

# Influence du comportement mécanique des artères sur la prédiction de la rupture des anévrismes de l'aorte abdominale

MAMADOU TOUNGARA ET CHRISTIAN GEINDREAU

Laboratoire Sols Solides Structures et Risques (3S-R), CNRS - Universités de Grenoble  
Domaine Universitaire BP53 38041 Grenoble Cedex 9

## Résumé :

L'objectif de ce travail est de mettre en évidence l'influence du comportement mécanique des artères sur la distribution spatio-temporelle des contraintes au sein de la paroi anévrismale dues aux forces hémodynamiques. Pour cela, des simulations numériques tenant compte des interactions fluide-structure ont été réalisées sur des anévrismes modèles. Le comportement mécanique des artères est successivement considéré comme hyperélastique isotrope et anisotrope.

## Abstract :

The aim of this numerical study is to highlight the influence of aneurysmal arteries wall behaviour on the spatial and temporal distribution of arterial wall stresses and wall shear stresses due to hemodynamic forces. For that purpose, numerical simulations have been performed on aneurysms taking into account fluid-structure interaction and assuming that the wall behaviour is isotropic or anisotropic hyperelastic.

**Mots clés :** Anévrismes, hyperélastique, isotrope, anisotrope, interactions fluide-structure

## 1 Introduction

L'Anévrisme de l'Aorte Abdominale (AAA) est une pathologie de la paroi artérielle responsable d'une dilatation localisée permanente de l'artère. Les forces hémodynamiques appliquées à la paroi de manière périodique contribuent notamment à son expansion progressive. Ceci s'accompagne par une dégradation progressive des tissus et des propriétés mécaniques de l'artère (amincissement, fragilisation, disparition des fibres d'élastine...). Par conséquent, l'anévrisme grossit jusqu'à sa fissuration ou rupture [1, 2]. Actuellement, les critères décisionnels d'intervention chirurgicale ou par voie vasculaire sont uniquement morphologiques, *i.e.* basés sur le diamètre maximal de l'AAA (supérieur à 5.5cm) ou sur son taux d'expansion annuelle (0.25 à 0.75 cm/an). Ces deux critères essentiellement fondés sur des observations statistiques ne sont pas toujours très faciles à mettre oeuvre et malheureusement peu fiables. Depuis plusieurs décennies, de nombreux travaux expérimentaux, théoriques et numériques ont été réalisés afin de caractériser le comportement bio-mécanique (apparition, évolution, rupture) de l'anévrisme [1, 2], et plus précisément la distribution spatio-temporelle :

- des contraintes et déformations au sein de la paroi artérielle induites par les forces hémodynamiques, dans le but de proposer des critères de ruptures fiables ;
- des contraintes de cisaillement pariétales dues à l'écoulement pulsatif du sang qui agissent sur l'endothélium et participent ainsi au remodelage de la paroi artérielle.

Dans de nombreux travaux numériques, le comportement mécanique de la paroi artérielle a pendant longtemps été modélisé par un matériau élastique ou hyperélastique isotrope [3]. Ce n'est que très récemment que le comportement hyperélastique anisotrope de la paroi artérielle [4, 5], formulé et identifié sur la base des résultats expérimentaux obtenus en traction biaxiale par Vande Geest *et al.* [6], a été introduit dans les modélisations. Ces études sur des anévrismes modèles [4] ou reconstruits à partir d'images de type CT-Scan [5] ont permis de mettre en évidence l'influence des caractéristiques géométriques de l'anévrisme et de l'anisotropie du comportement mécanique sur les contraintes au sein de la paroi artérielle, lorsque celle-ci est soumise à une pression constante.

Le principal objectif de ce travail est de prolonger l'étude proposée dans [4] en tenant compte des interactions fluide-structure, et ainsi de mettre en évidence l'influence de l'anisotropie du comportement mécanique de la paroi artérielle sur la distribution spatio-temporelle des contraintes au sein de la paroi ainsi que des contraintes de cisaillement pariétales. Pour cela des simulations numériques par éléments finis ont été mises oeuvre sur des anévrismes modèles dont les caractéristiques (géométrie, conditions aux limites, comportement mécanique...) sont précisées dans la section 2. Les premiers résultats obtenus en tenant compte des interactions fluide-structure sont présentés et discutés dans la section 3.

## 2 Méthodes

### 2.1 Modèles géométriques des AAA

Afin de pouvoir d'une part comparer nos résultats avec ceux présentés dans [4] et d'autre part valider la mise en place des outils numériques, seuls des anévrismes modèles symétriques sont considérés dans cette étude. Leurs dimensions caractéristiques ( $r_a$ ,  $R$ ,  $L$ ) sont présentées sur la **figure 1**. L'épaisseur de la paroi artérielle est

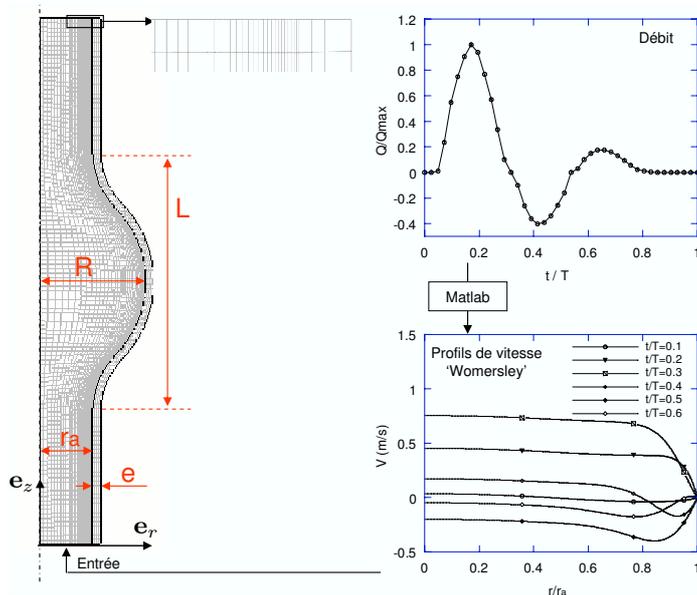


FIG. 1 – Géométrie, conditions aux limites et maillage typique des modèles

supposée constante ( $e = 1.5 \text{ mm}$ ) ainsi que le diamètre de l'aorte saine :  $d_a = 2r_a = 20 \text{ mm}$ . La longueur ( $L$ ) et le diamètre maximale de l'anévrisme ( $D = 2R$ ) sont quant à eux variables. La géométrie est donc contrôlée par deux paramètres,  $F_r = R/r_a$  et  $F_L = L/R$ , qui caractérisent respectivement la dilatation et l'aspect plus ou moins fusiforme des anévrismes. Dans la suite,  $F_L = 2.5$  et trois niveaux de dilatation sont considérés :  $F_r = \{2; 2.375; 2.75\}$ . Chaque géométrie a été réalisée sur Solid Works puis importée dans Comsol 3.5.

### 2.2 Conditions aux limites

**Fluide** : Les conditions aux limites jouent un rôle important sur les résultats simulations numériques. L'influence de la condition limite en aval (résistance, impédance, ..) est discutée dans [7]. Nous avons choisi ici d'imposer à la sortie des modèles une condition de type résistance (pression proportionnelle au débit). À l'entrée, le débit  $Q$  imposé (**figure 1**) correspond à celui d'un adulte au repos ( $T = 70/60 \text{ s}$ ) [8]. Le sang est considéré comme newtonien avec une viscosité dynamique  $\eta = 0.0065 \text{ Pa.s}$  et une masse volumique  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ . Par conséquent, le nombre de Reynolds maximal est égal à  $Re_{max} = 2700$  et le nombre de Womersley  $\alpha$  est de l'ordre de 11. L'écoulement est supposé établi en amont de l'anévrisme par conséquent, le profil de vitesse imposé à l'entrée est obtenu en utilisant la solution classique de Womersley. En pratique, ce profil est déduit du débit et imposé dans notre modèle via une fonction Matlab.

**Solide** : Au proximal et au distal, seuls les déplacements axiaux sont bloqués. Cette condition peut être discutable compte tenu de la bifurcation de l'aorte en artères iliaques au niveau distal et la présence des artères rénales au niveau du proximal. Notons que le blocage des déplacements radiaux à l'entrée et à la sortie de l'anévrisme conduirait à de fortes concentrations de contraintes non-réalistes dans ces deux zones [4].

### 2.3 Comportement mécanique de la parois artérielle

Afin d'étudier l'influence de l'anisotropie du comportement mécanique de la paroi artérielle sur la distribution spatio-temporelle des contraintes dans la paroi ainsi que sur les contraintes de cisaillement pariétale, son comportement est successivement modélisé par un comportement hyperélastique isotrope et anisotrope. Les modèles considérés sont ceux présentés dans [4].

– *Le modèle hyperélastique isotrope* est défini par le potentiel suivant :

$$W = \frac{C_1}{C_2} \left( \exp\left\{ \frac{C_1}{2} (I_1 - 3) \right\} - 1 \right) \quad (1)$$

où  $C_1 = 1.04 \text{ kPa}$  et  $C_2 = 280.40$  sont deux paramètres matériau.  $I_1 = \text{tr}(\mathbf{B})$  est le premier invariant du tenseur des dilatations de Cauchy-Green gauche,  $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T$  et  $\mathbf{F}$  est le gradient de la transformation.

– Le modèle hyperélastique anisotrope est quant à lui défini par [4] :

$$W = C_1(I_1 - 3) + \frac{k_1}{2k_2} \left\{ \exp \left[ k_2 \left[ (1 - \rho)(I_1 - 3)^2 + \rho(I_4 - I_4^0)^2 \right] \right] - 1 \right\} + \frac{k_3}{2k_4} \left\{ \exp \left[ k_4 \left[ (1 - \rho)(I_1 - 3)^2 + \rho(I_6 - I_6^0)^2 \right] \right] - 1 \right\} \quad (2)$$

où  $I_4$  et  $I_6$  sont deux invariants qui s'expriment en fonction du tenseur de déformation de Cauchy-Green droit  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T\mathbf{F}$  :  $I_4 = \mathbf{M}\mathbf{C}\mathbf{M}$  et  $I_6 = \mathbf{M}'\mathbf{C}\mathbf{M}'$ , où  $\mathbf{M} = (\cos\theta, \sin\theta, 0)$  et  $\mathbf{M}' = (\cos\theta', -\sin\theta', 0)$  sont des vecteurs qui caractérisent l'orientation des fibres de collagène par rapport à la direction circonférentielle de la paroi artérielle. Dans cette étude, les fibres de collagène sont supposées orientées, avec un angle  $\theta$  et  $\theta'$ , symétriquement par rapport à la direction circonférentielle de l'anévrysme (**figure 2**). Les  $k_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ,  $C_1$  sont des paramètres matériau,  $\rho \in [0, 1]$  est un paramètre qui régule le degré d'anisotropie du matériau. Le modèle (2) devient isotrope pour  $\rho = 0$ .  $I_4^0$  et  $I_6^0$  sont des paramètres exprimant l'ondulation initiale des fibres. Ces dernières ne devraient pas être actives en début des sollicitations. En d'autres termes, l'anisotropie n'est prise en compte que lorsque  $I_4 \geq I_4^0$  et/ou  $I_6 \geq I_6^0$ . Les paramètres matériau du modèle (2) sont :  $C_1 = 0.12 \text{ kPa}$ ,  $k_1 = k_3 = 244.90 \text{ kPa}$ ,  $k_2 = k_4 = 1576.20$ ,  $\rho = 0.14$ ,  $I_4^0 = I_6^0 = 1.038$  et  $\theta = \theta' = 5^\circ$  [4]. Enfin, notons que la contrainte de Cauchy correspondant à (2) s'exprime :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + 2W_1\mathbf{B} + 2W_4\mathbf{m} \otimes \mathbf{m} + 2W_6\mathbf{m}' \otimes \mathbf{m}' \quad (3)$$

où  $W_i$  est la dérivée partielle du potentiel par rapport à l'invariant  $I_i$ ,  $\mathbf{m} = \mathbf{F}\mathbf{M}$  et  $\mathbf{m}' = \mathbf{F}\mathbf{M}'$ .  $p$  est la pression hydrostatique et  $\mathbf{I}$  la matrice d'identité.

## 2.4 Mise en oeuvre numérique

Les simulations ont été réalisées en utilisant la méthode des éléments finis et plus particulièrement une formulation ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) [9] pour prendre en compte les interactions fluide-structure (IFS). Dans le domaine fluide, une formulation mixte vitesse-pression de type P2-P1 a été mise en oeuvre. Pour la paroi artérielle, supposée incompressible, une formulation mixte déplacement-pression est utilisée, avec des éléments lagrangiens quadratiques pour le déplacement et linéaire pour la pression. Les calculs ont été réalisés en 2D axisymétrique. La **figure 1** montre un exemple de maillage utilisé lors des simulations : il est typiquement constitué de 32 éléments dans la direction radiale pour la partie fluide et de 120 éléments dans la direction axiale. L'épaisseur de la paroi est discrétisée par 4 éléments. Notons que dans la partie fluide, le maillage est raffiné auprès de la paroi afin de capturer les effets visqueux confinés dans la couche limite (**figure 1**).

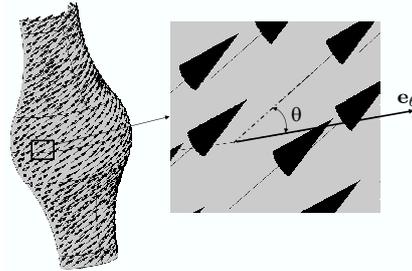


FIG. 2 – Orientation des fibres de collagène à la surface de la paroi artérielle, vecteur  $\mathbf{M}$  pour  $\theta = 30^\circ$

Enfin soulignons que la mise en oeuvre de ces simulations a nécessité :

- d'implémenter les deux modèles (1) et (2) dans le logiciel Comsol 3.5. Outre la définition des potentiels, cette implémentation nécessite pour le modèle anisotrope de définir les deux vecteurs d'orientation,  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{M}'$ . Ces derniers sont définis dans la configuration initiale par rapport aux deux vecteurs tangents aux éléments à la surface extérieure de la paroi (**figure 2**). Les deux vecteurs  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{M}'$  sont ensuite supposés constants dans l'épaisseur de la paroi, suivant une direction normale à la surface extérieure.
- d'adapter le profil de la vitesse du fluide à l'entrée de l'anévrysme aux variations du diamètre au cours d'un cycle cardiaque. Ceci est réalisé à tout instant "t" via la fonction Matlab évoquée au paragraphe 2.2

## 3 Résultats

Afin de mettre en évidence l'influence de la géométrie et du comportement de la paroi artérielle sur la distribution des contraintes au sein de la paroi, des simulations ont été mises en oeuvre sur :

- l’aorte saine modélisée par un cylindre de rayon  $r$ , d’épaisseur  $e$  et de longueur  $\ell = 10$  cm,
- les anévrismes modèles décrits dans la section 2.1.

Dans chacun des cas, un calcul statique (S) a tout d’abord été réalisé avant de prendre en compte les interactions fluide-structure (IFS). Dans ce cas particulier, l’action du fluide sur la paroi est supposée constante et égale à la pression au pic systolique, soit  $p = 120$  mm Hg.

### 3.1 Aorte saine

Les **figure 3** (a) et (b) montrent respectivement l’évolution de la première contrainte principale maximale  $\sigma_1^{\max}$  au sein de la paroi artérielle et de la contrainte de cisaillement pariétale (WSS) au cours d’un cycle cardiaque. Ces contraintes sont bien évidemment constantes le long d’une génératrice du cylindre. La première contrainte principale maximale  $\sigma_1^{\max}$  est égale à la contrainte orthoradiale  $\sigma_{\theta\theta}(r_a)$ . Sur la **figure 3** (a), les valeurs de  $\sigma_1^{\max}$  (trait pointillé) déduites du calcul statique sont aussi reportées. Nous pouvons observer que pour les deux

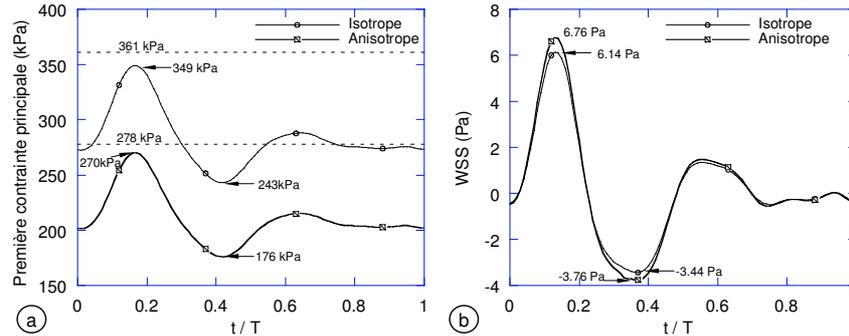


FIG. 3 – Évolution temporelle de (a) la première contrainte principale maximale  $\sigma_1^{\max}$  et (b) de la contrainte de cisaillement pariétale (WSS).

modèles de comportement mécanique de la paroi artérielle :

- l’évolution temporelle de  $\sigma_1^{\max}$  est similaire à celle du débit imposé à l’entrée et par conséquent à celle de la pression imposée à la sortie de l’anévrisme, puisque celle-ci est proportionnelle au débit. Les valeurs maximale et minimale apparaissent, respectivement, aux pics systolique et diastolique.
- $\sigma_1^{\max}$  en interaction fluide structure est sensiblement inférieure à celle déduite du calcul statique (trait pointillé, **figure 3** (a)). Les différences de l’ordre de 4 %, sont du au fait que la pression systolique dans les modèles (IFS) n’atteint pas exactement 120 mm Hg.
- les évolutions de la contrainte de cisaillement pariétale (WSS) au cours d’un cycle cardiaque sont sensiblement identiques.

On peut aussi noter que  $\sigma_1^{\max}$  pour le comportement anisotrope est systématiquement inférieure à celle du modèle isotrope. Ceci résulte du fait que le modèle isotrope est plus ”souple” que le modèle anisotrope. Par suite, la contrainte  $\sigma_1^{\max} \approx \sigma_{\theta\theta} \approx pr_a/e$  si on utilise l’approximation de Laplace) augmente d’autant plus que l’artère se dilate, i.e. que la paroi s’amincit. Par ailleurs, cette expansion plus importante de l’aorte dans le cas modèle isotrope conduit à une diminution sensible de la vitesse et par suite des contraintes de cisaillement pariétales :  $WSS \approx v\sqrt{2\pi\rho\eta/T}$  (**figure 3** (b)).

### 3.2 Anévrismes modèles

Les **figures 4** (a) et (b) montrent respectivement la distribution spatiale de la première contrainte principale  $\sigma_1$  ( $\approx \sigma_{\theta\theta}$ ) et du rapport entre la deuxième contrainte principale  $\sigma_2$  ( $\approx \sigma_{zz}$ ) et  $\sigma_1$  pour les modèles (1) et (2) en statique et pour  $F_r = 2.375$ . Ces figures montrent que :

- pour les deux modèles de comportement, la première contrainte principale maximale  $\sigma_1^{\max}$  apparaît sur la face interne de la paroi et au niveau du raccordement des parties anévrismale et saine de l’artère (au point A, **figure 4**). La contrainte  $\sigma_1^{\max}$  est plus faible lorsque le comportement est anisotrope. Ceci est lié à la rigidité du modèle anisotrope qui est renforcée avec l’orientation des fibres quasiment horizontale ( $\theta = 5^\circ$ ).
- le rapport  $\sigma_2/\sigma_1 < 1$ . Ce rapport est systématiquement positif lorsque le comportement est isotrope. Pour le modèle anisotrope, ce rapport est négatif dans les parties saines de l’artère, ce qui caractérise un état de compression suivant l’axe dans ces zones (**figure 4**(b)).

Les valeurs de la contrainte principale maximale  $\sigma_1^{\max}$  des différents modèles géométriques et pour les deux modèles de comportement mécanique sont reportées sur la **figure 5** (b). On peut remarquer que  $\sigma_1^{\max}$  augmente lorsque  $F_r$  augmente, c’est à dire lorsque la dilatation de l’anévrisme croît. Ces résultats sont cohérents avec ceux obtenus dans [4] pour le comportement anisotrope. Les différences observées sont sans doute liées aux différences de géométrie (courbure) entre nos anévrismes modèles et ceux utilisés dans [4].

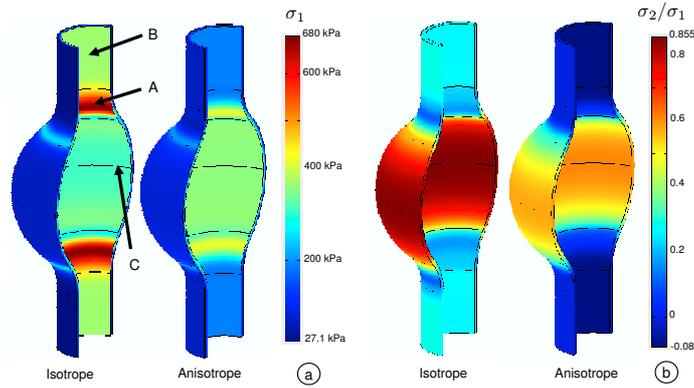


FIG. 4 – (a) première contrainte principale  $\sigma_1$  et (b) rapport  $\sigma_2/\sigma_1$  pour  $F_r = 2.375$ .

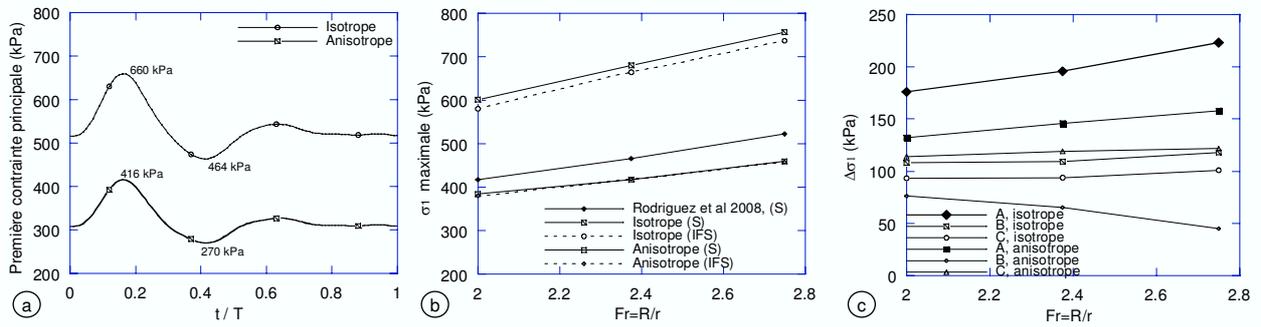


FIG. 5 – (a) Évolution temporelle de  $\sigma_1$  (au point A, **figure 4**) pour  $F_r = 2.375$ ; (b) Evolution de  $\sigma_{1max}$  au point A pour différentes valeurs de  $F_r$  sous sollicitation statique (S) et dynamique (IFS); (c) Evolution de  $\Delta\sigma_1 = \sigma_1^{max} - \sigma_1^{min}$  aux points A, B et C (**figure 4**) en fonction de  $F_r$

La **figure 5** (a) montre l'évolution de la première contrainte principale  $\sigma_1$  (au point A, **figure 4**) au cours du cycle cardiaque pour les deux modèles de comportement et pour  $F_r = 2.375$ . Ces évolutions sont similaires à celles observées pour l'aorte saine. La contrainte  $\sigma_1$  est maximale au pic systolique. Les valeurs maximales sont reportées sur la **figure 5** (b) en fonction du rapport  $F_r$ . Ces deux figures montrent que :

- $\sigma_1^{max}$  dans les anévrismes modèles est au minimum 1.5 fois plus élevée que celle de l'aorte saine, quelle que soit la valeur de  $F_r$ ,
- $\sigma_1^{max}$  déduite des simulations avec interactions fluide-structure augmente avec  $F_r$ , *i.e* la dilatation du modèle.
- les valeurs de  $\sigma_1^{max}$  déduites des simulations en statique et en tenant compte des interactions fluide-structure sont très proches.

La **figure 5** (c) montre l'évolution de la différence  $\Delta\sigma_1 = \sigma_1^{max} - \sigma_1^{min}$  aux points A, B et C (**figure 4**) en fonction de  $F_r$  et pour les deux modèles de comportement. Cette différence caractérise la sollicitation en fatigue du matériau, potentiellement responsable de sa rupture. On peut remarquer que  $\Delta\sigma_1$  est maximale au point A et croît lorsque  $F_r$  augmente quel que que soit le comportement considéré. Aux points B et C, cette différence est stable ou décroît avec  $F_r$ .

Enfin, la **figure 6** montre l'évolution les contraintes de cisaillement pariétales WSS (adimensionnée par aux valeurs maximales obtenues dans l'aorte saine) le long de la paroi artérielle pour une dilatation  $F_r = 2.375$  au cours d'un cycle cardiaque, pour chacun des modèles considérés. On constate que la distribution spatio-temporelle des WSS pour les modèles hyperélastiques isotrope et anisotrope sont similaires. Comme déjà souligné dans le cas de l'aorte saine, les contraintes de cisaillement pariétales WSS pour le modèle anisotrope sont sensiblement plus élevées que celles du modèle isotrope. Par ailleurs on peut observer la présence :

- de fortes contraintes de cisaillement positives autour du pic systolique proche du distal,
- de fortes contraintes de cisaillement négatives dues à la recirculation du fluide au sein de l'anévrisme entre le pic systolique et diastolique.

Ces observations sont valables quelle que soit la valeur de  $F_r$  considérée. Elles sont aussi cohérentes avec celles réalisées dans des anévrismes modèles rigides [8].

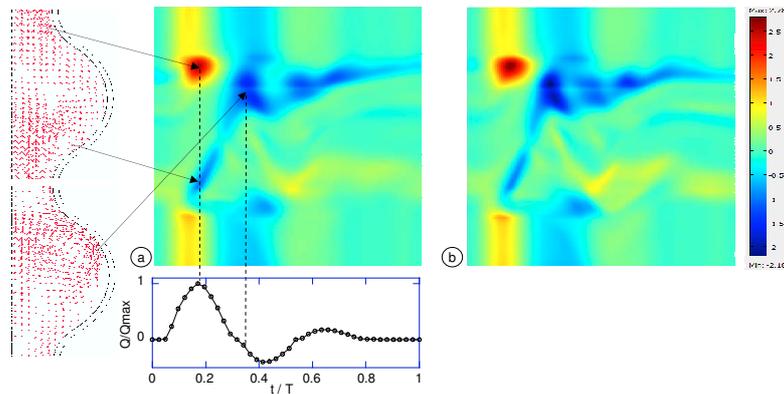


FIG. 6 – Contrainte de cisaillement le long de la paroi artérielle pour  $F_r = 2.375$ , comportement hyperélastique (a) isotrope et (b) anisotrope.

## 4 Conclusion

Afin de mettre en évidence l'influence de l'anisotropie du comportement mécanique de la paroi artérielle sur la distribution spatio-temporelle des contraintes dans la paroi ainsi que sur les contraintes de cisaillement pariétale, des simulations numériques tenant compte ou non des interactions fluide structure ont été réalisées et en considérant le comportement de l'artère comme hyperélastique isotrope ou anisotrope [4]. Ces simulations ont été réalisées sur une aorte saine et sur des anévrismes modèles symétriques présentant différents niveaux de dilatation. Les résultats obtenus pour une géométrie donnée ont montré :

- des différences notables sur la répartition spatio-temporelle des contraintes principales au sein de la paroi artérielle en fonction de l'anisotropie du comportement de la paroi artérielle,
- une faible influence du comportement sur l'évolution des contraintes de cisaillement pariétales.

Par ailleurs, ces premiers résultats obtenus ont montré conformément à de précédentes études, que les contraintes au sein de la paroi ou bien les contraintes de cisaillement pariétales augmentent avec le degré de dilatation de l'anévrisme. L'ensemble de ces tendances observées concernant l'influence ou non de l'anisotropie du comportement sur la distribution spatio-temporelle des contraintes au sein de la paroi artérielle ou des contraintes de cisaillement pariétale méritent bien évidemment d'être validé numériquement et/ou expérimentalement sur des géométries d'anévrismes le plus proche possible de la réalité physiopathologique. Enfin il sera aussi nécessaire de prendre en compte le thrombus présent dans 75% des cas et dont l'influence sur la rupture demeure une question ouverte.

## Références

- [1] Lasheras J. The biomechanics of arterial aneurysms. *Annu. Rev. Fluid Mech*, 39, 293–319, 2007.
- [2] Humphrey J. D. and Taylor C. Intracranial and abdominal aortic aneurysms : similarities, differences, and need for a new class of computational models. *Annu. Rev. Biomed. Eng.*, 10, 221–46, 2008.
- [3] Raghavan M. L., Vorp D. A., Federle M. P., Makaroun M. S., and Webster M. W. Wall stress distribution on three-dimensionally reconstructed models of human abdominal aortic aneurysm. *J Vasc Surg*, 31, 760–769, 2000.
- [4] Rodriguez J., Ruiz C., Doblaré M., and Holzapfel G. A. Mechanical stresses in abdominal aortic aneurysms : Influence of diameter, asymmetry, and material anisotropy. *Journal of Biomechanical Engineering*, 130, 1–10, 2008.
- [5] Geest J. V., Schmidt D., Sacks M. S., and Vorp D. A. The effects of anisotropy on stress analyses of patient-specific abdominal aortic aneurysm. *Annals of Biomedical Engineering*, 36, 921–932, 2008.
- [6] Geest J. V., Sacks M. S., and Vorp D. A. The effect of aneurysm on the biaxial mechanical behaviour of human aorta. *Journal of Biomechanics*, 39, 1324–1334, 2006.
- [7] Vignon-Clementel I. E., Figueroa C. A., Jansen K. E., and Taylor C. A. Outflow boundary conditions for three-dimensional finite element modeling of blood flow and pressure in arteries. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 195, 3776–3796, 2006.
- [8] Salsac A. V. Evolution des contraintes hemodynamiques lors de la croissance des anevrismes aortiques abdominaux. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 2005.
- [9] Donea J., Huerta A., Ponthot J.-P., and Rodriguez-Ferran A. *Arbitrary Lagrangian-Eulerian Methods*, chapter 14, page xxx. John Wiley & Sons, 2004.