

# Instabilités globales d'un écoulement à grand nombre de Reynolds sur une paroi présentant une cavité

FABIEN MÉRY ET GRÉGOIRE CASALIS

ONERA, DMAE 2 Avenue Edouard Belin BP 4025 F-31055 TOULOUSE CEDEX 4

## Résumé :

*La théorie de la stabilité globale fournit un moyen efficace d'investigation des problèmes complexes d'aéroacoustique. L'étude présente se concentre sur la stabilité d'un cas étudié expérimentalement : l'écoulement au-dessus d'une cavité cylindrique pour une vitesse incidente de 70 m/s d'où un nombre de Reynolds important. La même approche de stabilité est appliquée ensuite au même écoulement incident mais sur une cavité rectangulaire supposée infinie dans la direction transversale.*

## Abstract :

*The global stability theory provides an efficient tool for investigation of aeroacoustics problems. The present study puts the stress first on the stability of a configuration experimentally studied : the flow above a cylindrical cavity for an inflow freestream of 70 m/s. The same stability approach is applied to a flow over a rectangular cavity supposed infinitely large in the transverse direction*

**Mots clefs :** Stabilité globale, Cavité

## 1 Introduction

L'aéroacoustique des cavités constitue une problématique majeure pour l'industrie aéronautique en ce qui concerne la réduction du bruit d'un avion à l'atterrissage. Parmi les différents outils d'analyse d'un tel écoulement, la théorie de la stabilité fournit un moyen efficace d'investigation. Dans la bibliographie afférente, on trouve surtout des études fondamentales (bas nombres de Reynolds, cavités rectangulaires) réalisées notamment à l'ONERA DAFE [1] et à Caltech [2]. Notre étude se concentre sur la stabilité d'un cas plus appliqué issu d'expérimentations réalisées à l'ECL [3]. Précisément, nous étudierons un écoulement à grand nombre de Reynolds sur une paroi plane présentant une cavité cylindrique et qui par ailleurs a fait l'objet d'une simulation aux grandes échelles réalisée à l'ONERA DSNA [4]. Les résultats obtenus sur ce cas de cavité cylindrique seront confirmés par une étude de la stabilité de la cavité rectangulaire supposée infiniment large pour s'affranchir des possibles effets 3D lié à l'écoulement complexe de la cavité cylindrique. L'article s'articule autour de deux grandes parties. Dans une première partie, nous abordons le cas de la cavité cylindrique. Au regard de ces résultats, la seconde partie est consacrée au cas de la cavité rectangulaire infinie en envergure.

## 2 Cavité Cylindrique

### 2.1 Description de la configuration étudiée

La configuration étudiée est une cavité cylindrique (figure 1) de diamètre  $D = 0.1$  m. et de profondeur  $H = 0.1$  m. L'écoulement est un gaz idéal. La vitesse incidente est de  $U_\infty = 70$  m/s, correspondant à un nombre de Mach de  $M = 0.2$ . Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre de la cavité est environ 450 000. La couche limite amont est laminaire, son épaisseur est de  $\delta = 15$  mm à 0.2 m en amont de la cavité. L'écoulement devient rapidement turbulent à partir du bord amont de la cavité. L'écoulement calculé par simulation aux grandes échelles (SGE), utilise le code interne ONERA appelé Flu3M [5]. Ce calcul comporte environ 13 millions de points avec au minimum 40 points dans la couche limite. Cette simulation est en très bon accord avec les résultats expérimentaux [3, 4]. La partie moyenne de cette simulation nous sert d'écoulement de base pour l'étude de stabilité, la partie instationnaire d'éléments de comparaison. Afin d'obtenir des quantités adimensionnées (pour les longueurs, les composantes de la vitesse et le temps), on utilise la profondeur de la cavité  $H$ , la vitesse  $U_\infty$  et le rapport  $H/U_\infty$ , respectivement. Pour des cavités rectangulaires, Rossiter propose une relation semi-empirique qui prévoit les harmoniques dominants [6]. En effet, les perturbations acoustiques liées à l'impact des tourbillons sur le bord aval de la cavité excitent les instabilités de couche de mélange au niveau du bord amont, un accord particulier se fait entre le temps de parcours des perturbations acoustiques et le nombre de tourbillon dans la couche de mélange : on peut observer des oscillations auto-entretenues ou

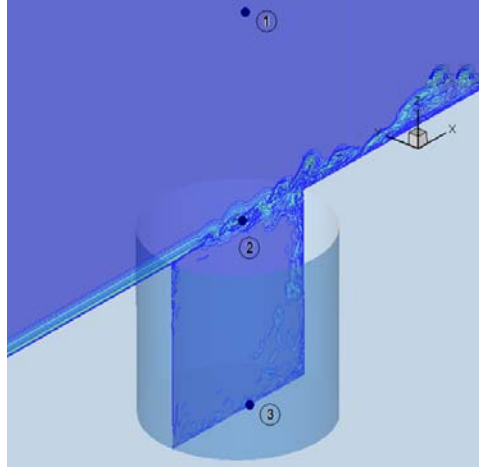


FIG. 1 – Configuration étudiée, position des capteurs de pression et illustration du champ de vitesse instantané dans le plan médian ( $y = 0$ ).

encore appelé phénomène de rétroaction. On peut supposer que la formule de Rossiter est applicable dans le cas de la cavité cylindrique. La formule employée dans la présente communication, valable à bas nombre de Mach, sera celle proposée par Block [7] :

$$St_{Rossiter_n} = \frac{n}{M(1 + \frac{0.514}{D/H}) + \frac{1}{\kappa(D/H)}} \quad (1)$$

avec  $\kappa(D/H)$  un paramètre empirique ( $\kappa = 0.61$  dans notre cas) et  $n$  l'entier correspondant à l'harmonique considérée.

## 2.2 Etude de Stabilité

### 2.2.1 Modélisation et méthodes numériques

L'écoulement est tridimensionnel, l'étude de stabilité est toutefois limitée au plan médian ( $y = 0$ ) à la cavité situé dans l'axe de l'écoulement principal. Dans ce plan, on suppose que l'écoulement moyen représenté par son champ de vitesse  $(\bar{u}, 0, \bar{w})$  présente deux directions d'inhomogénéité :  $x$  et  $z$ , avec  $x$  la direction principale de l'écoulement et  $z$  la normale à la plaque. On met alors en oeuvre la théorie de stabilité dite globale 2D [8]. La limitation au plan médian sera discutée dans la section suivante. On superpose une petite fluctuation à l'écoulement moyen, chaque variable de l'écoulement se décompose comme suit :

$$q(x, z, t) = \bar{q}(x, z) + \tilde{q}(x, z, t)$$

avec  $\bar{q}$  la partie moyenne qui est la partie moyenne de la SGE et  $\tilde{q}$  la perturbation à déterminer. La perturbation est écrite sous forme d'un mode normal :  $\tilde{q}(x, z, t) = \hat{q}(x, z)e^{-i\omega t}$  avec  $\omega$  une valeur propre complexe et  $\hat{q}(x, z)$  la fonction propre correspondante.

Nous utilisons une modélisation en fluide parfait pour déterminer la perturbation. En effet, il est raisonnable de considérer que le moteur des instabilités réside essentiellement dans le gradient de vitesse (couche de mélange). Nous introduisons donc la décomposition précédente dans les équations d'Euler linéarisées pour un fluide parfait compressible. On obtient ainsi un problème aux valeurs propres via un système d'équations aux dérivées partielles. Ce dernier est discrétisé en utilisant une méthode aux éléments finis (voir Freefem.org), on obtient un problème aux valeurs propres généralisé :

$$\mathbf{A}q = \omega \mathbf{B}q \quad (2)$$

avec  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  des matrices et  $q = \{\hat{p}, \hat{u}, \hat{w}\}$  le vecteur des fonctions propres de la perturbation de la pression, de la vitesse dans le sens de l'écoulement et de la vitesse normale à l'écoulement. Ce problème aux valeurs propres est résolu par la méthode d'Arnoldi, méthode qui permet de calculer le spectre autour d'une valeur cible.

### 2.2.2 Résultats

Le calcul de stabilité a permis de mettre en valeur quatre modes propres, appelés modes de Kelvin-Helmholtz (modes KH) [9], car ils sont concentrés essentiellement dans la couche de mélange. Chaque mode est ca-

ractérisé par un nombre complexe  $\omega = (\omega_r, \omega_i)$  avec  $\omega_r$  la fréquence de la perturbation et  $\omega_i$  le taux d'amplification de la perturbation. Dans notre cas, les modes KH sont amplifiés ( $\omega_i > 0$ ). A partir de  $\omega_r$ , on définit un nombre de Strouhal comme suit :

$$St = \frac{\omega_r U_\infty}{2\pi H}$$

Les valeurs numériques du nombre de Strouhal des quatre modes KH sont reportés dans le tableau 1, ci-après. Les nombres de Strouhal des modes KH semblent coïncider avec les modes de Rossiter (Ro) : les modes Ro I et Ro II avec KH I et KH II et Ro III avec KH IV. Cette coïncidence permet une réinterprétation de la formule de Rossiter d'un point de vue stabilité : ces modes de Rossiter semblent être des modes propres globaux de l'écoulement. Par ailleurs, la SGE fournit un champ de vitesse instationnaire. Trois capteurs de pression numériques ont été placés dans le plan médian (figure 1). En chaque point, une analyse de densité spectrale du signal de pression instantanée a été réalisée (figure 2). On observe une fréquence de résonance privilégiée.

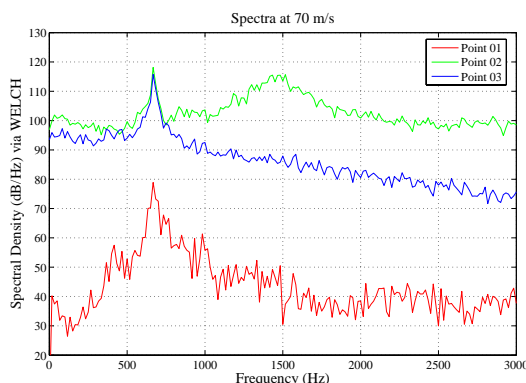


FIG. 2 – Densité spectrale des 3 capteurs de pression dans la SGE

$f = 667\text{Hz}$  correspond à un nombre de Strouhal de  $St = 0.95$ . Ce mode résonant est en excellent accord avec les mesures [4]. Par ailleurs, il est aussi en excellent accord avec le mode KH II. Une transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance permet de comparer la forme du mode avec le mode KH II issu du calcul de stabilité. La figure 3 présente une comparaison entre la transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance du signal instationnaire et le mode KH II issu du calcul de stabilité.

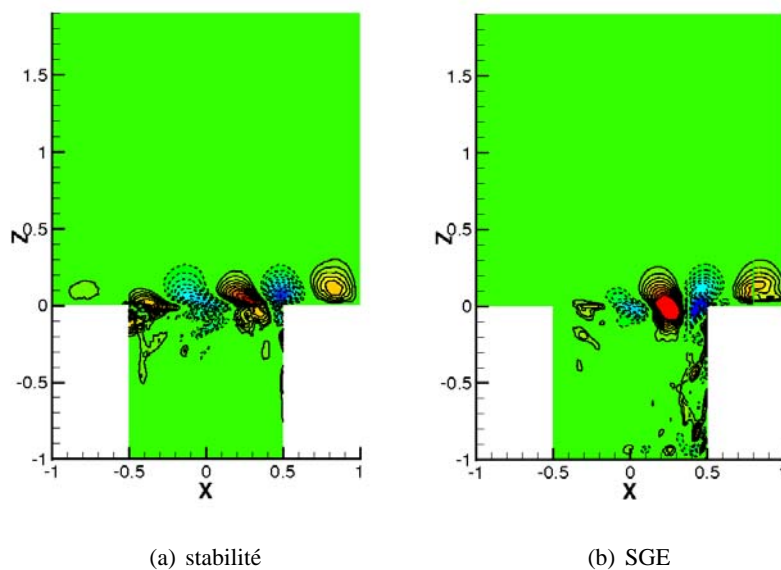


FIG. 3 – Comparaison de la fluctuation de vitesse normale à l'écoulement (partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz II ( $St_{II}$ ) (a) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance de la SGE de la cavité cylindrique (b)

On note un très bon accord ce qui confirme l'hypothèse de réinterprétation du mode II de Rossiter comme étant

un mode global et notamment le mode KH II. Néanmoins, le calcul de stabilité dans le plan médian d'un calcul fortement tri-dimensionnel est discutable. C'est pourquoi une étude strictement 2D<sup>1</sup> semble intéressante afin de confirmer les résultats ci-dessus.

### 3 Cavité rectangulaire infinie en envergure

#### 3.1 Description de la configurations étudiée, comparaison avec le cas cylindrique

Avec les mêmes conditions de nombre Reynolds et nombre de Mach, on considère l'écoulement au-dessus d'une cavité rectangulaire infinie en envergure :  $D = H = 0.1$  m,  $U_\infty = 70$  m/s i.e.  $M = 0.2$ , le nombre de Reynolds reste de 450 000. La couche limite amont est laminaire, son épaisseur est de  $\delta = 15$  mm à 0.2 m en amont de la cavité. Le calcul a été réalisé avec le même logiciel (Flu3M). Ce calcul comporte environ 2.5 millions de points avec au minimum 40 points dans la couche limite. Pour assurer un résultat "2D", le domaine a une envergure de 2.5 fois la longueur  $D$  de la cavité avec une condition de périodicité à chaque extrémités.

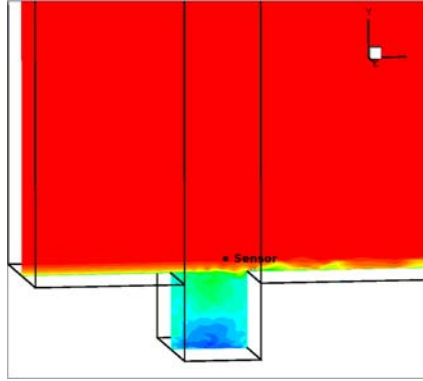


FIG. 4 – Vitesse instantanée  $u$  de la SGE dans le cas 2D et capteur de pression dans la SGE pour le cas cylindrique

Il est important d'évaluer de manière quantitative les différences entre le cas cylindrique et le cas rectangulaire. L'ensemble des phénomènes observés prend sa source dans la couche de mélange, il est donc intéressant d'étudier les caractéristiques de la couche de mélange. On définit ainsi l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche de mélange  $\delta_m$  par :

$$\delta_m(x) = \int_{y_{min}}^{y_{max}} \frac{\bar{u}(x, y)}{U_\infty} \left( 1 - \frac{\bar{u}(x, y)}{U_\infty} \right) dy$$

avec  $y_{min}$  et  $y_{max}$  choisis de telle manière que le résultat ne varie plus et  $\bar{u}(x, y)$  la vitesse moyenne. La valeur de  $\frac{d\delta_m}{dx}$  est particulièrement sensible dans les études de stabilité linéaire 1D [10]. D'autre part, l'épaisseur de vorticité  $\delta_\omega$  définie par :

$$\delta_\omega(x) = \frac{U_\infty}{\max_y \left[ \frac{\partial \bar{u}(x, y)}{\partial y} \right]}$$

constitue un autre indicateur caractéristique de la stabilité. En effet il caractérise le point d'inflexion du profil de vitesse. La figure 5 présente un bon accord avec les épaisseurs intégrales entre le cas 2D et le cas cylindrique. On peut donc s'attendre à des résultats de stabilité relativement proches, mais cette fois les résultats ne souffriront pas d'une simplification trop importante (écoulement 3D / étude de stabilité 2D).

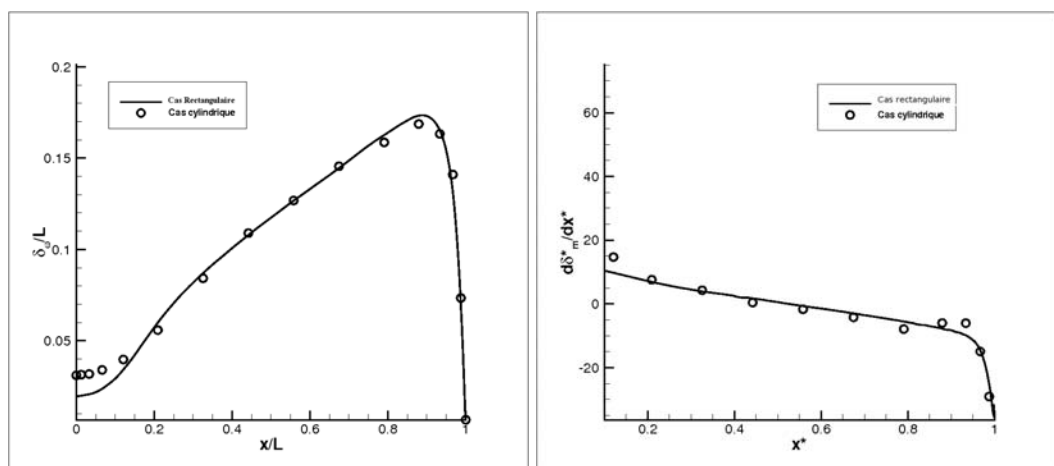
#### 3.2 Etude de stabilité sur le cas rectangulaire 2D

On réalise le même calcul de stabilité sur le cas 2D. Les résultats en terme de nombre de Strouhal sont consignés dans le tableau 1.

On obtient un résultat très comparable au cas cylindrique (sauf un petit écart sur KH I). Notamment on retrouve la coïncidence des modes de Rossiter (I,II,III) avec les modes globaux de Kelvin-Helmholtz (I,II,IV). Comme dans le cas cylindrique, on a placé un capteur de pression légèrement au-dessus de la couche de mélange. La figure 6 présente le résultat.

On observe l'émergence de deux fréquences privilégiées  $f_1 = 651Hz$  et  $f_2 = 936Hz$ , ces fréquences correspondent à des nombres de Strouhal de  $St_1 = 0.93$  et  $St_2 = 1.33$ . Il y aurait donc un accord entre le mode de

<sup>1</sup>Par abus de langage, nous parlons d'étude 2D du point de vue de la stabilité (deux directions d'inhomogénéité) alors que l'écoulement est toujours pleinement tri-dimensionnel, que ce soit pour le cas cylindrique ou le cas rectangulaire.



(a) épaisseur de vortacité

(b) dérivée de l'épaisseur de quantité de mouvement normalisée

FIG. 5 – Comparaison des épaisseurs intégrales caractéristiques de l'écoulement entre le cas cylindrique dans le plan médian (symboles) et le cas rectangulaire 2D (ligne)

	I	II	III	IV
Nombre de Strouhal des modes KH cas 2D	0.46	0.91	1.26	1.53
Nombre de Strouhal des modes KH cas cylindrique	0.51	0.93	1.28	1.55
Nombre de Strouhal des modes de Rossiter	0.51	1.02	1.53	2.04

TAB. 1 – Comparaison entre le nombre de Strouhal prévu par la formule (1) et le nombre de Strouhal des modes de Kelvin-Helmholtz pour le cas 2D et le cas cylindrique

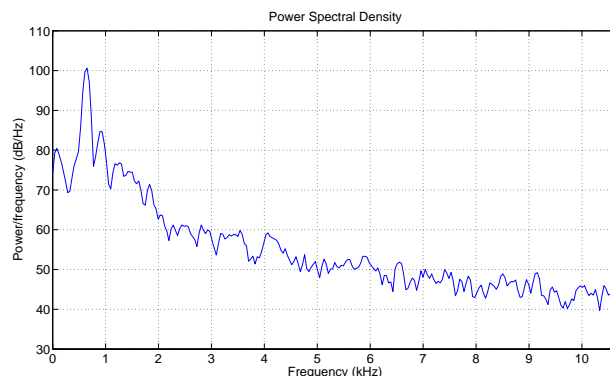


FIG. 6 – Densité spectrale du capteur de pression dans le calcul SGE 2D

nombre de Strouhal  $St_1$  avec le mode de KH II (comme dans le cas cylindrique) et surtout le mode de nombre de Strouhal  $St_2$  avec le mode de KH III. Ce dernier accord fréquentiel est confirmé par une comparaison de la forme des modes (figure 7).

Il faut noter sur la partie SGE (figure 7-b) la présence de structures en proche paroi inaccessibles au présent calcul de stabilité (vu que l'on se limite au fluide parfait). Par ailleurs, on peut souligner que le pic fréquentiel  $f_2$  qui n'est pas prévu par la formule de Rossiter, correspond à un mode d'instabilité. Pour la configuration considérée, l'approche classique des modes de Rossiter ne fournit qu'une partie du contenu tonal observé. L'étude de stabilité globale permet ainsi de compléter ce contenu modal avec une nouvelle interprétation basée sur des modes de type KH.

## 4 Conclusion

Cette étude de stabilité permet de mettre en valeur les modes responsables du bruit rayonné par les cavités. En ce qui concerne l'écoulement au-dessus d'une cavité cylindrique, une étude de stabilité dans le plan médian, fournit un bon résultat, en très bon accord avec la partie instationnaire de la SGE. L'étude conjointe de la cavité

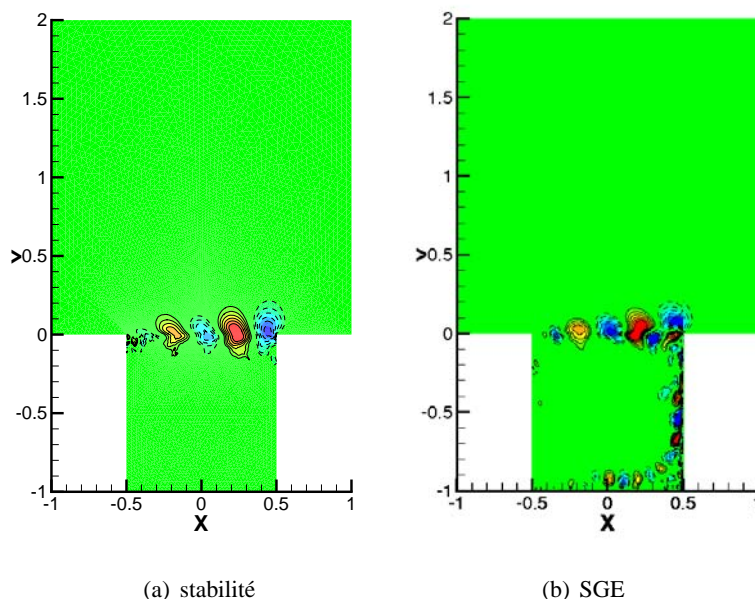


FIG. 7 – Comparaison de la fluctuation de vitesse normale à l'écoulement (partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz III ( $St_{III}$ ) (a) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance  $f_2$  de la SGE de la cavité 2D (b)

rectangulaire infinie en envergure permet de confirmer les résultats et ainsi de valider le choix du plan médian dans le cas tridimensionnel. D'autre part, les différents modes de Rossiter semblent coïncider avec les modes globaux d'instabilité. La présente étude permet de compléter l'approche de Rossiter et même d'aller encore plus loin puisqu'un mode résonant semble être un mode global non coïncidant avec un mode de Rossiter.

## Remerciements

Les auteurs remercient Daniel Mincu, ONERA DSNA, pour la SGE sur le cas cylindrique. Cette étude est financée par la Fondation de Recherche pour l'Aéronautique et l'Espace. La thèse de Fabien Méry est financée par la Délégation Générale pour l'Armement.

## Références

- [1] Barbagallo A. and Sipp D. Control of an incompressible cavity flow using a reduced model based on global modes. New York, 2008. 5th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference.
- [2] Bres G. Numerical simulations of three-dimensional instabilities in cavity flows. PhD thesis, California Institute of Technology, 2007.
- [3] Marsden O., Jondeau E., Souchotte P., Bogey C., Bailly C., and Juve D. Investigation of flow features acoustic radiation of round cavity. AIAA Paper 2008-2851, may 2008.
- [4] Mincu D., Mary I., Redonnet S., Larcheveque L., and Dussauge J.-P. Numerical simulations of the unsteady flow and radiated noise over a cylindrical cavity. Vancouver, May 2008. 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference.
- [5] Mary I. and Sagaut P. Les of a flow around an airfoil near stall. AIAA Journal, 40, 1139–1145, 2002.
- [6] Rossiter J. Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds. Reports and memoranda n° 3438, Aeronautical research council, 1964.
- [7] Tam C. and Block P. On the tones and pressure oscillations induced by flow over rectangular cavities. Journal of Fluid Mechanics, 89, 373–399, 1978.
- [8] Theofilis V. Linear instability analysis in two spatial dimensions. Athens, Greece, 1998.
- [9] Mery F. and Casalis G. Global instability of an inviscid compressible flow over a cavity. International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics, September 2008.
- [10] Rowley C. Modeling, simulation and control of cavity flow oscillations. PhD thesis, California Institute of Technology, 2002.