# **CONTRÔLE PASSIF D'UN MODE DE TORSION DE VÉHICULE VIA DES ABSORBEURS NON LINÉAIRES**

# **B.VAURIGAUD**<sup>a</sup>, **T.A.NGUYEN**<sup>a</sup>, **S.PERNOT**<sup>a</sup>, **C.-H.LAMARQUE**<sup>a</sup>, **Z.DIMITRIJEVIC**<sup>b</sup>

a. Université de Lyon, ENTPE-CNRS/DGCB, Vaulx-en-Velin, France b. DRIA/DSTF/MSMX, Peugeot Citroën Automobiles, Vélizy-Villacoublay, France

# Résumé :

Ce travail s'intéresse au phénomène de pompage énergétique dans un système comportant un grand nombre de degrés de liberté. Deux absorbeurs à non-linéarités cubiques essentielles sont couplés à un modèle éléments finis de véhicule pour contrôler un mode de torsion excité par la trépidation issue du contact des pneumatiques sur la chaussée. Le comportement du système, réduit en base modale par une condensation de Craig-Bampton, puis au seul mode de torsion, est ensuite étudié analytiquement en régime libre puis en régime forcé. Une méthode numérique de dimensionnement est établie, suivie d'essais numériques menés afin de vérifier la performance de l'absorbeur

# Abstract :

This paper study Targeted Energy Transfer in a multi degree-of-freedom system. A finite element model is coupled with two essentially cubic Nonlinear Energy Sinks (NESs) in order to attenuate the vibration of a torsional mode, excited by the car displacement on the road. The system behaviour, reduced to a Craig-Bampton modal basis and to the torsional mode, is analyticaly studied in the free and forced damped cases. A numerical design is performed for the NESs and numerical simulations are used to asses the NES efficiency

# **Mots clefs :** Contrôle passif de vibrations, absorbeurs non linéaires, bifurcations, modèle éléments finis de véhicule, échelles multiples, complexification

# **1** Introduction

De nombreux travaux ont été consacrés à l'étude du phénomène de pompage énergétique et ont mis en évidence l'intérêt du phénomène pour des applications en contrôle vibratoire. Le phénomène de pompage énergétique permet le transfert et la localisation d'énergie vibratoire d'un système maître vers un système auxiliaire couplé via un couplage essentiellement non-linéaire, lors de bifurcations du système [1]. Des études théoriques et expérimentales ont permis de mieux comprendre et d'envisager de manière plus claire le phénomène via des expérimentations [2],[3]. Ces études ont pu dégager des avantages certains des absorbeurs non linéaires comme une couverture de gamme fréquentielle plus large, ainsi qu'une action sur le régime transitoire, ce qui en fait un concurrent des systèmes d'absorption linéaires de type TMD(TunedMassDamper).

Dans le domaine automobile les problématiques vibratoires induites par la trépidation des pneumatiques sur la chaussée influencent directement le ressenti et le confort de l'usager. La garantie permanente d'un bon ressenti fait fréquemment appel à des absorbeurs TMDs.

C'est ce dernier système qui équipe généralement les véhicules de type cabriolet, comportant des faiblesses de rigidité intrinsèques à leur architecture, pour améliorer leur confort vibratoire. Bien qu'efficace il présente des inconvénients non négligeables : une forte masse ajoutée, ainsi qu'une amplification localisée des vibrations à des fréquences voisines du mode.

L'objectif de l'étude menée ici est d'étudier la réalisation d'un contrôle vibratoire passif utilisant des absorbeurs non linéaires de type NES. Pour cette étude les NES seront substitués aux actuels batteurs linéaires par un assemblage similaire au système actuel en utilisant de faibles masses ajoutées et des raideurs purement cubiques. La garantie du confort vibratoire de l'usager se fera par la mesure de la réponse du système aux niveaux de points de conforts du véhicule.

#### Etude de faisabilité sur un modèle de véhicule automobile 2

L'étude est basée sur un modèle éléments finis du véhicule à 12055 degrés de liberté. La prise en compte des efforts de trépidation exercés par les roues du véhicule est réalisée par une technique de réduction de Craig-Bampton. Le modèle de Craig-Bampton est construit en introduisant la transformation suivante :  $\underline{X} = [\underline{X}_{br}, \underline{X}_b] = [\underline{X}_{br}, \underline{\Phi}\underline{q} + \underline{\mathbb{K}}_s \underline{X}_{br}]$ , les équations du mouvement s'écrivent alors :

$$(M) \begin{cases} \underline{\underline{m}}\,\ddot{\underline{q}} + \underline{\underline{c}}\,\dot{\underline{q}} + (\underline{\underline{k}}\, + i\underline{\underline{h}})\underline{q} - k_a(y_a - \underline{\phi}_{i_a}^T \underline{q} - \underline{L}_{br,i_a}^T \underline{\underline{\mathbb{K}}}_{\underline{s}} \underline{X}_{br})^3 \underline{\phi}_{i_a} - k_b(y_b - \underline{\phi}_{i_b}^T \underline{q} - \underline{L}_{br,i_b}^T \underline{\underline{\mathbb{K}}}_{\underline{s}} \underline{X}_{br})^3 \underline{\phi}_{i_b} \\ -c_a(\dot{y}_a - \underline{\phi}_{i_a}^T \dot{\underline{q}} - \underline{L}_{br,i_a}^T \underline{\underline{\mathbb{K}}}_{\underline{s}} \underline{X}_{br}) \underline{\phi}_{i_a} - c_b(\dot{y}_b - \underline{\phi}_{i_b}^T \dot{\underline{q}} - \underline{L}_{br,i_b}^T \underline{\underline{\mathbb{K}}}_{\underline{s}} \underline{X}_{br}) \underline{\phi}_{i_b} \\ = \underline{\underline{\Phi}}^T \left[ \underline{f}_b(t) - \underline{\underline{M}}_{cb} \, \underline{X}_{br} - \underline{\underline{C}}_{cb} \, \underline{X}_{br} - i \, \underline{\underline{H}}_{cb} \, \underline{X}_{br} \right] \\ (m_i) \qquad \begin{cases} m_a \ddot{y}_a + c_a(\dot{y}_a - \underline{\phi}_{i_a}^T \dot{\underline{q}} - \underline{L}_{br,i_a}^T \underline{\underline{\mathbb{K}}}_{\underline{s}} \underline{X}_{br}) + k_a(y_a - \underline{\phi}_{i_a}^T \underline{q} - \underline{L}_{br,i_a}^T \underline{\underline{\mathbb{K}}}_{\underline{s}} \underline{X}_{br})^3 = 0 \\ m_b \ddot{y}_b + c_b(\dot{y}_b - \underline{\phi}_{i_b}^T \dot{\underline{q}} - \underline{L}_{br,i_b}^T \underline{\underline{\mathbb{K}}}_{\underline{s}} \underline{X}_{br}) + k_b(y_b - \underline{\phi}_{i_b}^T \underline{q} - \underline{L}_{br,i_b}^T \underline{\underline{\mathbb{K}}}_{\underline{s}} \underline{X}_{br})^3 = 0 \end{cases}$$
 (2)

 $\underline{\underline{\Phi}}: \text{modes bloqués} , \ \underline{\underline{\mathbb{K}}}_s: \text{modes statiques} , \ m_a, m_b: \text{masses ajoutées} , \ y_a, y_b: \text{déplacements des NES} \\ \underline{\underline{m}} = \underline{\underline{\Phi}}^T \underline{\underline{M}}_b \underline{\underline{\Phi}} , \ \underline{\underline{c}} = \underline{\underline{\Phi}}^T \underline{\underline{C}}_b \underline{\underline{\Phi}} , \ \underline{\underline{k}} + i\underline{\underline{h}} = \underline{\underline{\Phi}}^T (\underline{\underline{K}}_b + i\underline{\underline{H}}_b) \underline{\underline{\Phi}}: \text{masse, dissipation et raideur modales condensées} \\ (\underline{\underline{\phi}}_a, \underline{\underline{\phi}}_b) = (\underline{\underline{\Phi}}^T \underline{\underline{L}}_{br, i_a}, \underline{\underline{\Phi}}^T \underline{\underline{L}}_{br, i_b}): \text{ participations modales aux ancrages}, \ \underline{\underline{L}}_{br, i_k}: \text{ matrice de forme à l'ancrage k}$ 

En vue du dimensionnement du système d'absorption le comportement du véhicule est réduit au seul mode préjudiciable à contrôler, le mode de torsion à 15,41Hz du véhicule, en faisant l'hypothèse que celui-ci n'est pas modifié par l'ajout des NESs. Les équations (1) et (2) deviennent alors scalaires :

$$\begin{cases} \ddot{q}_t + \epsilon \lambda_0 \dot{q}_t + \omega_0^2 q_t + \phi_a \epsilon \ddot{y}_a + \alpha \phi_b \epsilon \ddot{y}_b &= 0\\ \epsilon \ddot{y}_a + \lambda_a \epsilon (\dot{y}_a - \phi_a \dot{q}_t) + \epsilon \omega_a^2 (y_a - \phi_a q_t)^3 &= 0\\ \epsilon \ddot{y}_b + \lambda_b \epsilon (\dot{y}_b - \phi_b \dot{q}_t) + \epsilon \omega_b^2 (y_b - \phi_b q_t)^3 &= 0 \end{cases}$$
(3)

 $\epsilon = \frac{m_a}{M_t} \ , \ \alpha = \frac{m_b}{m_a} \ , \ \omega_0^2 = \frac{K_t}{M_t} \ , \ \omega_a^2 = \frac{k_a}{m_a} \ , \ \omega_b^2 = \frac{k_b}{m_b} \ , \ \phi_l = \phi(x_{i_l}) \ l = a, \ b =$  $\lambda_0 = \frac{C_t}{m_a}$ ,  $\lambda_a = \frac{c_a}{m_a}$ ,  $\lambda_b = \frac{c_b}{m_b}$ ,  $q_t$ : déplacements généralisés du mode de torsion Le système est ensuite ramené aux déplacements internes des NES et au centre de masse du système par les

changements de variables :

$$u(t) = q_t(t) + \epsilon \phi_a v(t) + \alpha \phi_b \epsilon w(t), \quad v(t) = \phi_a q_t(t) - y_a(t), \quad w(t) = \phi_b q_t(t) - y_b(t)$$
(4)

Après un développement de Taylor d'ordre 2, le changement de variable complexe suivant est introduit [4] :

$$\varphi_1 e^{i\omega_0 t} = \dot{u} + i\omega_0 u \quad \varphi_2 e^{i\omega_0 t} = \dot{v} + i\omega_0 v \quad \varphi_3 e^{i\omega_0 t} = \dot{w} + i\omega_0 w \tag{5}$$

Une analyse en échelles multiples est réalisée selon les développements suivants :

$$\varphi_k = \varphi_{k0} + \epsilon \varphi_{k1} + \epsilon^2 \varphi_{k2} + \dots \quad k = 1, 2, 3 \quad , \quad T_l = \epsilon^l t \quad , \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial T_0} + \epsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2} + \dots$$

En éliminant les termes résonants les développements de Taylor à l'ordre  $\epsilon^0$  de (1) et (2) donnent :

$$\frac{\partial \varphi_{10}}{\partial T_0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_{10} = \varphi_{10}(T_1, T_2, \dots) \tag{6}$$

$$\frac{\partial \varphi_{20}}{\partial T_0} = \frac{i\omega_0 \phi_a}{2} \varphi_{10} - \frac{i\omega_0}{2} (1+ia) \varphi_{20} + \frac{3i\Omega_a}{8} \varphi_{20}^2 \varphi_{20}^*$$
(7)

$$\frac{\partial \varphi_{30}}{\partial T_0} = \frac{i\omega_0 \phi_b}{2} \varphi_{10} - \frac{i\omega_0}{2} (1+ib) \varphi_{30} + \frac{3i\Omega_b}{8} \varphi_{30}^2 \varphi_{30}^*$$
(8)

Et le développement à l'ordre  $\epsilon^1$  de (1) :

$$\frac{\partial\varphi_{10}}{\partial T_1} = \frac{-i\omega_0}{2} \left(-i\zeta_0\phi_a^2 + \alpha\phi_b^2\right)\varphi_{10} + \frac{i\omega_0}{2} \left(\phi_a\varphi_{20} + \alpha\phi_b\varphi_{30}\right) \tag{9}$$

avec  $a = \frac{\lambda_a}{\omega_0}, b = \frac{\lambda_b}{\omega_0}, \zeta_0 = \frac{\lambda_0}{\omega_0}, \Omega_a = \frac{\omega_a^2}{\omega_0^2}, \Omega_b = \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2}.$ 

D'après l'équation (6) la variable  $\varphi_{10}$  ne dépend pas de  $T_0$ , ainsi dans l'hypothèse d'une résonance 1 :1 les équations (7) et (8) décrivent l'évolution des variables  $\varphi_{20}$  et  $\varphi_{30}$  par rapport à l'échelle de temps  $T_0$ . Il est possible de démontrer [1] que les variables  $\varphi_{20}$  et  $\varphi_{30}$  évoluent vers un état d'équilibre tel que :

$$\frac{i\omega_0\phi_a}{2}\varphi_{10} - \frac{i\omega_0}{2}(1+ia)\phi_{20} + \frac{3i\Omega_a}{8}\phi_{20}^2\phi_{20}^* = 0 \quad \phi_{20}(T_1,\ldots) = \lim_{T_0 \to \infty}\varphi_{20}(T_0,T_1,\ldots)$$
(10)

$$\frac{i\omega_0\phi_b}{2}\varphi_{10} - \frac{i\omega_0}{2}(1+ib)\phi_{30} + \frac{3i\Omega_b}{8}\phi_{30}^2\phi_{30}^* = 0 \quad \phi_{30}(T_1,\ldots) = \lim_{T_0\to\infty}\varphi_{30}(T_0,T_1,\ldots)$$
(11)

Afin d'observer l'évolution du système les variables sont décomposées sous forme polaire :  $\varphi_{k0} = R_{k0}e^{i\gamma_k}$ Aprés diverses manipulations algébriques les relations suivantes sur les amplitudes sont obtenues :

$$\frac{\partial R_{20}^2}{\partial T_1} = \frac{-R_{20}^2 \omega_0 (16\omega_0^2 (1+a^2) - 24\omega_0 \Omega_a R_{20}^2 + 9\Omega_a^2 R_{20}^4)}{K} \zeta_0 + \frac{-16\omega_0^3 \phi_a^2 (aR_{20}^2 + \alpha b R_{30}^2)}{K} \zeta_0 + \frac{16\omega_0^3 \phi_a^2 (aR_{20}^2 + \alpha b R_{30}^2)}{K}$$
(12)

$$R_{10}^{2} = \frac{a^{2}}{\phi_{a}^{2}}R_{20}^{2} + \frac{R_{20}^{2}}{\phi_{a}^{2}}\left[1 - \frac{3\Omega_{a}}{4\omega_{0}}R_{20}^{2}\right] = \frac{b^{2}}{\phi_{b}^{2}}R_{30}^{2} + \frac{R_{30}^{2}}{\phi_{b}^{2}}\left[1 - \frac{3\Omega_{b}}{4\omega_{0}}R_{30}^{2}\right]$$
(13)

L'équation (13) permet d'obtenir une relation entre les variables  $R_{20}^2$  et  $R_{30}^2$ , cependant dans le cas général cette relation est complexe et ne permet pas d'accéder simplement au comportement du système. Dans une optique de design du système d'absorption nous allons lier les paramètres afin de simplifier cette relation. Les conditions de design imposées sont les suivantes :

$$\Omega_a \phi_a^2 = \Omega_b \phi_b^2 \qquad a = b \tag{14}$$

et fournissent alors la relation  $\phi_b^2 R_{20}^2 = \phi_a^2 R_{30}^2$ , en négligeant l'amortissement du système véhicule l'équation s'écrit :

$$\frac{\partial Z}{\partial T_1} = \frac{-Za\omega_0^3(\phi_a^2 + \alpha\phi_b^2)}{\omega_0^4(1+a^2) - 3\omega_0^2 Z + \frac{27}{16}Z^2} \quad Z = \Omega_a R_{20}^2 \tag{15}$$

$$\Rightarrow f(Z) = \frac{27}{32}Z^2 - 3\omega_0^2 Z + \omega_0^4 (1 + a^2) ln(Z) = C - a\omega_0^3 (\phi_a^2 + \alpha \phi_b^2) T_1$$
(16)

où C est une constante déterminée par les conditions initiales.

La figure 1 représente l'intégration de l'équation (15) pour différentes conditions initiales.

Le dénominateur de (15) ne possède de racines réelles que pour la condition  $a \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$ , cette condition est une valeur seuil de l'amortissement des NES. Au delà de ce seuil il y a impossibilité d'apparition de solutions multiples et donc de bifurcations, dont le passage est caractéristique du phénomène de pompage énergétique [1]. Il est donc primordial de maintenir un faible amortissement des NES.



FIG. 1 – Evolution de Z10 et Z20 pour différentes conditions initiales, a=0.1,  $\zeta_0$ =0.03

### 2.1 Essais numériques en régime libre

Nous allons maintenant observer l'effet des variations des différents paramètres de masse ajoutée  $m_a$ , de raideur  $k_a$  et d'amortissement  $c_a$  sur le comportement en régime libre réduit au seul mode de torsion. Pour obtenir la condition initiale en vitesse représentative de la trépidation le système est excité en régime sinusoïdal à la pulsation du mode de torsion jusqu'a obtention d'un régime périodique, le jeu de conditions initiales souhaité est alors extrait puis projeté sur le mode de torsion pour obtenir  $q_t(0)$  et  $\dot{q}_t(0)$ .



FIG. 2 – Déplacements généralisés du mode de torsion  $q_t$  avec variation de (a) : $k_a$ , (b) : $m_a$ , et (c) : $c_a$  pour le système réduit au seul mode de torsion. Paramètres fixés :  $k_a = 10^{7.5} N.m^{-3}$ ,  $c_a = 10N.s.m^{-1}$ ,  $m_a = 2kgs$ 

Les résultats présentés en figure 2 permettent une approche qualitative du comportement du système en fonction des différents paramètres. L'influence du système d'absorption est nette sur deux points : la diminution rapide des amplitudes d'oscillation et la cassure du premier pic de déplacement induit par la condition initiale en vitesse.

On remarque que le paramètre déterminant pour l'efficacité du système est la raideur des NESs, l'amortissement joue cependant lui aussi un rôle important, enfin la variation de la masse a un rôle limité, l'efficacité étant déjà importante pour  $m_a=2$ kgs.

Cependant il faut garder en mémoire que l'influence de ces paramètres est aussi transversale, et que ces comportements sont directement dépendants des niveaux d'énergie appliqués au système, et donc dans ce cas de l'amplitude de la sollicitation en trépidation.



FIG. 3 – Déplacements généralisés du mode de torsion  $q_t$  en fonction de la raideur nonlinéaire  $k_a$ ; paramètres :  $m_a = 2$  kgs,  $m_b = 2$  kgs,  $c_a = c_b = 10 N.s.m^{-1}$ , base de 40 modes.

L'observation de l'influence de la variation de la raideur non linéaire pour le modèle complet à 40 modes de vibrations, représentée figure 3, permet d'observer la même tendance. Ĉependant la présence des autres modes de vibration vient amoindrir l'efficacité du NES, qui reste importante.

#### 2.2Un critère de dimensionnement

Le critère de dimensionnement utilise l'énergie mécanique du système maître réduit au seul mode de torsion :  $E_m = \frac{1}{2}m_t\dot{q}_t^2 + \frac{1}{2}k_tq_t^2$ . Il est réalisé par le calcul de l'aire sous la courbe de l'énergie mécanique du système contrôlé par les NESs à t=15 périodes, noté  $A_{15T}$ . L'évolution de cette surface dépend étroitement des différentes valeurs des paramètres  $\dot{q}_t(0)$ ,  $q_t(0)$ ,  $m_a$ ,  $c_a$  et  $k_a$ .

Dans le cadre du dimensionnement les paramètres  $E_m^0 = \frac{1}{2}m_t\dot{q}_t(0)^2 + \frac{1}{2}k_tq_t(0)^2$  et  $m_a, m_b$ , valeurs des masses ajoutées seront fixés. Nous allons donc tout d'abord étudier l'aire  $A_{15T}$  par rapport aux caractéristiques de raideur et d'amortissement des NESs.

Les conditions initiales équivalentes au forcing de trépidation, qui déterminent la valeur du paramètre  $E_m^0$ 

sont :  $q_t(0) = -4.828783.10^{-5} m$ ,  $\dot{q}_t(0) = 0.2332 m.s^{-1}$ . Les masse ajoutées sont symétriques telles que  $m_a = m_b = 2$ kgs. L'évolution de la variable  $A_{15T}$  en fonction de  $c_a$  et  $k_a$  est alors étudiée afin de déterminer le couplet  $(c_a, k_a)$  optimal, la condition de design permettant ensuite de dimensionner la totalité du système.

Une méthode de type goutte d'eau est utilisée pour la recherche du minimum, c'est à dire une recherche en croix de proche en proche de la pente du domaine. Cette méthode est illustrée en figure 4.

### 2.3 Application

Pour mieux aborder le problème la notion d'efficacité du système est définie à l'aide de la valeur de  $A_{15T}$  du banc dépourvu de tout système de contrôle vibratoire notée  $\tilde{A}_{15T}$ . Le système étant linéaire cette valeur ne dépend pas de l'énergie initiale apportée au système. L'efficacité du système par rapport à  $\tilde{A}_{15T}$  est notée e, et définie par la relation suivante :

$$e = (\tilde{A}_{15T} - A_{15T}) / \tilde{A}_{15T}$$

L'évolution de *e* est illustrée en figure 4. Pour dimensionner correctement le système il reste alors à choisir l'efficacité minimale souhaitée du système d'absorption. Il est aussi possible de recouper les bassins pour différentes énergies initiales afin de vérifier la robustesse du design. On trouve une valeur de dimensionnement optimale proche de  $k_a = 10^8 N.m^{-3}$  ce qui concorde avec les graphes présentés figure 3.



FIG. 4 – Evolution de la variable e en fonction des paramètres  $k_a$  et  $c_a$  du NES

### 3 Etude analytique du modèle condensé en régime forcé

En incluant les paramètres de forcing, tels que  $\underline{X}_{br} = E_0 sin(\omega_f t)$ , les équations (3) prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} (1 + \epsilon \phi_a^2 + \alpha \epsilon \phi_b^2) \ddot{q}_t + \epsilon \lambda_0 \dot{q}_t + \omega_0^2 q + \phi_a \epsilon \ddot{v} + \alpha \phi_b \epsilon \ddot{w} = \epsilon F(t) \\ \epsilon \ddot{v} + \lambda_a \epsilon \dot{v} + \omega_a^2 v^3 + \phi_a \ddot{q}_t = \epsilon F_a(t) \\ \epsilon \ddot{w} + \lambda_b \epsilon \dot{w} + \omega_b^2 w^3 + \alpha \phi_b \ddot{q}_t = \epsilon F_b(t) \end{cases}$$
(17)

$$\begin{split} v(t) &= y_a(t) - \phi_a q_t(t) - k_a^s E_0 sin(\omega_f) t \ , \ w(t) = y_b(t) - \phi_b q_t(t) - k_b^s E_0 sin(\omega_f) t \\ u(t) &= (1 + \epsilon \phi_a^2 + \alpha \phi_b^2) q_t(t) + \epsilon \phi_a v(t) + \alpha \epsilon \phi_b w(t) \ , \ \underline{L}_{br,i_a}^T \underline{\mathbb{K}}_s = k_a^s \ , \ \underline{L}_{br,i_b}^T \underline{\mathbb{K}}_s = k_b^s \end{split}$$

En appliquant une démarche identique au cas du régime libre, en posant  $\omega_f = \omega + \epsilon \sigma$ , et en utilisant la condition de design (14), l'équation différentielle en amplitude obtenue est la suivante :

$$\frac{\partial R_{20}}{\partial T_{1}} = \frac{-\omega_{0}R_{20}(16\omega_{0}^{2}(1+a^{2})-24\omega_{0}\Omega_{a}R_{20}^{2}+9\Omega_{a}^{2}R_{20}^{4})}{2K}\zeta_{0} + \frac{-16\omega_{0}^{3}aR_{20}(\phi_{a}^{2}+\alpha\phi_{b}^{2})}{2K} \qquad (18)$$

$$+ \frac{-4\omega_{0}^{2}\phi_{a}F((3\Omega_{a}R_{20}^{2}-4\omega_{0}^{2})\cos(\sigma T_{1}-\gamma_{20})+4\omega_{0}asin(\sigma T_{1}-\gamma_{20}))}{2K} \\
\frac{\partial\gamma_{20}}{\partial T_{1}} = \frac{-24\omega_{0}^{2}a\Omega_{a}R_{20}^{3}}{2KR_{20}}\zeta_{0} + \frac{-\omega_{0}(\phi_{a}^{2}+\alpha\phi_{b}^{2})R_{20}(16\omega_{0}^{2}a^{2}+12\omega_{0}\Omega_{a}R_{20}^{2}+27\Omega_{a}^{2}R_{20}^{4})}{2KR_{20}} \\
+ \frac{-4\omega_{0}\phi_{a}F(4\omega_{0}^{2}-9\Omega_{a}R_{20}^{2})sin(\sigma T_{1}-\gamma_{20})+4\omega_{0}acos(\sigma T_{1}-\gamma_{20}))}{2KR_{20}}$$

$$(19)$$

Dans ces équations la condition sur l'amortissement pour l'annulation du dénominateur observée pour l'équation (15) est encore présente. Ce système d'équations présente différents points fixes dont la stabilité dépend entre autre du paramètre de forcing. Ceci met en évidence la possibilité d'apparition de régimes de natures différentes, avec possibilité de régimes quasi-périodiques[3]. La sensibilité de ces régimes à l'intensité du forcing nous ramène à la notion de seuil de déclenchement en énergie mise en évidence dans le cas du régime libre.

## 3.1 Essais numériques sous sollicitation harmonique

Des essais numériques sous sollicitation harmonique sont ensuite réalisés. Le système est excité par un forçage de trépidation du véhicule à une fréquence voisine du mode de torsion. L'excitation en trépidation consiste ici à bloquer les degrés de liberté des roues avant du véhicule et à imposer en base des roues arrières une sollicitation harmonique en déplacement. La condensation de Craig-Bampton permet de définir un vecteur de forces modales généralisées à appliquer au modèle condensé de véhicule, une continuation utilisant un schéma de Runge-Kutta RK45 nous permet ensuite de tracer les courbes de réponse en fréquence (Frf). La Frf est considérée au point de confort **tsb** pour les différents système : libre,TMD, et NESs.



FIG. 5 – FrF au point **tsb** (m) TMD, système libre et (a) différentes raideur non-linéaires  $k_a = 10^{6-9} N.m^{-3}$  pour le seul mode de torsion ; (b) pour  $k_a = 10^6 N.m^{-3}$ ,  $10^8 N.m^{-3}$  base de 40 modes ; (c) vue rapprochée du mode de torsion issue de (b) ; paramètres :  $m_a = 2$  kgs,  $m_b = 2$  kgs,  $c_a = c_b = 10N.s.m^{-1}$ 

L'essai représenté figure 5(a) réalisé pour le seul mode de torsion au voisinage du dimensionnement optimal montre une efficacité satisfaisante du NES au niveau de la résonance, on contaste que le TMD amplifie une zone base fréquence entre 1 et 4 Hz, au délà de la courbe d'amplification linéaire, ce qui semble pouvoir être évité pour la solution NESs. Pour le modèle à 40 modes représenté figure 5 (b), (c) le NES reste efficace, mais produit lui aussi une amplification à basse fréquence et demeure peu sensible au dimensionnement.

# **4** Conclusions et perspectives

Les résultats présentés ici ont permis à partir d'un modèle éléments finis de véhicule, condensé sur une base de Craig-Bampton, et via une approche analytique puis numérique de mettre en évidence l'apparition de bifurcations dans le système obtenu. A partir de ces résultats un dimensionnement a été établi par la réduction du modèle au seul mode de torsion, puis vérifié par des simulations numériques incorporant les principaux modes actifs.

L'efficacité du système d'absorption a été démontrée, le système apporte un gain au niveau du poids important, et contrairement au TMD agit sur le régime transitoire tout en montrant de bonnes performances en régime forcé. Cependant des problèmes dûs à la gravité doivent aussi être pris en compte, le dimensionnement doit aussi évoluer et s'adapter au régime forcé. Enfin une phase de validation expérimentale doit être menée.

Tous ces points font actuellement l'objet d'approfondissements, avec mise en oeuvre d'un prototype sur un banc d'essai, dans la poursuite du partenariat avec Peugeot Citroën Automobiles (PCA).

### Remerciements

Ce travail a été financé par l'ANR dans le cadre du projet ADYNO ANR-07-BLAN-0193 et par PCA.

## Références

- [1] Gendelman O. Bifurcation of non linear normal modes of linear oscillators with strongly nonlinear damped attachement. Nonlinear Dynamics, 37(2), 115–128, 2004.
- [2] Gourdon E., Alexander N., Taylor C., Lamarque C., and Pernot S. Nonlinear energy pumping under transient forcing with strongly nonlinear coupling : Theoretical and experimental results. Journal of Sound and Vibration, 300(3-5), 522–551, 2007.
- [3] Gendelman O., Gourdon E., and Lamarque C. Quasiperiodic energy pumping in coupled oscillators under periodic forcing. Journal of Sound and Vibration, 294(4-5), 651–662, 2006.
- [4] Manevitch L. Complex representation of dynamics of coupled nonlinear oscillators. mathematical models of non-linear excitations. transfer, dynamics, and control in condensed systems and other media. Kluwer Academic, Plenum Publishers, NY, pages 269–300, 1999.