

# Profil de vitesse des écoulements granulaires

UMBERTO D'ORTONA<sup>a</sup>, NATHALIE THOMAS<sup>b</sup> ET BLANCHE DALLOZ<sup>b</sup>

*a. Laboratoire de Mécanique, Modélisation et Procédés Propres, UMR 6181, Marseille*

*b. Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels, UMR 6595, Marseille*

## Résumé :

*Nous présentons une étude expérimentale et numérique de l'écoulement sur plan incliné de milieux granulaires monodisperse et bidisperse ségrégué. Après présentation des profils de vitesse observés expérimentalement et numériquement, nous montrons que l'augmentation de la vitesse d'écoulement par la présence de grandes particules à la surface a lieu sur les écoulements de faibles épaisseurs. Dès que l'écoulement est plus épais, on retrouve numériquement la superposition des deux profils monodisperses, contrairement au cas expérimental.*

## Abstract :

*We present an experimental and a numerical study of monodisperse and segregated bidisperse flows down an incline. After showing the velocity profiles obtained experimentally and numerically, we show that the increase of the velocity observed due to the presence of large particles at the surface of the flow only occurs for thin flows. When larger flows are used, the superposition of the two monodisperse profile is numerically recovered, contrary to the experimental case*

**Mots clefs :** écoulements granulaires, modélisation, ségrégation, profil de vitesse.

## 1 Introduction

La compréhension des milieux granulaires secs, et en particulier de leurs propriétés d'écoulement est fondamentale car ils interviennent dans de nombreux domaines : avalanches naturelles, procédés agroalimentaires, produits pharmaceutiques, ... Ces dernières années, un certain nombre d'avancées sur les écoulements granulaires ont été réalisées, mais de nombreuses questions restent sans réponse. Dans cette étude, nous allons aborder le problème des écoulements bidisperses en taille et ségrégués. Ces écoulements sont constitués de 2 tailles de billes de même densité, les plus grandes se situant au dessus. Des études expérimentales [1, 2] et numériques [3, 4] ont déjà abordé ce système, mais les conclusions de ces études semblent incompatibles. En effet dans leurs travaux expérimentaux sur les étalements de lâchers d'une masse de matériau granulaire, Goujon et. al. montrent que la présence de grandes particules à la surface d'un écoulement de petites facilite l'écoulement de celles-ci. Ils obtiennent dans le cas bidisperse un étalement plus important, et une hauteur du dépôt  $h_{stop}$  plus faible que dans le cas monodisperse. Dans leurs simulations bidimensionnelles, Rogon et. al. arrivent à la conclusion contraire : la présence de grandes particules à la surface d'un écoulement de petites ne modifie pas le gradient de vitesse des petites et, dans la mesure où les grandes particules s'écoulent moins facilement que les petites, elles ralentissent globalement l'écoulement.

Pour essayer de comprendre l'origine de ce désaccord, nous avons réalisé en parallèle des expériences et des simulations en essayant de se mettre dans deux configurations aussi proches que possible.

## 2 Dispositif expérimental

La figure 1 présente le dispositif expérimental. Il est constitué de deux plaques de verre séparées de 1 cm et reposant sur un châssis inclinable. Deux "L" forment un rectangle que l'on remplit d'un milieu granulaire, l'écoulement se déclenche quand le "L" supérieur est escamoté. Une caméra rapide (jusqu'à 2000 im/s) et une caméra classique (25 im/s) assurent l'acquisition. Les profils de vitesse sont obtenus par un post-traitement de type PIV. Trois lots de billes de verre ont été utilisées 500-560  $\mu\text{m}$  (petites), 850-900  $\mu\text{m}$  (moyennes) et 1250-1400  $\mu\text{m}$  (grandes).

La figure 2 montre une séquence de photos espacées de 200 ms où l'écoulement granulaire se met en place. On voit à l'avant (droite) et à l'arrière (gauche) deux fronts qui se propagent et finissent par se rejoindre. Entre ces deux fronts, un écoulement se met en place parallèlement à la surface libre et atteint un régime stationnaire (figure 3).

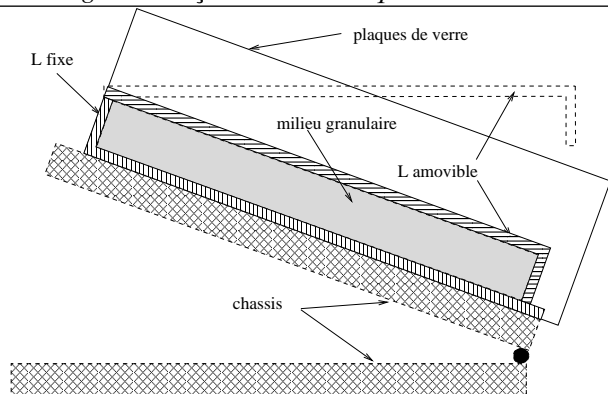


FIG. 1 – Schéma du dispositif expérimental. Le “L” supérieur peut être soulevé pour libérer l’écoulement granulaire.



FIG. 2 – Acquisition d’images à la caméra rapide, le temps entre 2 images est de 200 ms. On peut voir la propagation des fronts amont et aval.

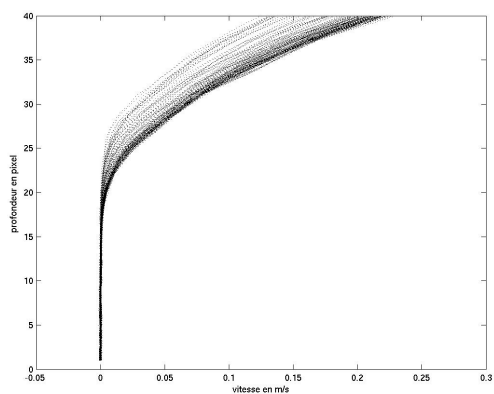


FIG. 3 – Superposition des profils de vitesse obtenus lors d’un écoulement granulaire sur une pente de 27°. Un régime stationnaire est atteint.

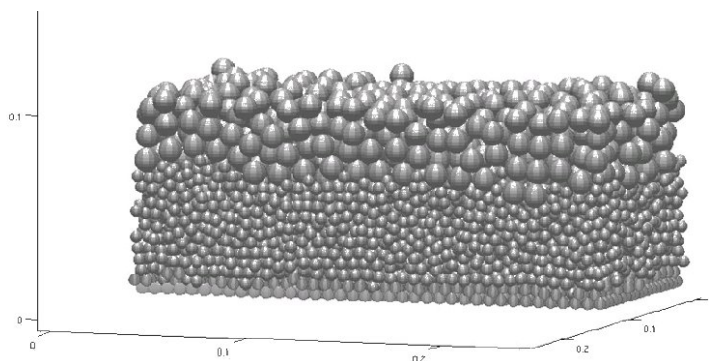


FIG. 4 – Exemple typique de simulation d’écoulement bidisperse ségrégré. Le rapport de taille entre les particules est de 2, la gravité est inclinée de 22°.

### 3 Simulations

Les simulations que nous employons sont de type dynamique moléculaire. Les particules, des sphères tridimensionnelles, interagissent par une force normale et une force tangentielle. La force normale est linéaire avec amortissement (linear-spring dashpot)

$$F_n = -k_n \xi - \gamma_n \dot{\xi}$$

où  $\xi$  est le chevauchement des deux particules et  $k_n$  et  $\gamma_n$  sont deux coefficients qui imposent la rigidité et le coefficient de restitution des particules. Nous utilisons les propriétés des particules de 3 mm de rayon d’acétate de cellulose [5] :  $k_n = 7.32 \cdot 10^6$  N/m et  $\gamma_n = 2.06$  kg/s. Pour les simulations les plus longues, nous avons également utilisé des particules moins rigides :  $k_n = 7.32 \cdot 10^4$  N/m et  $\gamma_n = 0.206$  kg/s. Dans les 2 cas, le coefficient de restitution est de  $e_n = 0.87$ . Pour l’influence du choix des paramètres, quelques simulations ont été réalisées avec les 2 jeux de paramètres sans différences notables dans les résultats mais avec un le temps de simulation divisé par un facteur 10 dans le cas des particules moins rigides.

Pour les forces tangentielles, nous utiliserons le modèle de Cundal et Strack [5, 6] qui combine une force de frottement de type Coulomb et un ressort si la force normale devient suffisante pour empêcher le glissement :

$$F_s = -\min(|k_s \zeta|, |\mu F_n|) \text{sign}(\zeta)$$

où  $k_s$  est un coefficient de rigidité tangentielle, et  $\zeta$  est le déplacement tangentiel obtenu depuis le contact entre les particules. Dans ce qui suit, nous prendrons  $\mu = 0.7$  et  $k_s = k_n/5$ .

Dans le cas bidisperse, les mêmes paramètres ( $k_n$ ,  $\gamma_n$ ,  $k_s$  et  $\mu = 0.7$ ) sont utilisées pour les 2 tailles de particules. De fait, les grandes particules ont un coefficient de restitution qui peut atteindre  $e_n=0.93$ . Cette approximation ne modifie pas la vitesse d'écoulement des particules tant qu'elles restent dans un régime dense [7] et facilite grandement les simulations. Pour chaque espèce, une légère polydispersité, 10%, est introduite pour éviter la cristallisation.

Pour faciliter la comparaison des simulations aux expériences, des particules de  $530 \mu\text{m}$ ,  $875 \mu\text{m}$  et  $1325 \mu\text{m}$  ont aussi été simulées. Les paramètres  $k_n$ ,  $\gamma_n$ ,  $k_s$  ont été adaptés pour que ces particules aient les mêmes propriétés ( $e_n$  et  $\mu$ ) que les particules d'acétate de cellulose de 3 mm de rayon.

Pour diminuer les temps de simulation, des conditions aux bords périodiques sont adoptées dans la direction de l'écoulement. Dans la direction perpendiculaire, soit les bords sont périodiques, soit deux vitres sont simulées. Dans le cas des vitres, leurs paramètres ( $k_n$ ,  $\gamma_n$  et  $\gamma_s$ ) sont choisis pour qu'elles aient les mêmes propriétés ( $\mu = 0.7$  et  $e_n = 0.87$ ) que les particules. Dans la direction verticale, un fond rugueux est généré en plaçant aléatoirement une couche de particules fixes en  $z = 0$ . Un plancher différent est généré à chaque simulation, sa compacité est de l'ordre de 0.58. Dans le cas des écoulements bidisperses, le plancher est constitué des petites billes. La taille des simulations est de 40 diamètres de petites billes dans le sens de l'écoulement, et 20 ou 40 diamètres dans le sens transverse. Dans les cas des vitres, la dimension dans le sens transverse sera toujours de 1 cm.

## 4 Résultats

### 4.1 Expériences

La figure 5 présente les profils de vitesse obtenus pour un écoulement de 4 cm d'épaisseur sur une pente de  $27^\circ$  pour les trois tailles de billes. Dans les trois cas on observe en régime permanent la coexistence d'une zone statique et d'une zone en écoulement. Par ailleurs, dans la zone en écoulement, le profil est concave sur toute la hauteur. Ces trois profils de vitesse serviront de référence dans l'étude des écoulements bidisperses.

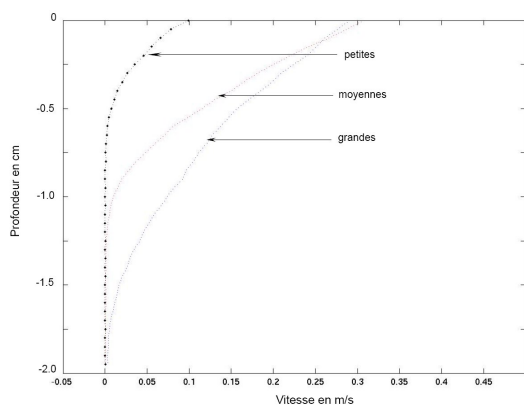


FIG. 5 – Profils de vitesse obtenus pour les trois tailles de billes :  $500\text{-}560 \mu\text{m}$  (petites),  $850\text{-}900 \mu\text{m}$  (moyennes) et  $1250\text{-}1400 \mu\text{m}$  (grandes) pour un écoulement de 4 cm d'épaisseur entre deux vitres distantes de 1 cm.

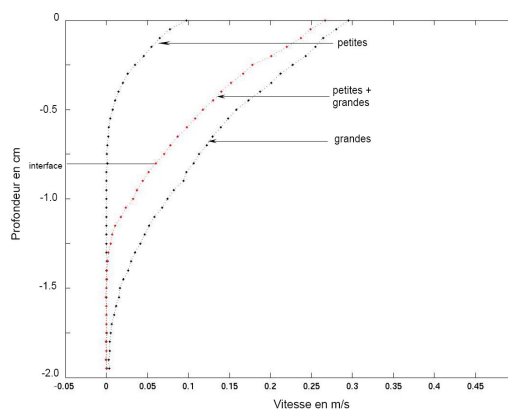


FIG. 6 – Profils de vitesse obtenus pour les écoulements monodisperses et un écoulement bidisperse constitué de 8 mm de grandes billes sur 32 mm de petites.

La figure 6 présente le profil de vitesse d'un écoulement bidisperse grandes/petites, ainsi que les deux profils de référence. On voit que la présence d'une couche de grandes particules à la surface de petites augmente la vitesse d'écoulement de l'ensemble. On peut voir aussi que le profil de vitesse en dessous de l'interface grandes-petites est également modifié. De la même façon, la figure 7 présente l'évolution du profil de vitesse moyennes/petites si l'on augmente l'épaisseur de particules moyennes à la surface d'un écoulement de petites. On voit que la vitesse d'écoulement croît avec la proportion de billes moyennes.

Ces mesures confirment bien l'idée que la présence de grandes particules à la surface d'un écoulement de petites augmente non seulement la vitesse du système, mais également la vitesse des petites particules sous les grandes. Il faut toutefois remarquer que l'augmentation de vitesse se produit principalement par une augmentation de l'épaisseur d'écoulement. Or si l'épaisseur d'écoulement ne couvre pas toute l'épaisseur du système, cela est dû à la présence des vitres nécessaires aux mesures. Pour éviter que l'augmentation de la zone en écoulement masque une éventuelle modification du gradient de vitesse, on a choisi de travailler avec des couches minces où tout le matériau est en mouvement.

Les expériences sont reproduites avec un écoulement de seulement 8 mm d'épaisseur. Pour le reste, le système est le même que précédemment mais il faut noter que le fond rugueux a été réalisé avec les billes de tailles  $850\text{-}900 \mu\text{m}$ . De fait, on peut voir que ce plancher n'est pas suffisamment rugueux pour les grandes particules

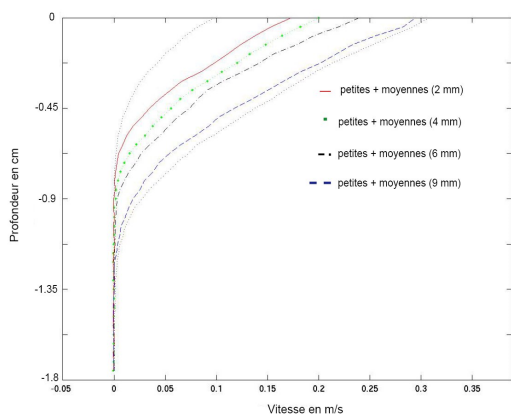


FIG. 7 – Profils de vitesse obtenus pour des écoulements bidisperses de petites et moyennes billes. L'épaisseur de moyennes billes varie de 2 à 9 mm. Les deux profils monodisperses sont rappelés (noir).

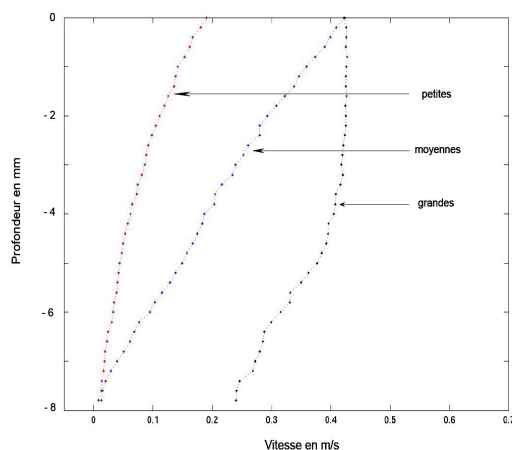


FIG. 8 – Profils de vitesse obtenus pour les trois tailles de billes : 500-560  $\mu\text{m}$  (petites), 850-900  $\mu\text{m}$  (moyennes) et 1250-1400  $\mu\text{m}$  (grandes) pour un écoulement de 8 mm d'épaisseur entre deux vitres distantes de 1 cm.

(figure 8) et que leur profil présente un glissement au fond. Par ailleurs, les profils des particules petites et moyennes ne présentent plus de reconnection avec une zone statique, mais toujours une forme globalement concave.

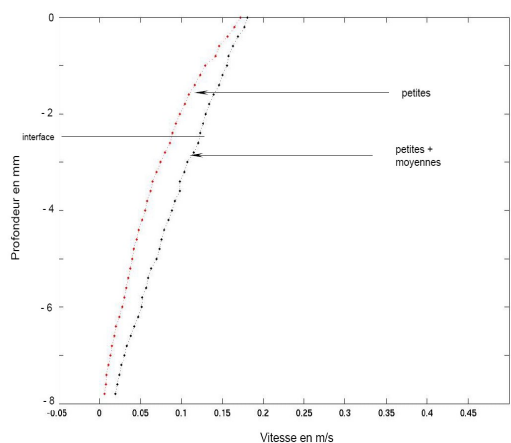


FIG. 9 – Profils de vitesse obtenus pour des écoulements bidisperses de 8 mm d'épaisseur de petites et moyennes billes.

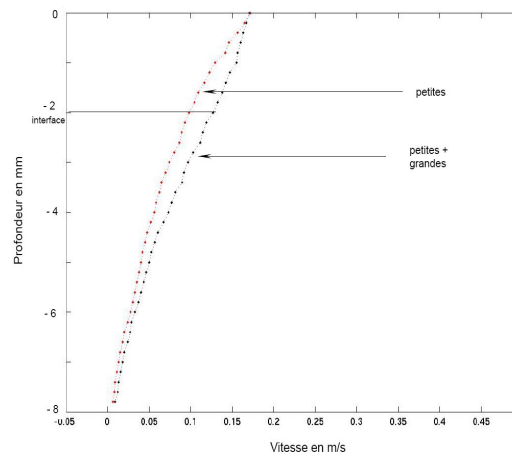


FIG. 10 – Profils de vitesse obtenus pour des écoulements bidisperse de 8 mm d'épaisseur de petites et grandes billes.

Les profils de vitesse obtenus pour des écoulements moyennes/petites (figure 9) et grandes/petites (figure 10) montrent une accélération due à la présence de plus grandes particules à la surface. On observe bien une augmentation du gradient de vitesse des petites, même si cette augmentation est faible.

## 4.2 Simulations

Tout comme dans le cas expérimental, on va comparer les profils de vitesse obtenus pour un écoulement monodisperse de petites et des écoulements bidisperses. La figure 11 montre les profils de vitesse obtenus pour des particules d'acétate de cellulose de rayon 3 mm s'écoulant sur une pente de  $22^\circ$  et d'une épaisseur de 20 couches de petites billes (12 cm). Dans le cas bidisperse, les grandes particules ont un rayon double (6 mm). On retrouve bien les résultats attendus théoriquement et obtenus numériquement par Rognon et. al. [4] : le profil de vitesse bidisperse est la superposition des profils de chaque espèce. Comme le montre les profils de compacité, le changement de pente a lieu à la frontière entre petites et grandes. Le gradient de vitesse dans la zone des petites n'est pas, ou peu, modifié par la présence des grandes particules. Le profil de vitesse monodisperse est par ailleurs linéaire, voire légèrement convexe.

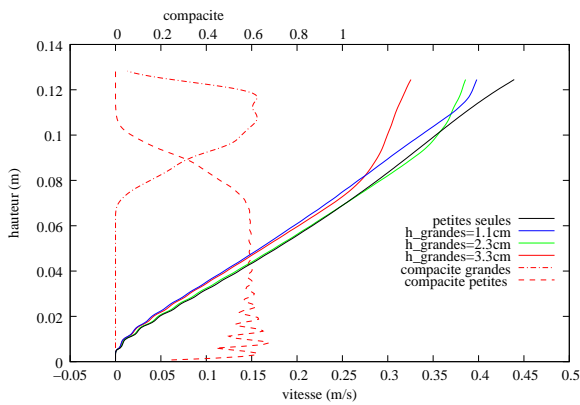


FIG. 11 – Profils de vitesse (axe X inférieur) obtenus pour des écoulements monodisperse et bidisperses avec une épaisseur de grandes particules de plus en plus importante. Profil de compactité (axe X supérieur) des petites et grandes particules correspondant au cas  $h_{grandes}=3.3$  cm.

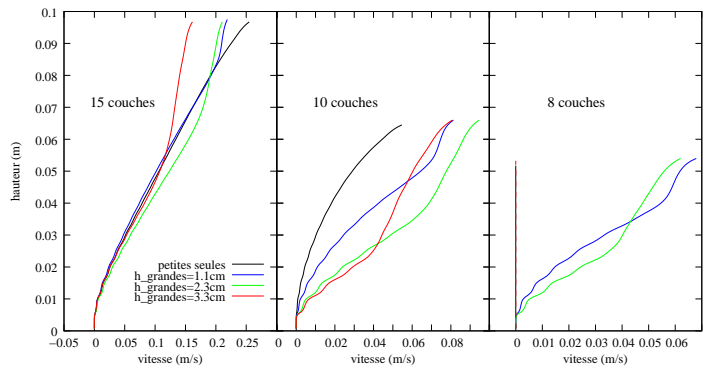


FIG. 12 – Profils de vitesse obtenus pour des écoulements analogue à la figure 11 mais avec des épaisseur de 15, 10 et 8 couches de billes. Dans le cas de 8 couches de billes, les courbes rouge et noire sont superposées.

Si l'on reproduit ces simulations, mais en diminuant l'épaisseur de l'écoulement (figure 12), on retrouve un comportement analogue pour 15 couches de billes. Mais pour 10 couches de billes, le profil de vitesse monodisperse passe d'un profil linéaire à une forme concave, et les profils bidisperses présentent une nette augmentation du gradient de vitesse à la base de l'écoulement, là où il n'y a que des petites particules. Les mêmes observations ont été faites dans les cas de 12, 11 et 9 couches de billes. Dans le cas de 8 couches de billes, on obtient une situation où le système monodisperse ne s'écoule plus (hauteur inférieure à  $h_{stop}$  pour cet angle), mais les systèmes avec 1 et 2 couches de grandes billes à la surface s'écoulent. Par contre le système avec 3 couches de grandes billes ne s'écoule pas.

Ces résultats montrent que sur plan incliné rugueux, on peut obtenir une accélération de l'écoulement des petites particules par la présence de grandes à la surface dans le cas d'écoulements de faibles épaisseurs. On observe par ailleurs que la valeur de  $h_{stop}$  diminue dans le cas d'un écoulement bidisperse. Ces résultats sont très analogues à ceux observés expérimentalement par Goujon et al. Si l'on confronte ces résultats des expériences que nous venons de présenter (figures 9 et 10), il faut remarquer que les expériences ont une épaisseur de 15 couches de billes. Ceci explique pourquoi l'augmentation de la vitesse dans les expériences, même si elle est mesurable, est très faible.

Pour mieux cerner l'influence des vitres dans les expériences, nous avons réalisé une série de simulations où deux vitres espacées de 1 cm ont été introduites. Les diamètres des particules ont été réduits pour coller au mieux aux expériences :  $530 \mu\text{m}$  (petites),  $875 \mu\text{m}$  (moyennes) et  $1325 \mu\text{m}$  (grandes). Les autres propriétés (coefficient de restitution, de frottement, polydispersité, ...) sont inchangées. Dans ces simulations, l'angle est cette fois de 27 degrés, comme dans les expériences.

La figure 13 montre les profils de vitesse obtenus pour les 3 tailles de billes. Tout comme dans les expériences, on obtient une zone en écoulement en coexistence avec une zone statique, et des profils de vitesse globalement concaves, même pour des épaisseurs d'écoulements de 15 couches de billes. Toutefois il faut noter une différence majeure avec les expériences. Dans les simulations, plus les particules sont petites, plus l'écoulement est rapide. Cette différence rend la confrontation simulations-expériences très difficile. On va toutefois regarder l'influence d'une couche de grandes particules à la surface d'un système constitué de petites (figure 14). On observe dans le cas  $530+1325 \mu\text{m}$  une cassure nette dans le profil de vitesse avec une très légère augmentation de vitesse dans la zone des petites par rapport au cas monodisperse. Pour le cas  $530+875 \mu\text{m}$  il n'y a pas de cassure nette. Si l'on remarque que l'écoulement a lieu sur 8 mm, donc 15 couches de billes, on ne s'attend pas à voir une augmentation de la vitesse d'écoulement. Cette épaisseur d'écoulement est imposée par la distance entre les vitres (1 cm). Dans les deux cas, la présence de grandes particules à la surface ne modifie pas l'épaisseur de la zone en écoulement. De nouveau ceci ne correspond pas à ce qui est observé expérimentalement.

## 5 Conclusions

Ce travail avait pour but de comprendre l'origine du désaccord entre théorie et simulation d'un côté et expérience de l'autre dans l'étude des écoulements bidisperses ségrégués. Nous avons montré que pour retrouver une accélération de l'écoulement de petites particules par la présence de grandes particules à la surface, il fallait que l'épaisseur de l'écoulement soit faible, de l'ordre de 10 couches de petites billes ou moins. Nous avons également mis en évidence qu'un système bidisperse présentait une hauteur de dépôt ( $h_{stop}$ ) inférieur

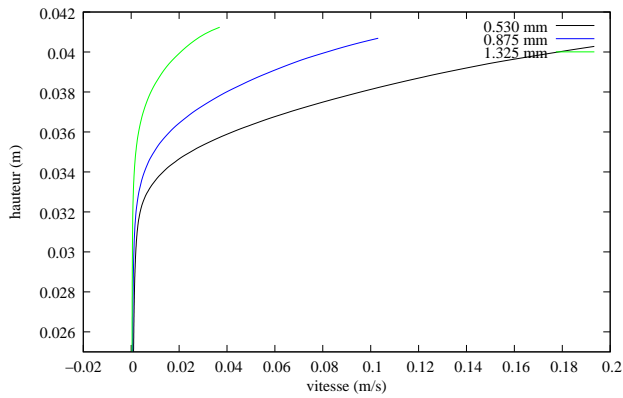


FIG. 13 – Profils de vitesse des écoulements monodisperse d'une épaisseur proche de 4 cm entre deux vitres espacées de 1cm pour les trois tailles de billes.

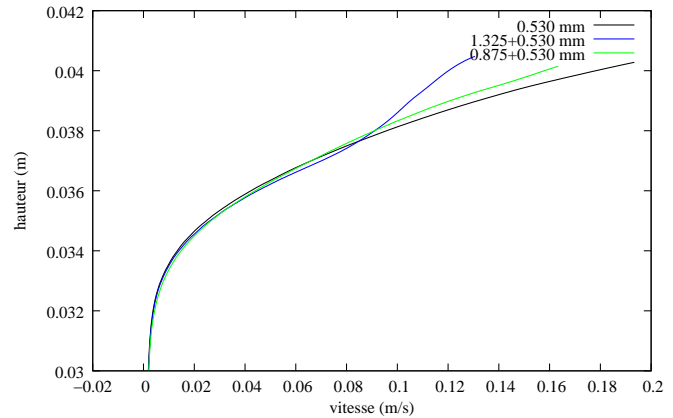


FIG. 14 – Profils de vitesse obtenus pour des écoulements bidisperses 530+875  $\mu\text{m}$  et 530+1325  $\mu\text{m}$ , à comparer au cas monodisperse 530  $\mu\text{m}$ .

au système monodisperse équivalent. Par ailleurs, les simulations d'écoulements bidisperses épais ont retrouvé les résultats obtenus précédemment : la superposition des 2 profils monodisperses.

L'introduction de vitres dans la simulation a mis en évidence la modification du profil de vitesse des écoulements : le profil est toujours concave, indépendamment de l'épaisseur d'écoulement, et présente, éventuellement, une zone statique.

Il faut toutefois noter qu'un désaccord majeur est apparu dans notre confrontation expérience-simulation : l'évolution du profil de vitesse en fonction de la taille des billes. Dans les expériences, on observe une vitesse qui croît avec la taille des billes. S'il y a coexistence avec une zone statique, l'épaisseur d'écoulement croît avec la taille des billes, et dans le cas d'un écoulement mince, c'est le gradient de vitesse qui augmente avec la taille des billes. Ce résultat n'est pas observé numériquement et va à l'opposé du scaling [7] :  $\dot{\gamma} \sim \sqrt{g/d}$ .

L'origine de ce phénomène n'est pas bien compris. Il pourrait venir d'une interaction complexe entre vitres, électricité statique et taux d'humidité de l'air. Par exemple, le passage d'un taux d'humidité de 30% à 44% diminue d'un facteur 4 la vitesse à la surface d'un écoulement de petites billes.

## Références

- [1] Goujon C. Écoulements granulaires bidisperses sur plans inclinés rugueux. PhD thesis, Université de Provence, 2004.
- [2] Goujon C., Dalloz-Dubrujeaud B., and Thomas N. Bidisperse granular avalanches on inclined planes : A rich variety of behaviours. *Eur. Phys. J. E*, 23, 199–215, 2007.
- [3] Rognon P. Rhéologie des matériaux granulaires cohésifs. Application aux avalanches de neige denses. PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2006.
- [4] Rognon P. G., Roux J.-N., Naaim M., and Chevoir F. Dense flows of bidisperse assemblies of disks down an inclined plane. *Phys. Fluids*, 19, 0581101, 2007.
- [5] Schäfer J., Dippel S., and Wolf D. Force schemes in simulations of granular materials. *J. Phys. I France*, 6, 5–20, 1996.
- [6] Cundall P. A. and Strack O. D. L. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29, 47–65, 1979.
- [7] GDR MiDi . On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E*, 14, 341–365, 2004.