

# Etude expérimentale et numérique de l'instabilité de Faraday entre deux liquides miscibles

F. ZOUESHTIAGH<sup>a</sup>, S. AMIROUDINE<sup>b</sup>, R. NARAYANAN<sup>c</sup>

a. Institut d'Electronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie UMR CNRS 8520, Avenue Poincaré, 59652 Villeneuve d'Ascq, France

b. LPMI-Arts et Métiers ParisTech., 2 Bd du Ronceray, BP 93525, 49035 Angers, France

c. University of Florida, Department of Chemical Engineering, Gainesville, FL 32611-6005, USA

## Résumé :

Nous avons étudié l'instabilité paramétrique de Faraday dans le cas particulier d'une interface entre deux liquides miscibles. Dans cette configuration l'instabilité développée est transitoire et ses caractéristiques physiques dépendent de l'épaisseur de l'interface. Nous présentons ici ces caractéristiques et les mécanismes derrière cette instabilité grâce à une étude à la fois expérimentale et numérique.

## Abstract :

The generation of waves near the interface of one or two liquid layers that is subjected to vertical vibrations is known as the Faraday instability [1, 2]. This instability occurs on account of a resonance that is set up when there is a tuning of the imposed frequency with the natural frequency of the free surface which possesses surface potential energy. Now if the free surface was removed by completely confining the container then no such instability could occur unless potential energy was introduced in some other way, say via density gradients. This paper deals with the Faraday type of instability that is generated when two miscible liquids with different densities are subjected to mechanical oscillations. The study shows that above a certain acceleration threshold an instability developed at the interface. The amplitude of the instability grew during the experiments which then led to the mixing of the liquids. The instability finally disappeared once the two liquids were fully mixed over a volume, considerably larger than the initial diffuse region. The results of a companion two-dimensional nonlinear numerical model that employs a finite volume method show very good agreement with the experiments. A physical explanation of the instability and the observations are advanced.

**Mots clefs :** instabilités paramétriques, instabilités de Faraday, fluides miscibles, mélanges

## 1 Introduction

L'instabilité d'une couche de liquide avec une interface soumise à une vibration verticale est attribuée à une génération d'ondes de Faraday [1, 2]. Les ondes entre phases de différentes densités sont excitées par des forces d'inertie. Les perturbations de courte longueur d'onde sont stabilisées par la dissipation de quantité de mouvement via la relaxation visqueuse et la tension de surface. Et elles sont déstabilisées par les variations transversales de l'élévation de la surface qui entraînent des forces d'inertie transverses, elles-mêmes excitées par des vibrations externes. C'est cette compétition entre les effets stabilisant et déstabilisant qui établit le diagramme de stabilité lorsqu'un liquide avec une interface est soumis à une vibration. Depuis les travaux de Faraday, de nombreuses études ont été effectuées sur les systèmes de couches de liquides, de films ou de bulles soumis à des vibrations. Ces études ont permis d'obtenir une meilleure compréhension du comportement de fluide dans les procédés industriels [3, 4, 5].

En revanche le problème analogue dans le cas de fluides miscibles placés en configuration stable (la gravité jouant le rôle stabilisateur) et soumis à des vibrations verticales a été moins bien étudié. Dans ce cas, c'est la diffusion de la quantité de mouvement et des espèces qui joue le rôle stabilisateur et la déstabilisation des courtes longueurs d'onde est, cette fois-ci, attribuée à la variation transverse de la densité. Ici, nous allons étudier expérimentalement et numériquement la réponse d'une telle interface à des oscillations verticales.

## 2 Dispositif Expérimental

La cellule expérimentale, schématisée sur la figure 1(a), a comme dimension  $(8 \times 4 \times 2)$  cm<sup>3</sup>. Elle est remplie à travers l'orifice 1 par de l'eau saturée en sel (pour les caractéristiques physiques voir tableau 1) jusqu'au niveau A (figure 1(a)). Puis de l'eau distillée est délicatement injectée à travers l'orifice 2 jusqu'au remplissage complet de la cellule. L'air est évacué par un orifice d'échappement placé en haut de la cellule (figure 1(a)).

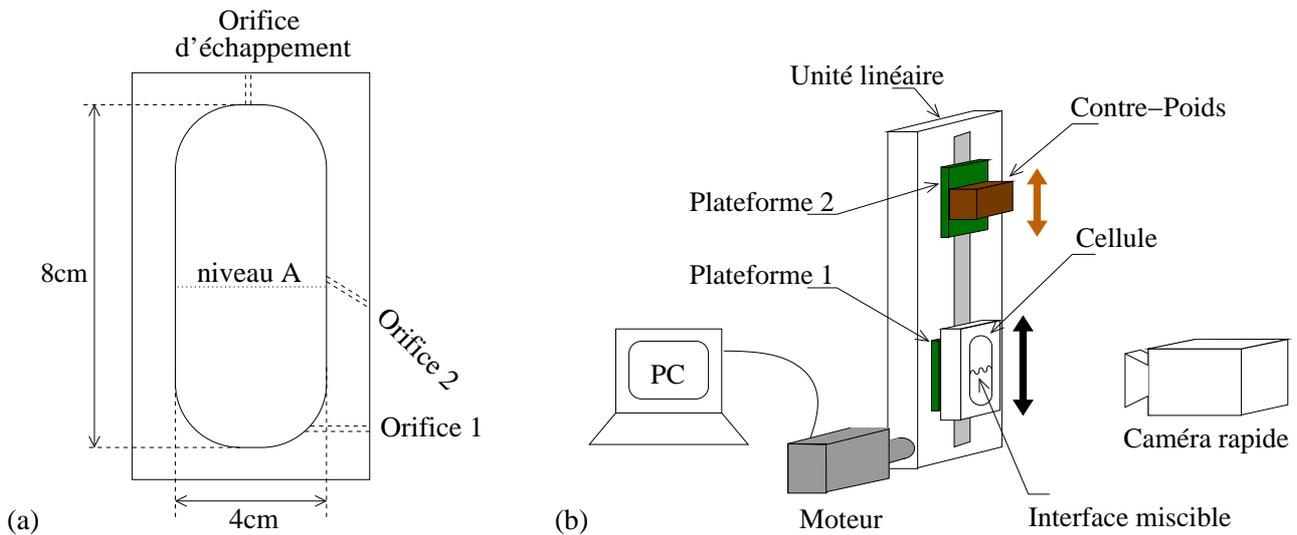


FIGURE 1 – (a) Schéma de la cellule expérimentale. (b) Schéma du dispositif expérimental.

Fluide	Viscosité cinématique ( $m^2/s$ )	Densité
Eau pure	$0.9 \times 10^{-6}$	1.0
Eau saturée en sel	$1.7 \times 10^{-6}$	1.2 ([6])
1 cSt Silicone oil	$1 \times 10^{-6}$	0.826
2 cSt Silicone oil	$2 \times 10^{-6}$	0.87
5 cSt Silicone oil	$5 \times 10^{-6}$	0.92
10 cSt Silicone oil	$10 \times 10^{-6}$	0.93
50 cSt Silicone oil	$50 \times 10^{-6}$	0.96

TABLE 1 – Physical properties of different fluids used in the experiments. The silicone oils are completely miscible in one another. The same is true of brine and fresh water

Cette cellule est ensuite fermée hermétiquement et est placée sur un pont vibrant schématisé sur la figure 1(b). Il s'agit d'une unité linéaire reliée à un moteur brushless Fenwick qui transforme le mouvement de rotation du moteur en un mouvement de translation sinusoïdal des plateformes 1 et 2 (voir figure 1(b)). La cellule teste est placée sur la plateforme 1 tandis que la plateforme 2 dispose d'un contre-poids de la cellule. Ces plateformes se déplacent en opposition de phase, i.e. se rapprochent ou s'éloignent simultanément, ce qui permet de diminuer les vibrations transmises au bâti. L'unité linéaire est positionnée verticalement afin d'exposer la cellule à des vibrations verticales. La dynamique de l'interface est observée grâce à une caméra rapide ( $\geq 200$  images/s). Les amplitudes  $A$  et les fréquences  $f$  permises par ce dispositif sont respectivement comprises entre 0,5 et 10 cm et entre 0,5 et 10 Hz.

### 3 Expériences et simulations numériques

Nous avons observé l'apparition d'une instabilité à l'interface (figure 2) à partir d'une accélération seuil de la cellule. L'instabilité généralement apparaît après une quinzaine d'oscillations avec une longueur d'onde bien définie et une fréquence propre d'oscillation  $f_0$ . Les mesures montrent que la valeur cette fréquence  $f_0$  est égale à la moitié de celle de la cellule.

La séquence d'images de la figure 2 montre le caractère transitoire de l'instabilité du fait de la miscibilité des deux liquides. En effet, à chaque oscillation une partie d'eau salée se mélange avec l'eau pure du dessus. Ceci entraîne une plus faible différence de densité entre les liquides ce qui a pour effet la stabilisation du système. Le mélange des deux liquides se produit généralement en une dizaine d'oscillations. Dans le cas d'une faible accélération, l'instabilité se caractérise par des grandes longueurs d'ondes et le mélange envahit toute la cellule assez rapidement alors que dans le cas d'une forte accélération, les longueurs d'ondes sont plus petites et le mélange reste confiné dans une zone restreinte (autour de l'interface).

Parallèlement, un modèle numérique 2D basé sur l'analogie fluides miscibles/fluide pur supercritique soumis à une différence de température (donc de densité) [7] a été élaboré afin de simuler les instabilités observées à l'interface. Les équations classiques de continuité et de quantité de mouvement sont calculées avec la méthode de volumes finis en considérant la condition de non glissement aux frontières (pour plus de détails cf. [8]). La

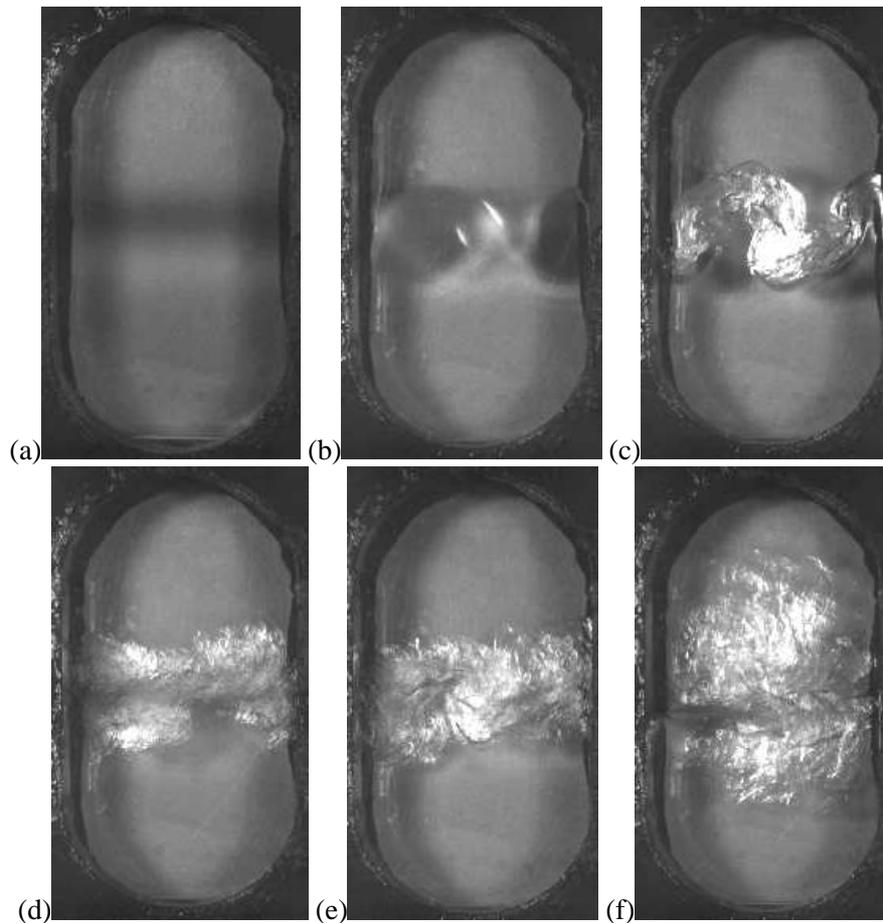


FIGURE 2 – Séquence d’images de l’évolution de l’interface pendant les oscillations. (a)  $t = 0$  s, (b)  $t = 4.98$  s, (c)  $t = 6.32$  s, (d)  $t = 6.74$  s, (e)  $t = 6.98$  s, (f)  $t = 11.68$  s.  $t$  représente le temps depuis la mise en oscillation de la cellule.  $A = 10$  cm,  $f = 1.5$  Hz.

figure 3 montre un exemple de résultat obtenu numériquement pour une amplitude de 3 cm et une fréquence d’excitation de 5 Hz.

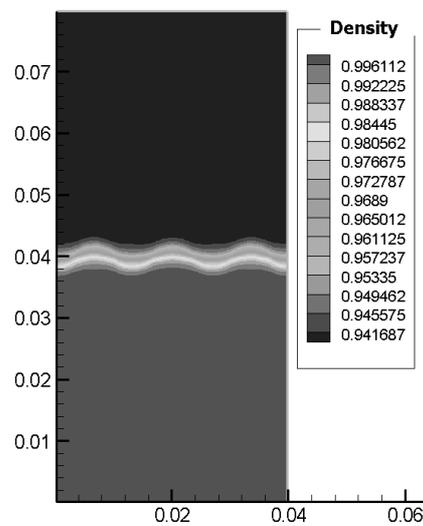


FIGURE 3 – (a) Exemple d’instabilité obtenue numériquement.  $A = 2.5$  cm,  $f = 4$  Hz.

## 4 Résultats et discussion

La figure 4 montre le diagramme de stabilité obtenu à partir des données expérimentales et numériques. La courbe noire sur ce diagramme illustre la limite au dessus de laquelle une instabilité apparaît. Les résultats numériques donnent un seuil d'apparition de l'instabilité similaire à celui obtenu expérimentalement.

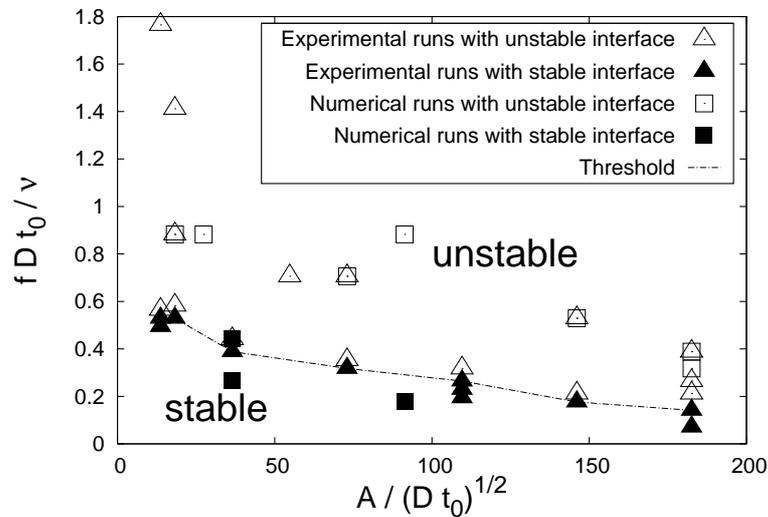


FIGURE 4 – Diagramme des phases obtenu expérimentalement et numériquement. Ici l'amplitude  $A$  est adimensionnée par la longueur de diffusion  $\sqrt{Dt_0}$  où  $D$  est la diffusivité et  $t_0$  le temps depuis la mise en contact des deux liquides. La fréquence  $f$  est adimensionnée par  $\nu/Dt_0$  où  $\nu$  est la viscosité cinématique.

L'influence de l'épaisseur de la couche de diffusion entre les deux liquides sur le développement des instabilités a été étudiée expérimentalement à travers le temps d'attente  $t_0$  avant la mise en vibration de la cellule. La figure 5 montre les longueurs d'ondes développées pour différentes valeurs de  $t_0$ . Les résultats expérimentaux montrent que la longueur d'onde diminue lorsque l'épaisseur de la couche de diffusion devient plus grande ou en d'autres termes lorsque le temps d'attente après avoir mis en contact les deux liquides (et avant le démarrage de la vibration) devient plus grand.

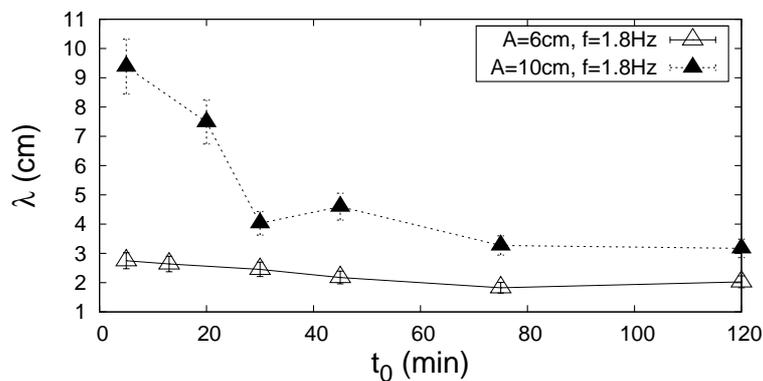


FIGURE 5 – La longueur d'onde de l'instabilité  $\lambda$  en fonction du temps d'attente avant la mise sous vibration de la cellule.

Nous avons également étudié expérimentalement l'influence de la viscosité sur le développement de l'instabilité en utilisant des huiles silicones. Les couples d'huiles 2 cSt/10 cSt, 1 cSt /10 cSt et 5 cSt/50 cSt (pour les caractéristiques physiques cf. tableau 1) ont été choisis et testés pour leurs faibles différences de densité (de l'ordre de  $\approx 10^{-2}$ ). Ces expériences ont mis en évidence l'augmentation de la longueur d'onde avec la viscosité. Ce résultat, également observé numériquement, est en accord avec l'étude théorique et numérique de stabilité linéaire de Kumar & Tuckerman [2] des ondes de Faraday.

Les expériences avec les huiles ont donné des résultats différents de celles avec de l'eau salée sur deux points. Premièrement, une plus grande accélération et amplitude ont été nécessaires pour le développement de l'instabilité. Deuxièmement, "la durée de vie" de l'instabilité pouvait amplement excéder celle des expériences menées avec de l'eau salée qui était de l'ordre d'une dizaine d'oscillations avant le mélange totale des deux

liquides. En effet, cette durée de vie pouvait atteindre plusieurs centaines d'oscillations pour les huiles les plus visqueuses.

La figure 6 montre les longueurs d'ondes en fonction de l'accélération de la cellule  $\Gamma$  adimensionnées respectivement par  $\sqrt{Dt_0}$  et l'accélération de la pesanteur  $g$ . Cette figure regroupe tous les résultats expérimentaux et numériques. Nous pouvons y constater le très bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux. Une courbe de régression à travers nos points expérimentaux et numériques donne la relation  $\lambda/(Dt_0)^{1/2} = B(\Gamma/g)^b$ , où  $\Gamma = A(2\pi f)^2$  est l'accélération vibrationnelle,  $B \approx 48$  et  $b \approx -1$ . Cette expression est similaire à la forme de la relation de dispersion obtenue par Kumar & Tuckerman [2] malgré que leur étude concernait les ondes de Faraday entre fluides immiscibles. L'accord entre les deux études montre bien une équivalence pour le mécanisme derrière les deux instabilités en dépit d'une différence sur l'origine des effets stabilisants et déstabilisants.

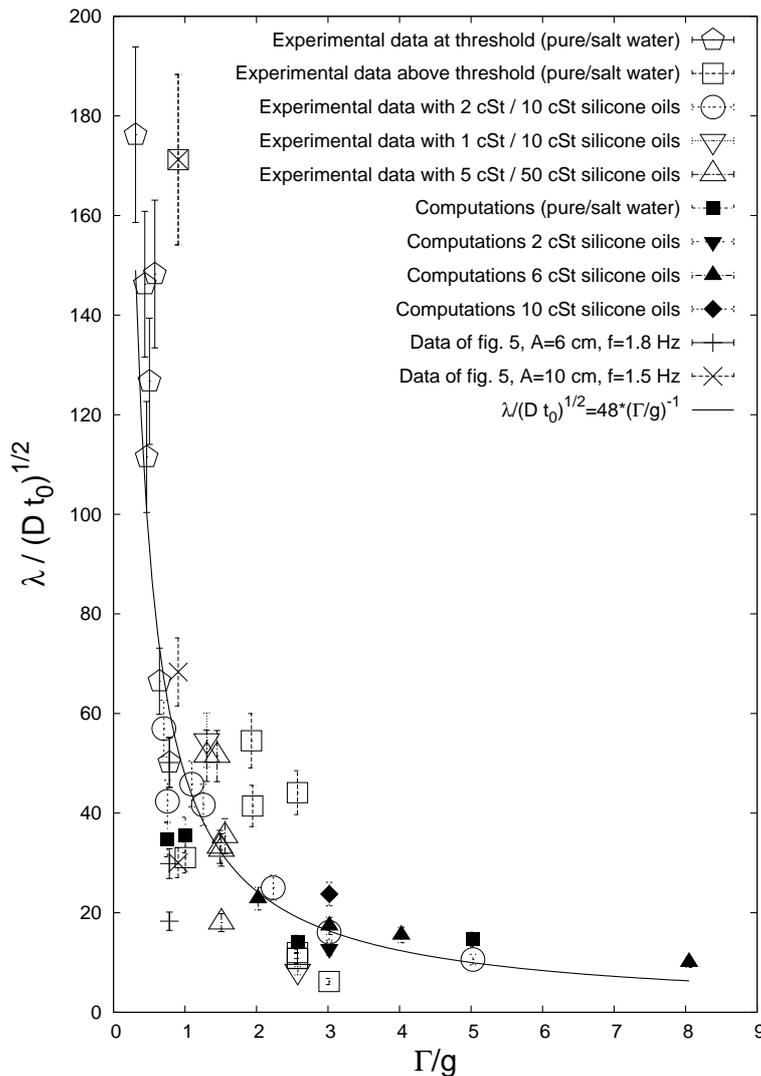


FIGURE 6 – Les longueurs d'onde mesurées versus l'accélération de la cellule.

## 5 Conclusion

Nous avons étudié expérimentalement et numériquement le développement des ondes de Faraday à l'interface entre liquides miscibles. Ces ondes ont montré des caractéristiques très similaires à celles développées entre fluides immiscibles. Par exemple, elles se développent au dessus d'un certain seuil en accélération  $\Gamma$ , oscillent à une fréquence égale à la moitié de la fréquence d'excitation et leurs longueurs d'ondes diminuent avec une augmentation de  $\Gamma$ . Cependant, dans le cas présent le mécanisme de déstabilisation découle de la variation transverse de la densité tandis que pour les cas immiscible ce sont les variations transversales de l'élévation de la surface qui sont à l'origine de la déstabilisation. De plus, dans le cas présent les ondes ont un caractère transitoire à cause du mélange qui s'effectue lors de leurs propres oscillations.

## Références

- [1] Benjamin T. B. and Ursell F. The stability of the plane free surface of a liquid in vertical periodic motion. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, pages 505–515, 1954.
- [2] Kumar K. and Tuckerman L. S. Parametric instability of the interface between two fluids. *J. Fluid Mech.*, 329, 49–68, 1994.
- [3] James A. J., Vukasinovic B., Smith M. K., and Glezer A. Vibration-induced drop atomization and bursting. *J. Fluid Mech.*, 476, 1, 2003.
- [4] Zoueshtiagh F., Legendre M., Caps H., Vandewalle N., Petitjeans P., and Kurowski P. Air bubbles under vertical vibrations. *Eur. Phys. J. E*, 20, 317–325, 2006.
- [5] Fauve S., Kumar K., Laroche C., Beyssens D., and Garrabos Y. Parametric instability of a liquid-vapor interface close to the critical point. *Phys. Rev. Lett.*, 68, 3160, 1992.
- [6] Lide D. R. *CRC Handbook of Chemistry and Physics (85th Edition)*. Taylor and Francis, Boca Raton, 2004.
- [7] Amiroudine S., Boutrouft K., and Zappoli B. The stability analysis of two layers in a supercritical pure fluid : Rayleigh-Taylor-like instabilities. *Phys. Fluids*, 17(5), 2005.
- [8] Zoueshtiagh F., Amiroudine S., and Narayanan R. An experimental and numerical study of faraday instability with miscible liquids. *J. Fluid Mech.*, in press, 2009.