

Écoulement bi-fluide : Application à l'impact d'une vague solitaire

A. SAMBE^{(1),(2)}, F. GOLAY^{(3),(4)}, R. MARCER⁽²⁾, D. SOUS⁽¹⁾, P. FRAUNIE⁽¹⁾, C. De JOUETTE⁽²⁾, V. REY⁽¹⁾

(1) Université du Sud Toulon Var / Centre National de la Recherche Scientifique. Laboratoire de Sondages Electromagnétiques de l'Environnement Terrestre BP 20132 83957 La Garde cedex

(2) PRINCIPA Zone ATHELIA 1 215 voie Ariane 13705 LA CIOTAT Cedex

(3) Université du Sud Toulon Var. Institut de Mathématiques de Toulon BP 20132 La Garde cedex

(4) Cemagref. Ouvrage Hydraulique et Hydrologie, Le Tholonet 13182 Aix-en Provence

Résumé:

Nous cherchons à analyser le déferlement d'une vague solitaire sur une plage en présence de macro-rugosité par simulation numérique des équations d'Euler multi-fluides. Une méthode de compressibilité artificielle permet une approche totalement explicite et donc une parallélisation efficace. Le modèle bi-fluide à faible Mach, déjà validé par des confrontations expérimentales, repose sur une approximation par volumes finis avec un schéma de Godunov du second ordre en temps et en espace. Nous étudions alors le déferlement bathymétrique d'une vague solitaire sur une pente à 15%, en mettant en exergue l'influence des macro-rugosités.

Abstract:

In this paper we seek to analyze the impact of solitary wave on a beach with macro-roughness by numerical simulation of multi-fluid Euler equations. An artificial compressibility approach allows a fully explicit scheme for an efficient parallel implementation. The two-fluid model for low Mach flow, already validated by experimental confrontation, is based on a finite volumes approximation with second order Godunov's scheme in time and space. We then study the breaking of a solitary wave over a 15% slope, with and without macro-roughness.

Mots clefs: volumes finis, schémas de Godunov, écoulement bi-fluide, soliton, macro-rugosités.

1 Introduction

De nombreux travaux portent sur la compréhension des phénomènes se produisant dans la zone de surf, largement touchée par le déferlement de vagues [14], [5]. Dans le contexte de l'hydrodynamique navale ou de la dynamique côtière, un modèle fiable et rapide est nécessaire afin d'optimiser des paramètres de systèmes de défense maritime. En particulier, la cinématique de l'impact sur les structures et les plages est extrêmement importante dans le cas des événements dangereux comme les ondes de tempête et les tsunamis. Concernant la modélisation du déferlement de vagues, la résolution des équations de Navier-Stokes incompressible est très coûteuse en temps de calcul (par exemple, [18], [10], [3]) et les modèles basés sur les équations de Boussinesq ou les écoulements à potentiel sont très rapides mais peu pertinents lors du déferlement [8], [9]. Nous utilisons ici un modèle bi-fluide où les équations de conservation sont résolues en introduisant une équation d'état en fonction de la fraction volumique de l'eau et l'air [4], [16], transportée sans suivi d'interface. Une méthode de compressibilité artificielle permet une approche totalement explicite et donc une parallélisation efficace. Le modèle bi-fluide à faible Mach, conduit à un système hyperbolique de lois de conservation résolu par une approximation par volumes finis avec un schéma de Godunov du second ordre en temps et en espace [7]. Ce modèle a été validé avec des mesures expérimentales de [19] avec une bonne performance en temps de calcul [11]. La présente étude vise à analyser l'influence de la macro-rugosité induite par des obstacles sur les déferlements de vagues par leur influence sur la dynamique du déferlement, l'emplacement du point de déferlement, la dissipation d'énergie et l'évolution de l'amplitude de la crête de la vague.

2 Le modèle mathématique

Pour simuler l'écoulement air/eau, nous utilisons un modèle compressible d'Euler bi-fluide conduisant à un système hyperbolique de lois de conservation avec une convection de la fraction d'air non-conservative. Une

approche de compressibilité artificielle permet l'utilisation d'un schéma explicite. Les inconnues sont la densité ρ , les trois composantes de la vitesse, la pression p et la fraction d'eau φ . La fraction volumique satisfait $0 \leq \varphi \leq 1$, avec $\varphi = 1$ dans l'eau et $\varphi = 0$ dans l'air. C'est-à-dire:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot F(W) = S(W) \quad (1-a) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \varphi = 0 \quad (1-b)$$

Dans le modèle isotherme, les variables conservatives W , le flux F et le terme source S sont définis par :

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho u & \rho v & \rho w \\ \rho u^2 + p & \rho uv & \rho uw \\ \rho uv & \rho v^2 + p & \rho vw \\ \rho uw & \rho vw & \rho w^2 + p \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\rho g \end{bmatrix} \quad (2)$$

Avec une loi de pression isotherme de la forme:

$$p = c_0^2 (\rho - (\varphi \rho_A + (\varphi - 1) \rho_W)) + p_0 \quad (3)$$

Dans ce modèle, la pression dépend de la fraction volumique, des densités de l'eau et de l'air (ρ_W , ρ_A) et d'une vitesse du son c_0 . Pour le problème simplifié mais tridimensionnel considéré ici de l'invasion d'une plage rugueuse en négligeant dans un premier temps les effets de viscosité, de turbulence et diphasique sous maille, une vitesse du son artificielle mais numériquement optimisée est utilisée pour la résolution des équations d'Euler. Il est généralement admis qu'un écoulement est incompressible si le nombre de Mach ($M = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} / c$, où c est la vitesse du son) est inférieur à 1/10. Dans notre cas, il est de l'ordre de 1/400 ~ 1/1600. En conséquence, à cause de la condition de CFL, le pas de temps du schéma explicite serait inutilement petit. En outre, il est connu que la précision numérique diminue dans le cas d'un faible nombre de Mach. Pour ces deux raisons, nous avons été amenés à choisir une pression artificielle (3) où la vitesse du son c_0 est fixée à 20 m/s.

Remarque 1. Les premiers calculs ont été menés avec un modèle de gaz-raide, comprenant une équation de conservation de l'énergie [7]. Une confrontation numérique a montré que, dans le cas d'un déferlement de vague, la loi de pression isotherme est physiquement pertinente, mais permet également un gain de temps CPU en évitant de pénaliser les conditions CFL en raison des variations de pression.

Remarque 2. Notons que, dans nos calculs, la vitesse du courant est généralement de l'ordre de 1m/s. Donc avec $c_0=20m/s$, on limite les effets de compression, la diffusion numérique et la CFL contraignante.

3 La méthode numérique

Nous utilisons une approximation volumes finis avec un solveur de Riemann exact (le schéma de Godunov). Pour éviter les oscillations de pression dans le cas bi-fluide, nous préservons les états de contact [1]. Cette condition nécessite un schéma non-conservatif (1-b). Pour utiliser un schéma conservatif, on peut utiliser une loi de pression comme [4] ou [2], ce que nous avons également testé avec succès. Pour obtenir avec précision l'interface, nous utilisons une approximation du second ordre en temps et en espace (MUSCL). Dans les problèmes bi-fluides, il est souvent nécessaire d'effectuer une limitation de pente à l'interface entre les deux fluides. Nous avons choisi le limiteur de Barth [6], qui est rapide et robuste en dépit d'une petite distorsion de l'interface. Les détails concernant les méthodes numériques ont été décrits dans [7].

4 Résultats

4.1 La configuration de l'étude

On étudie le déferlement d'une vague solitaire, dans un domaine de calcul de 25m de long et 2,5m de hauteur, avec une pente d'équation $B(x,y,z)=(x-5.225)/15$, à partir de $x=5.225m$. Les conditions aux limites et initiales sont illustrées sur la figure 1. Pour l'initialisation (Tanaka 1986), nous générons un profil d'onde solitaire exact (solution potentielle incompressible des équations d'Euler). L'amplitude de la vague est $h=0,6$ m et se propage à une vitesse de phase $vp=1.18\sqrt{gh}=3.92m/s$. Une condition de miroir est imposée sur les côtés latéraux. La condition CFL est fixée à 0,9. Le maillage hexaédrique est régulier (3124 x 313 x 1). Le

calcul est mené sur un ordinateur parallèle SGI de 12 processeurs Itanium II à 1,5 GHz. Le domaine est divisé en N sous-domaines (N=11 pour le premier cas et 12 pour le second). La vague est propagée sur 4s.

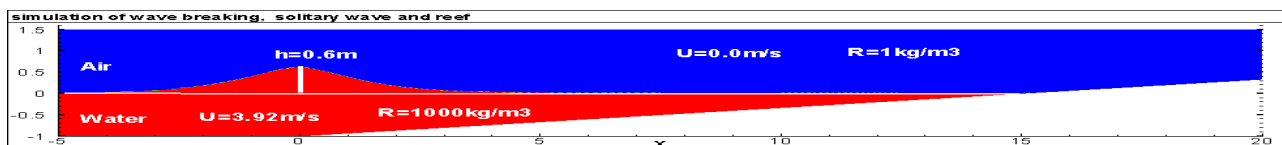


FIG.1 . Déferlement de vague: conditions initiales

4.2 Résultats numériques et analyses

4.2.1 Déferlement du soliton sur une pente 1/15 sans rugosités

La simulation concerne le déferlement d'une vague solitaire sur une pente lisse. La figure 2 présente la densité des deux fluides lors du processus du déferlement. Dans un premier temps l'onde se propage sans déformation, puis, vers $t=1.75 s$, la vague augmente en amplitude, se raidit progressivement et devient de plus en plus asymétrique au cours de sa propagation. Après $t=2.s$, la face avant de la crête devient presque verticale, et on démarre le processus de déferlement et la conversion de l'énergie potentielle en énergie cinétique. Un jet de fluide est éjecté de la crête de la vague. Le splash-up se développe lorsque le jet rebondit sur la surface libre[12]. Le mouvement de renversement se répète deux fois et on observe que chaque cycle de la réaction d'éjection / impact / splash-up devient de plus en plus faible. Des poches d'air sont piégées. En observant l'épaisseur de l'interface, hors rebond, on remarque que la diffusion numérique est limitée.

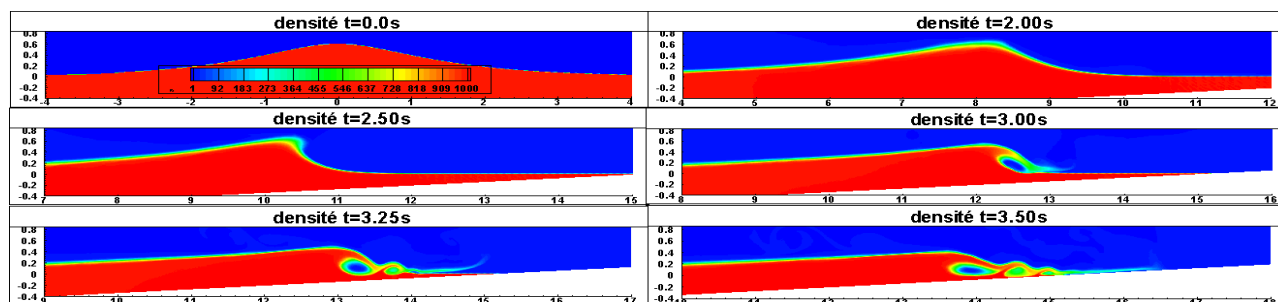


FIG.2 .Densité à t=0s, 2.0s, 2.5s, 3.s, 3.25s, 3.5s.

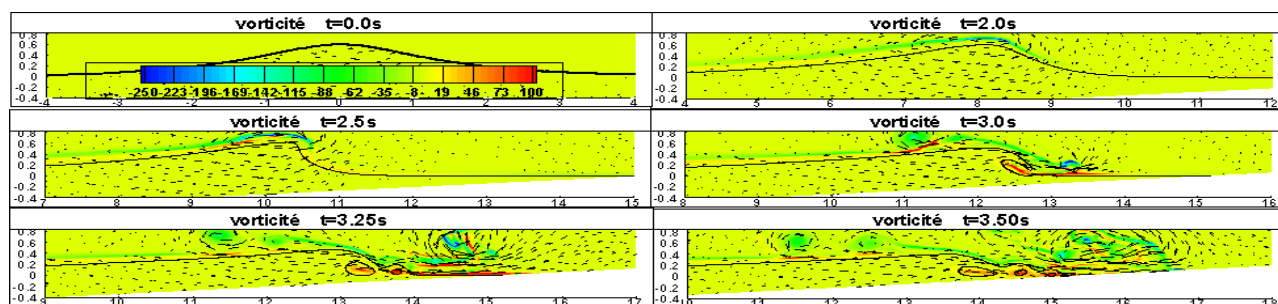


FIG.3 .Vorticité horizontale à t=0s, 2.0s, 2.5s, 3.s, 3.25s, 3.5s et surface libre $\phi=0.5$

La figure 3 représente la vorticité à différents instant. Au cours de la propagation de l'onde [0.s, 2.5s], une fine épaisseur de vorticité négative est observée sur la surface libre supérieure. Pendant la phase d'éjection et de chute du jet, la vorticité à l'interface s'intensifie. A l'impact des jets primaire et secondaire, la vorticité s'organise en grandes structures cohérentes, ce qui révèle la nature tourbillonnaire du processus de déferlement. Vers le bas, les processus successifs du splash-up sont indiqués par trois zones de vorticité positive. Cela correspond au développement de tourbillons co-rotatifs dans les trois poches d'air observées sur la figure 2, comme indiqué par [13] ou de [15].

La figure 4 présente l'évolution du profil de la surface au cours de la propagation de la vague. Cela confirme les éléments exposés ci-dessus: le progressif raidissement de la vague, le jet d'éjection de la crête et le rebond sur la surface libre précédemment non perturbée, et les trois cycles de splash-up. Les caractéristiques générales du déferlement obtenu sont en bon accord avec les résultats présentés dans la littérature (par exemple, [5], [12]). Considérant ces simulations comme une étape de validation, notre modèle numérique

donne des résultats satisfaisants pour cette configuration 2D. Des comparaisons quantitatives avec les données expérimentales seront prévues.

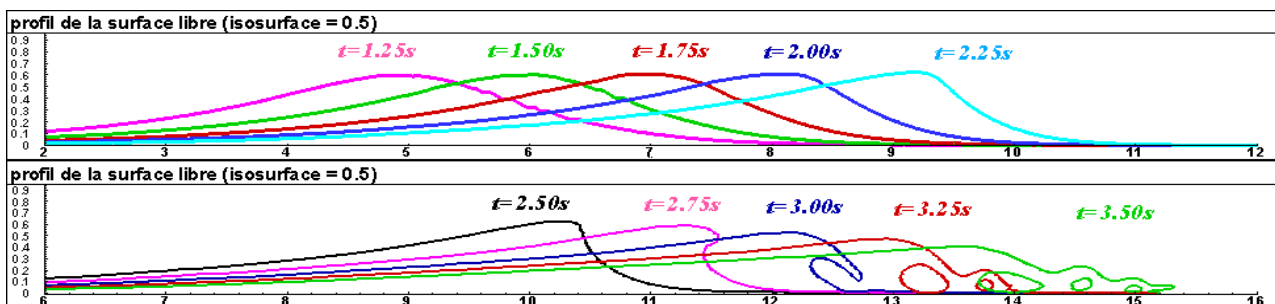


FIG.4 .Surface libre $\varphi = 0.5$ à $t=1.25s, 1.5s, 1.75s, 2.0s, 2.25s, 2.5s, 2.75s, 3.0s, 3.25s, 3.5s$.

4.2.2 Déferlement du soliton sur une pente 1/15 avec rugosités

Dans cette section, nous présentons les résultats sur fond incliné couvert par des éléments de macro-rugosité (0,2 m x 0,2 m, éloignés de 0.4m). Ce cas sera mentionné ci-après comme le cas "rugo". Les conditions initiales et les conditions aux limites sont les mêmes que dans le cas précédent, sauf pour le fond. On constate sur la figure 5 que la vague déferle beaucoup plus vite par rapport au cas sans rugosités, mais que le mécanisme de déferlement est le même que précédemment. Sur la figure 6, on note que la vorticité générée dans le cas « rugo » est beaucoup plus importante que précédemment.

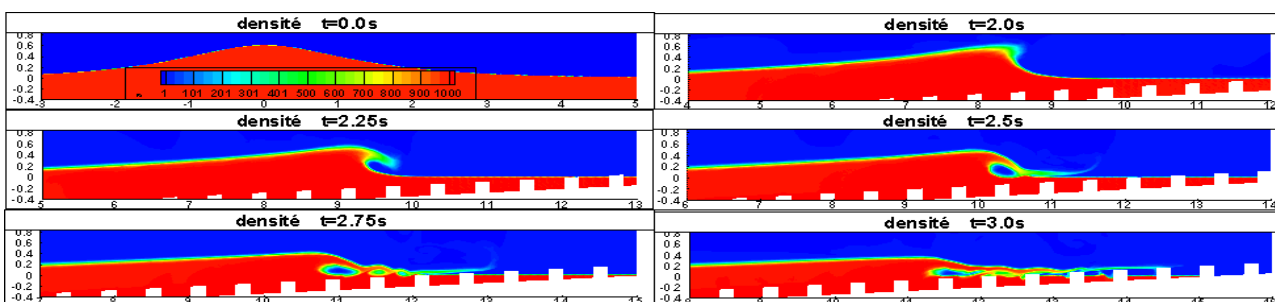


FIG.5 .Densité pour le cas "rugo" à $t=0s, 2s, 2.25s, 2.5s, 2.75s, 3s$.

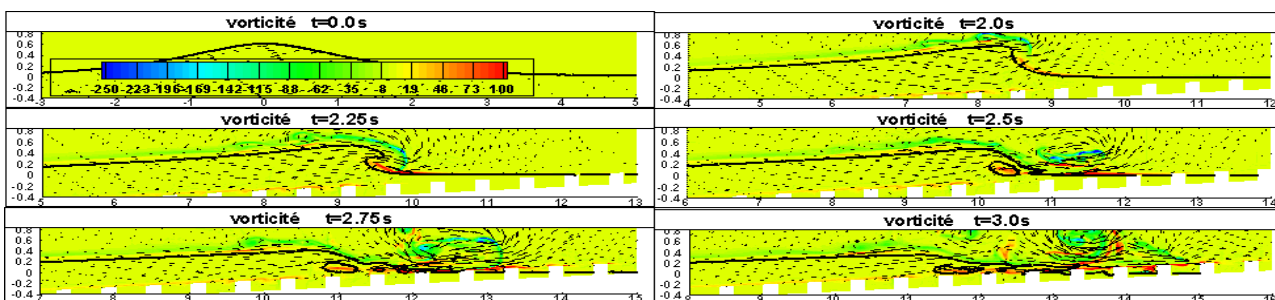


FIG.6 .Vorticité horizontale dans le cas « rugo » à $t=0s, 2s, 2.25s, 2.5s, 2.75s, 3s$ et surface libre $\varphi = 0.5$.

La figure 7 présente la dynamique du profil de la surface de l'eau au cours de la propagation de la vague et du déferlement. Cela confirme les éléments exposés ci-dessus: le raidissement de la vague, le jet d'éjection de la crête et le rebond sur la surface libre précédemment non perturbée, et les trois cycles de splash-up.

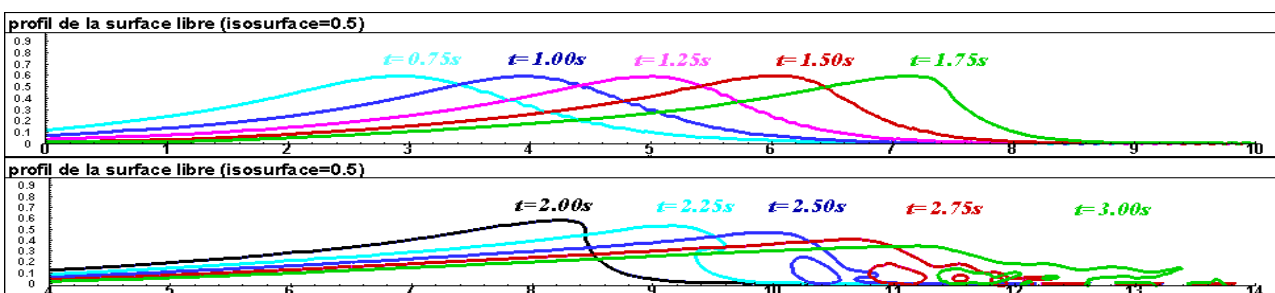


FIG.7 .Surface libre $\varphi = 0.5$ dans le cas « rugo » à $t=0.75s, 1s, 1.25s, 1.5s, 1.75s, 2.0s, 2.25s, 2.5s, 2.75s, 3s$.

4.2.3 Comparaison entre les deux cas

Dans cette section, nous comparons les cas de déferlement avec et sans macro-rugosités. Sur la figure 8, on remarque immédiatement la forte influence du fond rugueux qui provoque le ralentissement de l'onde, une modification de la morphologie du déferlement ainsi que l'avancée du point de déferlement une diminution de l'amplitude de l'onde. La propagation et le gonflement de l'onde incidente sont rapidement affectés par la présence de macro-rugosités sur le fond. En effet, on observe sur la figure 9 que la trainée de forme liée à la présence des macro-rugosités provoque le développement d'une couche de vitesse quasi-nulle. La quantité de mouvement apportée par le soliton se concentre alors dans la partie supérieure de l'écoulement. L'augmentation de la vitesse horizontale qui en résulte accélère le processus de déferlement et rapproche le point de déferlement, comme montré sur la figure 10. On remarque que les processus de splash-up successifs et la hauteur de run-up liée sont également perturbés par les macro-rugosités.

La compréhension détaillée du déferlement en présence de macro-rugosités ne saurait être basée sur la description d'un seul cas de simulation. Une étude paramétrique est nécessaire afin de comprendre l'influence de la géométrie et de la densité des éléments de rugosités et ainsi fournir une analyse des processus physiques en jeu.

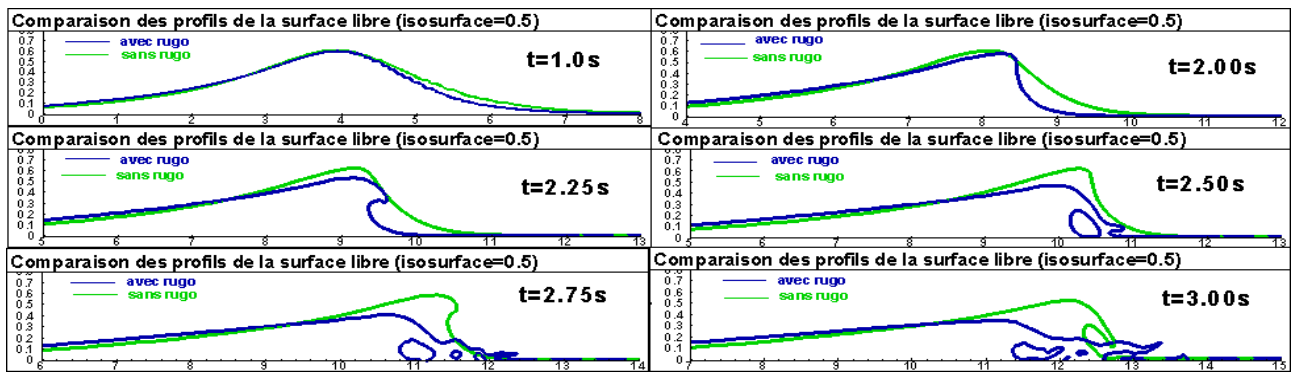


FIG.8 .Surfaces libres $\phi=0.5$ à $t=1.s, 2s, 2.25s, 2.5s, 2.75s, 3.s$ pour le cas «rugo» (bleu) et «non-rugo» (vert)

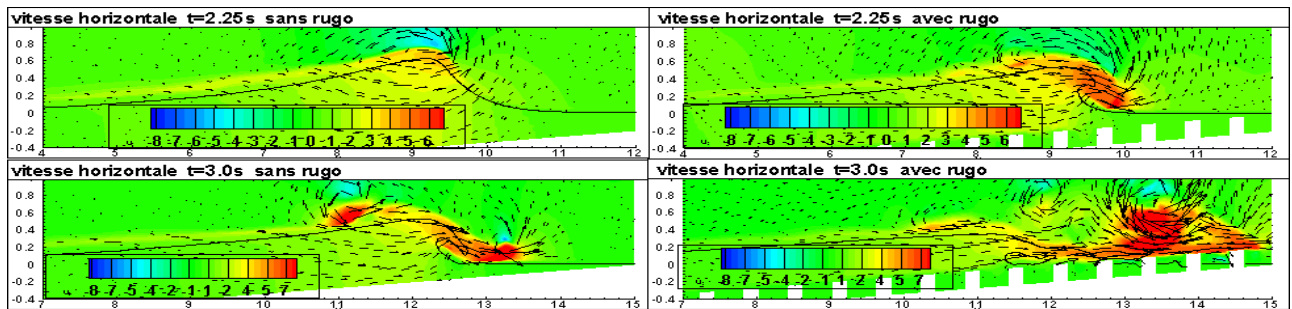


FIG.9 .Vitesses horizontales à $t=2.25s$ et $3.s$, pour le cas « rugo » (droite) et « non-rugo » (gauche).

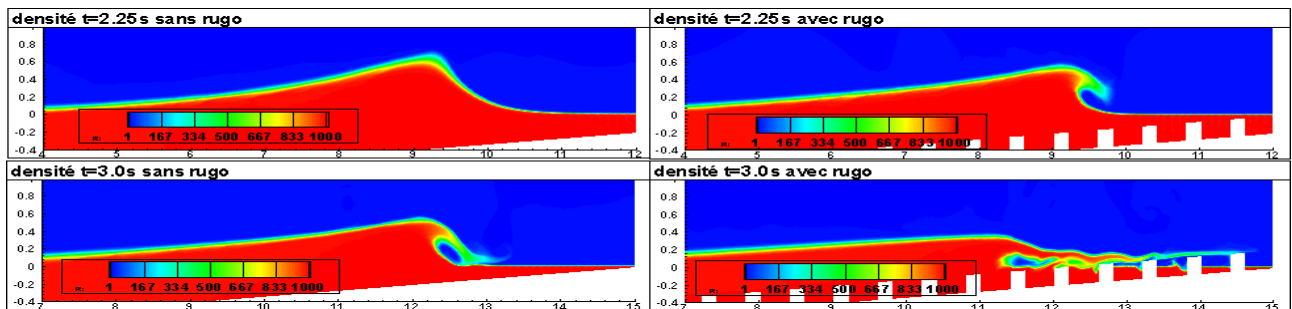


FIG.10 .Densité à $t=2.25s$ et $3.s$, pour le cas « rugo » (droite) et « non-rugo » (gauche).

5 Conclusion

Nous avons étudié le déferlement de vagues avec un modèle numérique d'écoulement compressible bi-fluide à faible Mach. L'objectif de cette étude était de comprendre l'influence de la macro-rugosité sur la dynamique du déferlement. Avec ou sans rugosité, notre modèle numérique reproduit le mouvement de retournement de l'onde incidente, l'entraînement des poches d'air ainsi que la génération de structures tourbillonnaires cohérentes mis en avant dans la littérature. La présence de macro-rugosités sur le fond influence fortement le processus de déferlement, en accélérant le retournement de l'onde. Une étude paramétrique de la géométrie et de la densité des éléments de macro-rugosités est nécessaire avant de proposer une analyse physique complète des processus en jeu lors du déferlement sur des fonds rugueux.

Remerciements: Nous remercions chaleureusement le professeur Helluy, co-développeur du code qui a permis cette étude. Ce travail a été soutenu par le projet TSUMOD de l'Agence Nationale de la Recherche ANR-05-CATT-O16. Les calculs ont été effectués sur un cluster financé par la région PACA - Conseil Général 83 SOCOM cluster.

Références

- [1] Abgrall R., How to prevent pressure oscillations in multicomponent flow calculations: a quasi-conservative approach, *J. Comput. Phys.*, 125(1), 150–160, 1996.
- [2] Allaire G., Clerc S., Kokh S., A five-equation model for the simulation of interfaces between compressible fluids, *J. of comp. Phys.*, 181, 577-616, 2005.
- [3] Biauxser B., S. Guignard S., Marcer R. & Fraunié P., 3D two phase flows numerical simulations by SL-VOF method, *Int. J. Num. Meth. in Fluids*, 45(6):581-604, 2004.
- [4] Chantepedrix G., Villedieu P. and Vila J.-P., A compressible model for separated two-phase flows computations, *ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, Montreal, Canada, 2002.
- [5] Christensen E. D., LES of spilling and plunging breakers, *Coastal Engineering*, 53: 463-485, 2006.
- [6] Godlewski E., Raviart P.-A., Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws, *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 118, Springer-Verlag, New York, 1996.
- [7] Golay F., Helluy P., Numerical schemes for low Mach wave breaking, *Int. J. of Comp. Fluid Dyn.*, Vol. 21, No. 2, 69–86, 2007.
- [8] Grilli S.T., Skourup J. and Svendsen I.A., An efficient boundary element method for nonlinear water waves. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 6(2), 97–107, 1989.
- [9] Grilli S., Guyenne P., Dias F., A fully non-linear model for three-dimensionnal overturning waves over an arbitrary bottom, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 35, 829-867, 2001.
- [10] Guignard S., Marcer R., Rey V., Kharif C., Fraunié P., Solitary wave breaking on sloping beaches: 2-D two phase flow numerical simulation by SL-VOF method, *Eur. J. Mech. B. Fluids*, 20:57-74, 2001.
- [11] Helluy P., Golay F., Caltagirone J.P., Lubin P., Vincent S., Drevrard D., Marcer R., Fraunié P., Seguin N., Grilli S., Lesage A.N., Dervieux A., Allain O., Numerical simulation of wave breaking, *M2AN*, Vol.39 n°3, pp 591-607, 2005.
- [12] Lubin P., Vincent S, Abadie S, Caltagirone J.P., Three-dimensional Large Eddy Simulation of air entrainment under plunging breaking waves, *Coastal Eng.*, 53, 631-655, 2006
- [13] Miller, R. L., Role of vortices in surf zone prediction: sedimentation and wave forces, *Soc. Econ. Paleontol. Mineral. Spec. Publ.*, 24, Ed. R. A. Davis, R. L. Ethington, 92-114, 1976.
- [14] Peregrine, D. H., Breaking waves on beaches, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 15: 149- 78, 1983.
- [15] Sakai T., Mizutani T., Tanaka H. and Tada Y., Vortex formation in plunging breaker, *Proceedings of 20th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, 711-723., 1986
- [16] Saurel R., Abgrall R., A simple method for compressible multifluid flows, *SIAM J. Sci. Comput.*, 21(3):1115–1145, 1999.
- [17] Tanaka M., The stability of solitary waves. *Phys. Fluids*.29:3, 650-655, 1986.
- [18] Vincent S., Caltagirone J.P., Lubin P., Randrianarivelo T., An adaptive augmented Lagrangian method for three-dimensional multimaterial flows, *Computers and Fluids*, 33(10):1273-1289, 2004.
- [19] Yasuda T., Mutsuda H., Mizutani N., Kinematic of overturning solitary waves and their relations to breaker types, *Coastal Engineering*, 29:317–346, 19, 1997