

Caractérisation de la fissuration des structures endommagées

M. Chambart, A. Delaplace, R. Desmorat, F. Gatuingt, G. Lebon, T.T.H Nguyen, F. Ragueneau

LMT-Cachan, ENS-Cachan/Paris P.&M. Curie/CNRS/PRES UNIVERSUD Paris, 61, avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France

Résumé :

Nous présentons une approche mixte continue/discrète pour évaluer les caractéristiques des fissures dans une structure endommagée. A l'échelle de la structure, un modèle d'endommagement anisotrope est utilisé. Un critère original basé sur les déformations positives et sur le tenseur d'endommagement donne une estimation de l'ouverture des fissures, et naturellement de leur orientation. Si une information plus fine est nécessaire, une modélisation discrète, à l'échelle du matériau, donne une information détaillée de la topologie de la fissure.

Abstract :

We present a mixed approach coupling discrete and finite modeling for studying crack properties in damage structure. At structure scale, an anisotropic damage model is used. A novel criterium based on the positive deformations and on the damage tensor gives an estimation of the crack opening, and of course of the crack orientation. If a finest crack description is needed, at material scale, a discrete model is used allowing a fine description of the crack topology.

Mots clefs (Times 14 gras) : fissuration, endommagement, structures, béton armé

1 Introduction

Dans le cadre du Projet National CEOS.fr, l'évaluation de la prédiction de la fissuration des structures en béton armé sous chargement mécanique a été évaluée par l'intermédiaire d'un benchmark numérique. Ce travail permet de mettre en lumière les deux types de modèles qui ont été utilisés au LMT-Cachan afin de répondre aux différents objectifs. L'approche continue par la mécanique de l'endommagement anisotrope a été testée ainsi que la modélisation par éléments discrets. Les deux modèles sont succinctement présentés et une application est traitée en dernière partie de cette communication : la fissuration en flexion 3 points d'une poutre en béton armé.

2 Approche continue

2.1 Formulation

La loi d'élasticité couplée à l'endommagement \mathbf{D} , tenseur d'ordre 2, dérive du potentiel d'état (σ^D est le déviateur des contraintes) [5]:

$$\rho\psi^* = \frac{1+\nu}{2E} \text{Tr} \left[(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1/2} \boldsymbol{\sigma}^D (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1/2} \boldsymbol{\sigma}^D \right] + \frac{1-2\nu}{6E} \left[\frac{\langle \text{Tr} \boldsymbol{\sigma} \rangle_+^2}{1 - \text{Tr} \mathbf{D}} + \langle -\text{Tr} \boldsymbol{\sigma} \rangle_+^2 \right]$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{1+\nu}{E} \left[(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1/2} \boldsymbol{\sigma}^D (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1/2} \right] \mathbf{D} + \frac{1-2\nu}{3E} \left[\frac{\langle \text{Tr} \boldsymbol{\sigma} \rangle_+}{1 - \text{Tr} \mathbf{D}} - \langle -\text{Tr} \boldsymbol{\sigma} \rangle_+ \right] \mathbf{I}$$

Différents critères, ou seuil d'endommagement ont été testés (voir dans les paragraphes suivants). Nous présentons ici l'écriture avec le critère initial [2] introduisant la déformation équivalente de Mazars $\hat{\varepsilon}$ [6], construite à partir des valeurs positives des déformations principales d'extension ε_I :

$$\hat{\varepsilon} = \sqrt{\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_+ : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_+} = \sqrt{\sum \langle \varepsilon_I \rangle^2}$$

Le seuil d'élasticité s'écrira donc ainsi :

$$f = \hat{\varepsilon} - \kappa(\text{tr} \mathbf{D})$$

$\kappa(\text{tr} \mathbf{D})$ est la fonction de consolidation, fonction de la trace du tenseur d'endommagement, à identifier en traction et compression. Le seuil initial est obtenu par $\kappa_0 = \kappa(0)$. L'expression suivante est utilisée

$$\kappa(\text{Tr} \mathbf{D}) = a \cdot \tan \left[\frac{\text{Tr} \mathbf{D}}{aA} + \arctan \left(\frac{\kappa_0}{a} \right) \right]$$

Elle fait intervenir 2 paramètres d'endommagement A et a.

Pour des calculs nonlocaux, une fonction critère non-locale est utilisée :

$$f = \hat{\varepsilon}^{nl} - \kappa(\text{tr} \mathbf{D}) \quad \hat{\varepsilon}^{nl}(x) = \frac{1}{V_r(x)} \int_V \hat{\varepsilon}(s) \alpha(s-x) dv$$

La déformation équivalente nonlocale se calcule sur un voisinage autour du point considéré [4] introduisant une longueur caractéristique (l_c). $V_r = \int_V \alpha(s-x) dv$ est le volume représentatif au point x et $\alpha(s-x)$ est la fonction de poids:

$$\alpha(s-x) = \exp(-2\|s-x\|^2 / l_c^2)$$

2.2 Réponses locales

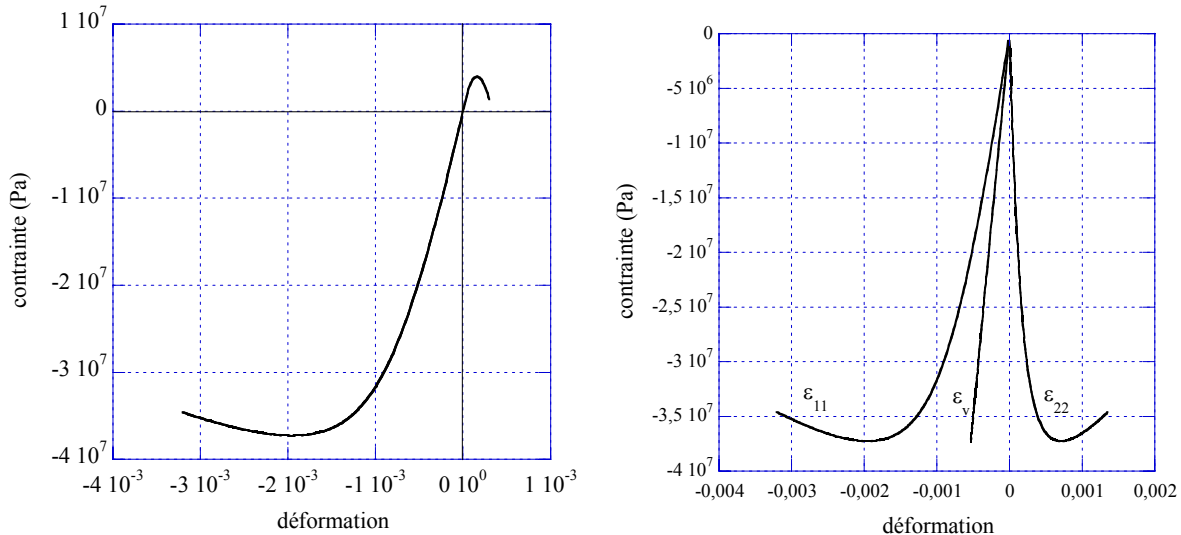


Figure 1. Réponse en contrainte et déformation du modèle anisotrope. Dissymétrie traction-compression (gauche). Comportement volumique en compression (droit).

2.3 Ouvertures de fissures

La notion d'endommagement effectif permet de définir un indicateur d'ouverture de fissure :

$$I_{3D} = \int_A^B d_\varepsilon \max(\varepsilon_I) dx = \int_A^B \mathbf{D} : \langle \varepsilon \rangle_+ dx$$

ou en 1D

$$I_{1D} = \int_A^B d_\varepsilon \langle \varepsilon \rangle_+ dx = \int_A^B D \langle \varepsilon \rangle_+ dx$$

où AB est un trajet entre deux points situés de part et d'autre d'une zone fissurée (de déformation et d'endommagement localisé) représentée par la mécanique de l'endommagement par $D > D_c \approx 1$.

- Si la bande d'endommagement localisé est en compression $\langle \varepsilon \rangle_+ = 0$ et $I=0$.
- Si l'on fait l'hypothèse (bien vérifiée dans les calculs de structures en bétons) d'une zone A'B' fortement endommagée à $D=D_c$ au milieu du trajet AB, entourée de zones vierges non endommagées entre A et A' et entre B' et B :

$$\begin{aligned} I_{1D} &= \int_A^B D \langle \varepsilon \rangle_+ dx = \int_A^{A'} D \langle \varepsilon \rangle_+ dx + \int_{A'}^{B'} D \langle \varepsilon \rangle_+ dx + \int_{B'}^B D \langle \varepsilon \rangle_+ dx \\ &= 0 + \int_{A'}^{B'} D_c \varepsilon dx + 0 = \int_{A'}^{B'} D_c \frac{du}{dx} dx \\ &\approx u(B') - u(A') = [u] \end{aligned}$$

où $[u]$ est bien l'ouverture de fissure.

3 Approche discrète

3.1 Formulation

Le modèle utilisé est basé sur la description du matériau par un assemblage de particules de Voronoi (polygones en 2D, polyèdres en 3D) indéformables. Le maillage est généré à partir d'une distribution aléatoire de points couvrant la géométrie à mailler. La cohésion du matériau est assurée par des poutres d'Euler-Bernoulli élastiques fragiles liant les particules voisines. Si nécessaire, des efforts de contact sont calculés si deux particules non connectées se superposent. Les paramètres du modèles à identifier sont :

- E_b : le module d'élasticité des poutres,
- I : l'inertie des poutres normalisée par l'inertie d'une section circulaire équivalente,
- ε_{cr} : le seuil de rupture des poutres en déformation,
- θ_{cr} : le seuil de rupture des poutres en rotation.

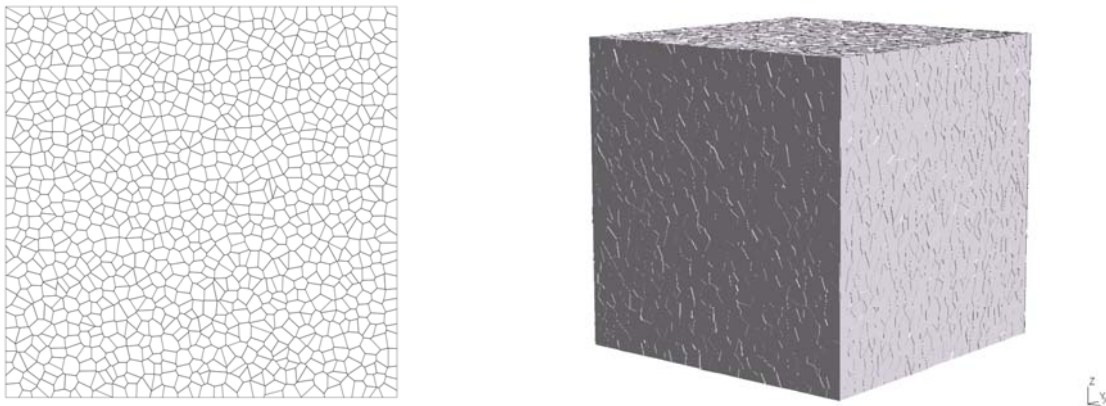


Figure 2 : maillage 2D de $32 \times 32 = 1024$ particules (à gauche) et maillage 3D de $32 \times 32 \times 32 = 32768$ particules (à droite)

L'identification se fait en deux temps (la procédure d'identification est détaillée dans [7] pour le 2D et dans [1] pour le 3D) :

1. Identification des paramètres élastiques : calage de α pour obtenir le coefficient de Poisson du matériau puis calage de E_b pour retrouver le module d'élasticité du matériau (les deux modules étant proportionnels)
2. Identification des paramètres non-linéaires : calage de ε_{cr} sur la valeur de résistance maximale en traction du matériau puis calage de θ_{cr} sur la valeur de résistance maximale en compression du matériau.

La réponse du modèle est représentée sur la figure suivante, les paramètres étant $E_b = 39$ Gpa, $\alpha = 0.78$, $\varepsilon_{cr} = 1.8e-4$, $\theta_{cr} = 5.6e-4$.

Les points spécifiques aux modèles discrets sont rappelés ici :

- prise en compte directe de l'hétérogénéité du matériau, permettant une étude statistique des propriétés,
- modèle robuste de par la simplicité des phénomènes physiques à l'échelle micro,
- description explicite de la fissuration (ouverture, rugosité, longueur...).

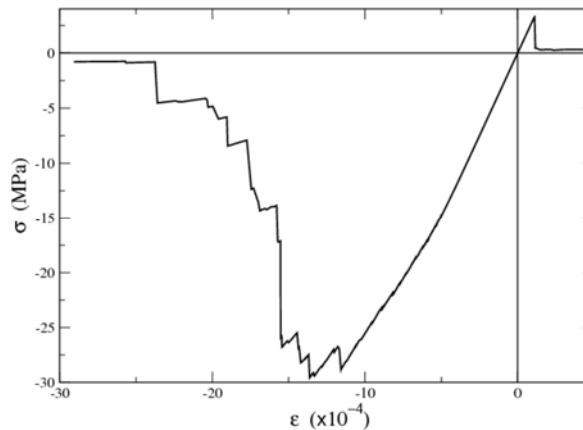


Figure 3 : Réponse locale en traction et compression

3.2 Ouvertures de fissures

De part la nature du modèle, l'ouverture de fissure est naturellement obtenue par le saut de déplacement entre les particules de part et d'autre de la fissure. Ainsi, l'ouverture e_{ij} de la fissure entre les particules i et j est définie par (voir la figure ci-après) :

$$e_{ij} = \langle (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{n}_{ij} \rangle$$

où la notation $\langle x \rangle = \max(0, x)$ a été utilisée. \mathbf{u}_i et \mathbf{u}_j sont les déplacements respectivement de la particule i et j . La longueur (ou la surface en 3D) de la fissure est la longueur (ou la surface en 3D) de la frontière entre les deux particules (voir figure la suivante).

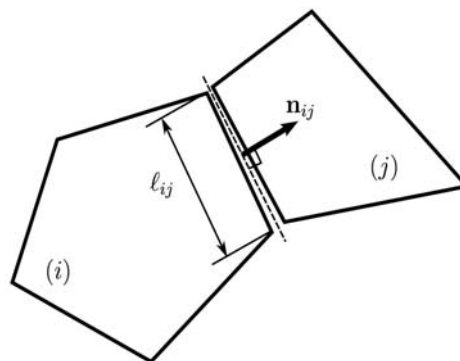


Figure 4 : Calcul des ouvertures de fissures

4 Fissuration d'une poutre en béton armé

Un des cas tests du benchmark CEOS.fr consiste à traiter du cas de la fissuration d'une poutre en béton sous chargement statique monotone. Les figures suivantes présentent un faciès de fissuration obtenue par l'approche continue et l'approche discrète.

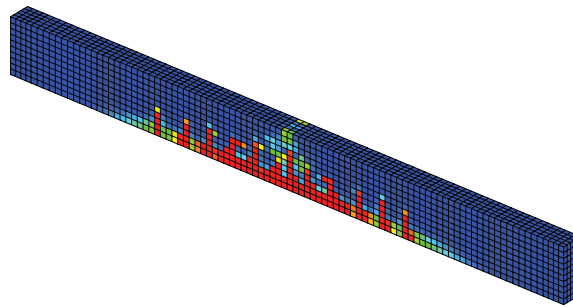


Figure 5 : Fissuration pour 1 cm de flèche, approche continue

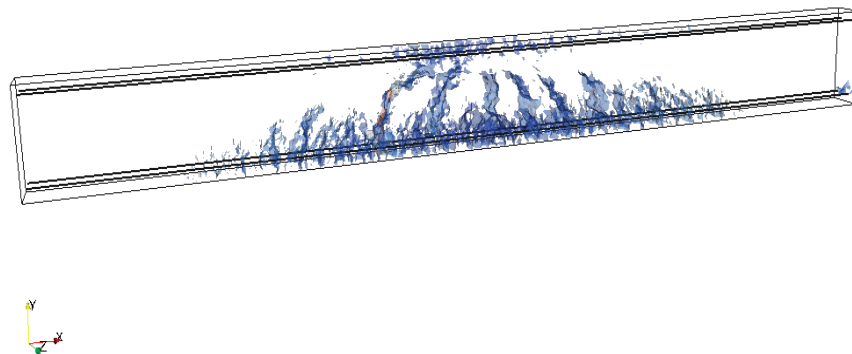


Figure 6 : Fissuration pour 1 cm de flèche, approche discrète

References

- [1] Delaplace, A. Desmorat, R., Discrete 3D model as complimentary numerical testing for anisotropic damage, *International Journal of Fracture*, 148, pp. 115-128, 2007
- [2] Desmorat R., Gatuingt F. & Ragueneau F., 2007. Local and Nonlocal Anisotropic Damage Model for quasi-brittle Materials, *Engineering Fracture Mechanics*, **74**, pp. 1539-1560.
- [3] Laborderie C., 1991. Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable, PhD thesis University Paris 6.
- [4] Pijaudier-Cabot G. & Bazant Z.P., 1987. Nonlocal Damage Theory, *J. Engng. Mech.*, ASCE, 113 (10), pp. 1512-1533
- [5] Lemaitre J. & Desmorat R., 2005. *Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*, Springer.
- [6] Mazars, J., 1984. Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure, Thèse d'état Université Paris 6.
- [7] Wœstyn, S., Delaplace, A., Kœchlin, P., Analyse de la rupture dynamique du béton par un modèle discret, *Revue Européenne de Génie Civil*, 10, pp. 1281-1308, 2006