solution analytique	2.0704	1.4911	1.1096
		Cinématique MEF	2.1003	1.5016	1.1145
Drucker-Prager	Compression	Statique MEF	-4.3116	-8.7407	-26.133
		Solution analytique	-4.3961	-9.0408	-28.764
		Cinématique MEF	-4.6174	-9.6553	-30.218
	Traction	Statique MEF	1.7806	1.2906	0.9654
		Solution analytique	1.8045	1.3031	0.9704
		Cinématique MEF	1.8293	1.3110	0.9733

TABLE 1 – Comparaison des valeurs exactes P_0/c à celles obtenues par éléments finis pour les matériaux poreux de Coulomb et Drucker-Prager.

	Guo & al. (2008)	Jeong (2002)	Cinématique MEF	Solution analytique	Statique MEF
Traction	0.9787	0.9787	0.9815	0.978747	0.9747
Compression	-9.5577	-9.5577	-9.8631	-9.557671	-9.1725

TABLE 2 – Comparaison des valeurs de [7] à nos valeurs P_0/σ_0 (chargement isotrope, matrice de Drucker-Prager, porosité $f = 5\%$, $\phi = 19.8576^\circ$, $c = \sigma_0 \tan \phi / (\alpha\sqrt{27})$).

Références

- [1] Gurson A. L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth - part I : yield criteria and flow rules for porous ductile media. *J. Engng. Mater. Technol.*, 99, 2–15, 1977.
- [2] M. Gologanu G. P., J.B. Leblond and Devaux J. Recent extensions of Gurson’s model for porous ductile metals. In Suquet P., editor, *Continuum Micromechanics*. Springer Verlag, 1997.
- [3] M. Garajeu P. S., J.C. Michel. A micromechanical approach of damage in viscoplastic materials by evolution in size, shape and distribution of voids. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 183, 223–246, 2000.
- [4] Barthélémy J.-F. D. L. Détermination du critère de rupture macroscopique d’un milieu poreux par homogénéisation non linéaire. *Comptes Rendus Mécanique, Acad. Sc. Paris.*, 331, 271–276, 2003.
- [5] Jeong H. Y. and Pan J. A macroscopic constitutive law for porous solids with pressure-sensitive matrices and its implications to plastic flow localization. *Int. J. of Solids and Structures*, 32, 3669–3691, 1995.
- [6] Jeong H. Y. A new yield function and a hydrostatic stress-controlled model for porous solids with pressure-sensitive matrices. *Int. J. of Solids and Structures*, 39, 1385–1403, 2002.
- [7] Guo T. F., Faleskog J., and Shih C. F. Continuum modeling of a porous solid with pressure sensitive dilatant matrix. *J. of the Mechanics and Physics of Solids*, 56, 2188–2212, 2008.
- [8] Trillat M., Pastor J., and Thoré P. Limit analysis and conic programming : “porous Drucker-Prager” material and Gurson’s model. *Comptes Rendus Mécanique, Acad. Sc.*, 334, 599–604, 2006.
- [9] Tvergaard V. and Needleman A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metallurgica*, 32, 157–169, 1984.
- [10] Chadwick. P. The quasi-static expansion of a spherical cavity in metals and ideal soils. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, pages 52–71, 1959.
- [11] Salençon J. Expansion quasi-statique d’une cavité à symétrie sphérique ou cylindrique dans un milieu élastoplastique. *Annales des Ponts et Chaussées*, III, 175–187, 1966.
- [12] Salençon J. Contraction quasi-statique d’une cavité à symétrie sphérique ou cylindrique dans un milieu élastoplastique. *Annales des Ponts et Chaussées*, IV, 231–236, 1969.
- [13] Pastor J., Thoré P., and Vandenbussche C. Gurson model and conic programming for pressure-sensitive materials. *Key Engineering Materials*, 348-349, 693–696, 2007.