

Caractéristiques dynamiques d'une structure de tensegrité en fonction de son niveau d'autocontrainte

J-F. Dubé, B. Crosnier, N. Angellier^a

a. Laboratoire de Mécanique et Génie Civil-UMR5508, Université Montpellier 2, cc048, Place E. Bataillon, 34095 MONTPELLIER

Résumé :

Les structures de tensegrité sont des structures spatiales légères constituées de barres comprimées et de câbles tendus qui assurent la continuité. La rigidité de la structure de tensegrité est fonction de la raideur des éléments mais aussi de l'état de tension des câbles la constituant. Cet état appelé état d'autocontrainte assure la rigidité de la structure et sa stabilité. La connaissance de cet état d'autocontrainte est primordiale pour la sécurité de la structure en place. Dans l'optique de caractériser une structure par des essais non destructifs nous travaillons sur son comportement dynamique. L'étude présente l'influence du niveau d'autocontrainte imposé au sein de la structure sur son comportement dynamique. La conception des structures de tensegrité conduit à un fonctionnement non linéaire que l'on retrouve dans l'évolution des fréquences propres et de l'amortissement structurel. Cette étude comporte une partie expérimentale sur une petite grille de tensegrité plane à double nappe associée à la simulation numérique pour corréler la modélisation et les essais. Les simulations numériques corroborent les résultats d'essais avec une évolution non linéaire des fréquences propres des deux premiers modes croissant avec le niveau d'autocontrainte. Les résultats sur l'amortissement sont plus difficiles à interpréter avec une différence d'évolution entre le premier et le second mode.

Abstract :

Tensegrity structures are light space structures made up of compressed bars and tended cables which ensure continuity. The rigidity of the tensegrity structure is function of the elements stiffness but also of the cables tensions. This state called selfstress state ensures the rigidity of the structure and its stability. The knowledge of this selfstress state is paramount for the structure safety in place. To characterize a structure by non-destructive tests we work on his dynamic behavior. This study presents the influence of the selfstress level imposed within the structure on its dynamic behavior. The structural design of tensegrity leads to a nonlinear operation which one finds in the evolution of the Eigen frequencies and structural damping. This study comprises an experimental part on a small grid of plane tensegrity to double layer associated with the numerical simulation to correlate modeling and the tests. The numerical simulations corroborate the test results with a nonlinear evolution of the Eigen frequencies of the first two modes growing with the selfstress level. The results on damping are more difficult to interpret with a difference in evolution between the first and the second mode.

Mots clefs : tensegrité, autocontrainte, vibration, amortissement, comportement dynamique

1 Introduction

Depuis de nombreuses années, l'équipe de recherche Conception en Structures du laboratoire de Mécanique et Génie Civil de l'Université de Montpellier II, développe des recherches sur les systèmes de tensegrité, tant au niveau de leur conception [1], [6], de leur mise en œuvre [3], [5], ou encore de leur qualification et de leur comportement dynamique [4], [2], [7], [8] et [9]. L'établissement et le contrôle de l'état d'autocontrainte des éléments de telles structures, nécessite l'utilisation de moyens de mesure spécifiques pour caractériser les éléments tendus ou les éléments comprimés.

2 Tenségrité et principe de l'autocontrainte

2.1. Etude d'une minigrille

Il s'agit d'une grille plane à double nappe basée sur le principe de l'écarteur. Les barres forment, deux à deux, des V perpendiculaires, reliés par un tirant vertical sur lequel on agit pour établir la mise en précontrainte de la structure. La structure testée est constituée de 81 éléments ; à savoir, 24 barres sollicitées en compression (tubes), 36 câbles de nappes, et 21 tirants actifs se décomposant en 9 tirants verticaux et 12 tirants périphériques.

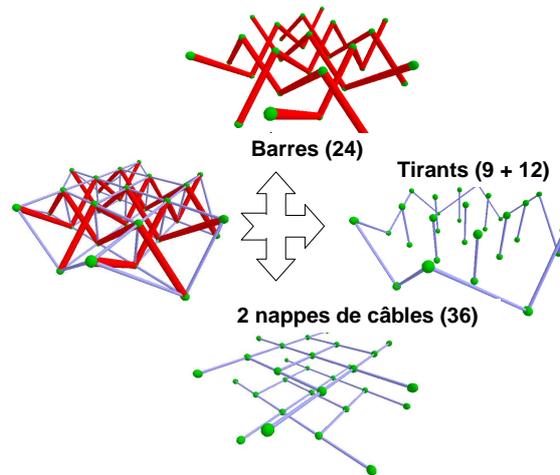


FIG. 1 – Minigrille : décomposition en barres, câbles et tirants.

2.2. Etat d'autocontrainte adopté

L'équilibre du système est réalisé lorsque l'ensemble des nœuds (i) de la structure est en équilibre.

$$\sum_{j \neq i} T_{ij} + F_i = 0 \quad (1)$$

Où T_{ij} représente l'effort interne de l'élément reliant les nœuds i et j , et F_i l'effort extérieur appliqué au nœud i . Les efforts internes sont fonction de l'allongement de chaque élément. On note x_i, y_i, z_i les coordonnées spatiales du nœud i , et l_{ij}^0 la longueur de l'élément reliant les nœuds i et j dans la configuration géométrique de référence. La projection de l'équation (1) sur les trois axes donne :

$$\begin{aligned} \sum_{j \neq i} T_{ij} \frac{x_j - x_i}{l_{ij}^0} + F_i^x &= 0 \\ \sum_{j \neq i} T_{ij} \frac{y_j - y_i}{l_{ij}^0} + F_i^y &= 0 \\ \sum_{j \neq i} T_{ij} \frac{z_j - z_i}{l_{ij}^0} + F_i^z &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Cette équation d'équilibre (2), peut être simplifiée en introduisant la densité de force q_{ij} de chaque élément (i, j) :

$$q_{ij} = \frac{T_{ij}}{l_{ij}^0} \quad (3)$$

La relation (2) pour un nœud devient alors :

$$\begin{aligned} \sum_{j \neq i} q_{ij} (x_j - x_i) + F_i^x &= 0 \\ \sum_{j \neq i} q_{ij} (y_j - y_i) + F_i^y &= 0 \\ \sum_{j \neq i} q_{ij} (z_j - z_i) + F_i^z &= 0 \end{aligned} \tag{4}$$

Le système d'équations obtenu en appliquant les équations (4) à tous les nœuds de la structure est la forme globale matricielle suivante :

$$\mathbf{Aq} = \mathbf{f} \tag{5}$$

Avec \mathbf{A} la matrice d'équilibre de la structure (de dimension $b \times 3n$), \mathbf{q} le vecteur des densités de forces des b éléments, et \mathbf{f} le vecteur du chargement extérieur agissant sur les n nœuds. L'autocontrainte est l'ensemble des forces internes présent à l'état initial en l'absence de chargement extérieur. Cet état d'équilibre correspond à un champ de densité de forces \mathbf{q}_0 satisfaisant :

$$\mathbf{Aq}_0 = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{q}_0 \in \ker \mathbf{A} \tag{6}$$

L'état d'autocontrainte peut être exprimé sur la base du sous-espace $\ker \mathbf{A}$. Cette base, notée \mathbf{S} , est composée de plusieurs états d'autocontrainte fondamentaux. Si cet état fondamental sollicite tous les composants il est diffus, dans le cas contraire il est partiel. La base \mathbf{S} doit permettre de construire un état d'autocontrainte total. L'état d'autocontrainte qui satisfait au comportement unilatéral des éléments câbles est appelé conforme. Il peut être créé directement par combinaison linéaire de la base \mathbf{S} [6]:

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{S}\boldsymbol{\alpha} \tag{7}$$

Les composantes du vecteur $\boldsymbol{\alpha}$ sont choisies pour satisfaire la conformité du comportement mécanique des éléments. La détermination des états d'autocontrainte de base dépend des conditions d'appuis (en l'occurrence, 3 appuis complètement bloqués et non symétriques), et des données géométriques de la grille (position des nœuds et connectivité des éléments).

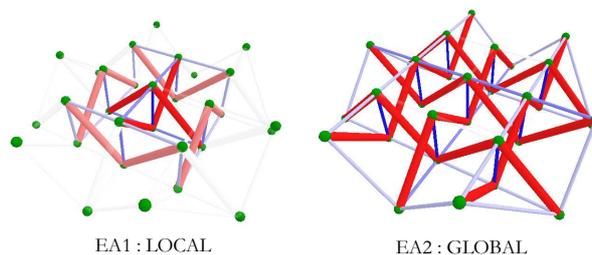


FIG. 2 – Etats d'autocontrainte de base de la minigrille.

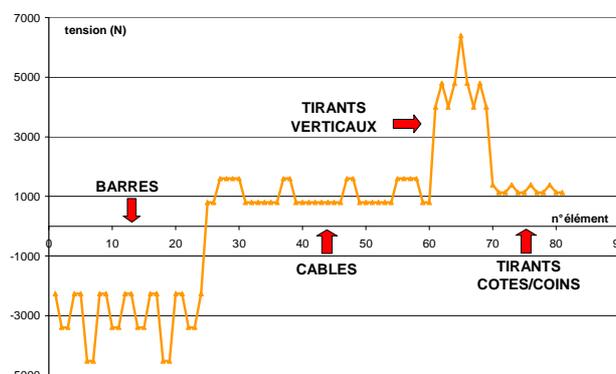


FIG. 3 – Etat d'autocontrainte obtenu par combinaison des deux états partiels ($a/b=0,5$).

La minigrille étudiée ne possède que 2 états d'autocontrainte de base (Fig. 2), un état local EA1 et un état diffus EA2. Un état global d'autocontrainte peut être construit, par combinaison linéaire des états partiels ($a \text{ EA1} + b \text{ EA2}$). Un rapport de 0,5 entre les coefficients a et b , permet d'obtenir une distribution de sollicitations dans les éléments relativement homogène (Fig. 3). Le niveau d'autocontrainte global est réglé pour que cet état satisfasse aux critères de situations de projet : résistance de tous les éléments aux E.L.U et

rigidité de la structure aux E.L.S.

3 Etude dynamique

3.1. Conditions d'essais

La minigrille étant posée sur 3 appuis (Fig. 4. triangles), elle est excitée verticalement (Fig. 4. éclair) par un pot vibrant positionné en condition aux limites libre/libre sur la nappe supérieure de la structure.

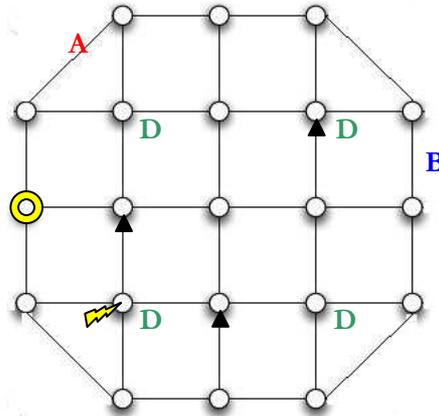


FIG. 4 - Eléments sollicités pour chaque série d'essais (A, B, D) – Nœuds concernés par l'excitation (éclair), la mesure (rond) et les appuis (triangles).

La reconnaissance dynamique se fait par analyse harmonique, sur la plage de fréquences [0 Hz; 100 Hz], ce qui est suffisant pour identifier les trois premiers modes de la structure. La fréquence d'échantillonnage des signaux adoptée est de 200 Hz.

3.2. Les différentes séries d'essais

Trois séries d'expériences sont effectuées pour étudier l'incidence de l'autocontrainte sur le comportement dynamique de la structure.

expériences A : La modification de l'autocontrainte est obtenue par action sur un élément actif d'angle A (Fig. 4.). (avec $0,49 < a/b < 2,8$)

expériences B : La modification de l'autocontrainte est obtenue par action sur un élément actif périphérique, latéral B (Fig. 4.). (avec $0,7 < a/b < 2,7$)

expériences D : La modification de l'autocontrainte est obtenue par action sur 4 éléments actifs verticaux, D (Fig. 4.). (avec a/b de l'ordre de 0,11)

3.3 Exploitation des résultats

3.1.1 Incidence de l'autocontrainte sur le 1^{er} mode

L'exploitation des résultats est menée en prenant comme indicateur du niveau de l'autocontrainte, la tension dans le tirant vertical central de la structure. Dans les séries A et B, le rapport a/b varie de 0,5 à 3, et on constate (Fig. 5), que la fréquence de résonance du premier mode augmente avec le niveau de l'état partiel diffus (b) (tandis que le paramètre a diminue). Dans la série D, le rapport a/b reste sensiblement constant, et on constate que la fréquence de résonance du premier mode augmente avec le niveau de l'état d'autocontrainte global. A noter que les modes d'ordre supérieur sont peu affectés par l'augmentation du niveau de précontrainte.

Conjointement aux séries d'expériences, des simulations numériques de la structure ont été effectuées en utilisant des éléments de type poutre pour modéliser les éléments comprimés et les tirants. Ces simulations permettent de comparer d'une part, les résultats expérimentaux à des résultats de simulation, et d'autre part, afin de balayer des niveaux d'autocontrainte non atteints par l'expérience (Fig. 6.). La comparaison des fréquences expérimentales à celles données par les simulations menées pour les valeurs de a et b identifiées

expérimentalement permet de constater une très bonne concordance entre elles. (Les écarts maximums ne dépassent pas 10%, et sont même < 3% dans le cas de la série D) (Fig. 6.).

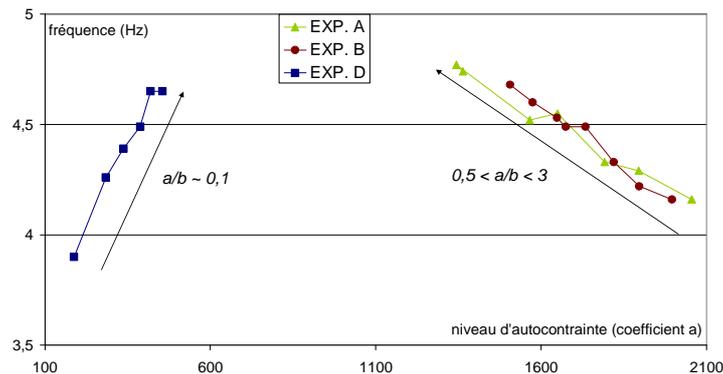


FIG. 5 - Evolution de la fréquence du premier mode en fonction du niveau d'autocontrainte pour chaque série.

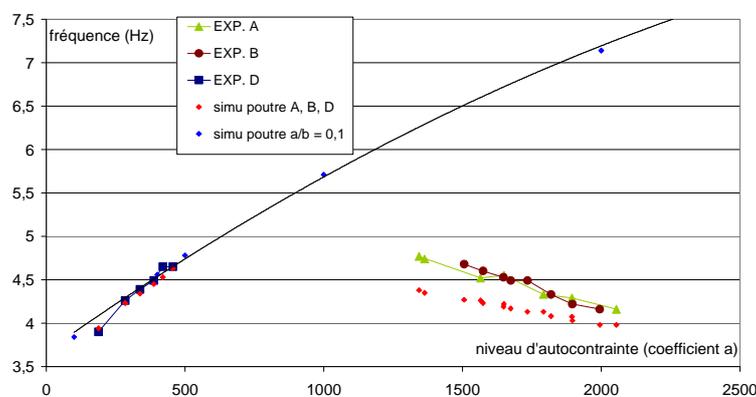


FIG. 6 - Comparaison des fréquences du premier mode mesurées et simulées.

3.1.2 Incidence de l'autocontrainte sur l'amortissement

Pour identifier les caractéristiques dynamiques de la grille, nous considérons chaque mode propre (j) de la structure comme le mode d'un système (m_j, c_j, k_j) découplé, dans le cas de l'hypothèse d'un amortissement de type visqueux. Les FRF expérimentales acquises, sont les fonctions Accélération/Force, et celles-ci sont comparées aux fonctions de transfert $Ha(\omega)$ des modes identifiés. A noter qu'une modélisation avec amortissement par frottement a également été menée afin d'appréhender la nature prédominante de l'amortissement. Une méthode des moindres carrés est utilisée pour minimiser les écarts entre les FRF expérimentales et les identifications. On définit la fonction erreur $E(m, \varepsilon, k)$, entre les N valeurs expérimentales y_i et le modèle théorique $Ha(\omega, m, \varepsilon, k)$, i étant le numéro de l'essai réalisé.

$$E(m, \varepsilon, k) = \sum_{i=1}^N (y_i - Ha(\omega_i, m, \varepsilon, k))^2 \quad (8)$$

Cette opération est menée pour les trois premiers modes identifiés de la structure. On en déduit la masse m_j pour chaque mode j , qui est supposée rester constante quelque soit l'état d'autocontrainte. On relance le solveur avec la fonction d'erreur $E(\varepsilon, k)$ afin d'affiner l'identification de l'amortissement et le la raideur. Si nous supposons que l'amortissement est de type Rayleigh, la matrice amortissement peut se mettre sous la forme :

$$\mathbf{C} = c_0 \mathbf{M} + c_1 \mathbf{K} \quad (9)$$

L'amortissement [10] peut alors s'écrire sous la forme suivante en fonction des pulsations propres ω_j :

$$\varepsilon_j = \frac{c_0}{2 * \omega_j} + c_1 * \frac{\omega_j}{2} \quad (10)$$

Ayant identifié les trois premiers modes de la structure, on calcule les paramètres c_0 et c_1 , avec la

connaissance de 2 des 3 modes. Sur la figure 7, on a reporté les amortissements obtenus pour les 3 premiers modes, que l'on compare à la courbe théorique obtenue pour l'amortissement de type visqueux.

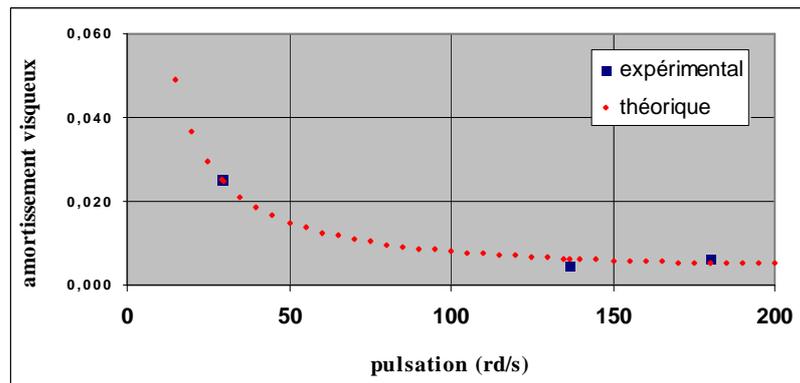


FIG. 7 - Amortissement en fonction des pulsations propres selon le principe de Rayleigh.

Quelle que soit la série d'expériences menée, et indépendamment du niveau d'autocontrainte, on constate que l'amortissement de la structure ne dépasse pas 2 %, et est très proche de l'amortissement de type visqueux. Les câbles de nappes de la structure ne semblent donc pas introduire d'amortissement par frottement des torons des câbles entre eux. De plus, le rapport c_1/c_0 est de l'ordre de 10^{-5} , quel que soit le niveau d'autocontrainte, ce qui fait que dans la gamme des pulsations correspondant aux premiers modes, l'amortissement est sensiblement proportionnel à la masse.

4 Conclusion

Cette première série d'expériences portant sur la sensibilité et le fonctionnement de l'amortissement en fonction de l'autocontrainte, montre que phénomène d'amortissement est principalement visqueux. La modélisation de la structure correspond au comportement réel. Des simulations incluant l'amortissement structural visqueux doivent être menées pour conforter ces résultats. Ces simulations seront associés à une nouvelle campagne d'essais sur une structure plus importante afin généraliser les conclusions proposées.

Références

- [1] Motro R. Tensegrity, Kogan Page Science 2003.
- [2] Averseng J., Crosnier B., Static and dynamic robust control of tensegrity systems. Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures 2004; 45(3):169-74.
- [3] Averseng J. Mise en oeuvre et contrôle des systèmes de tensegrité. Thèse de Doctorat de l'Université Montpellier II. Dir. B. Crosnier, J.F. Dubé. 2004. 150p.
- [4] Dubé J.F., Crosnier B. Identification of cable slackening by analysing the temporal response of the structure. In: Motro R. editor. Proc. of IASS 2004, shell and spatial structures from models to realization. 2004. 134-35. 8p in CDROM.
- [5] Averseng J., Crosnier B. Prestressing tensegrity systems. Application to multiple selfstress state structures. International Journal of Structural Stability and Dynamics 2004; 4(4):543-57.
- [6] Quirant J. Systèmes de tensegrité et autocontrainte: Qualification, sensibilité et incidence sur le comportement. Ph.D. thesis. Université Montpellier II, 2000.
- [7] Jaen J. Etude de l'amortissement d'une structure de tensegrité en fonction du niveau d'autocontrainte. Mémoire de Master Recherche, E.N.S.M.M., U.F.C. 2007, 44 p.
- [8] Angellier N. Etat d'autocontrainte des grilles de tensegrité. Vers l'identification sous sollicitations naturelles. Thèse de Doctorat de l'Université de Montpellier II. Dir. B. Crosnier, J.F. Dubé. 2008. 146p.
- [9] Dubé J.F., Angellier N., Crosnier B. Comparison between experimental tests and numerical solutions carried out on a tensegrity minigrad. Engineering Structures 30 (2008):1905-12.
- [10] Caughey. Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems. ASME, Journal of applied Mechanics, vol. 27, 1960.