

Influence de l'anisotropie sur le comportement des ondes ultrasonores dans l'os trabéculaire

VU-HIEU NGUYEN, SALAH NAILI, VITTORIO SANSALONE

Laboratoire de Mécanique Physique (LMP), Université Paris Est,
61 Avenue du Général de Gaulle, 94010 Créteil, FRANCE

Résumé :

L'objectif de cette étude est de contribuer à l'analyse des résultats expérimentaux obtenus *in vitro* en utilisant la technique de transmission transverse (utilisée en clinique) sur des échantillons d'os trabéculaire. Le système est décrit par une couche de milieu poreux élastique anisotrope entre deux fluides. La réponse transitoire du système en hautes fréquences est étudiée, montrant l'influence de l'anisotropie sur la propagation des ondes lorsque le système est sollicité par une onde plane.

Abstract :

This study is a contribution to the analysis of the experimental results obtained from *in vitro* ultrasound tests on trabecular bone by using transversal transmission technique. The problem is modeled as a anisotropic poroelastic layer immersed between two fluids. The transient response of the system in high frequency domain is numerically studied that shows influences of the anisotropy of bone to the reflection and transmission of plane waves through a trabecular bone specimen.

Mots clefs : ultrasons, os trabéculaire, propagation d'ondes, poroélastique anisotrope, éléments finis

1 Introduction

La technique de quantification par ultrasons (QUS) est une technique de mesure non-destructive intéressante pour l'exploration des caractéristiques mécaniques et/ou géométriques de l'os *in vivo* ou *in vitro*. En principe, la mesure est basée sur l'estimation des vitesses et des atténuations des ondes à travers l'os. Cependant, l'interprétation des résultats est difficile à cause de la complexité du "matériau os" qui est un matériau poreux, anisotrope et hétérogène. À l'échelle macroscopique, on peut distinguer l'os cortical (dont la porosité est de 5% à 10%) et l'os trabéculaire (dont la porosité est de 50% à 90%). Celui-ci peut être décrit comme un matériau biphasique et anisotrope composé d'une phase solide saturée par un fluide visqueux (la moelle osseuse). Du fait de sa structure complexe, les mesures et la modélisation des ondes dans l'os trabéculaire sont difficiles.

Pour les études *in vitro* de la propagation d'ultrasons dans l'os trabéculaire, la plupart des appareils utilisent la technique de *transmission transverse* pour déterminer l'atténuation des ultrasons (BUA) et la célérité des ondes (SOS) [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. De nombreux modèles théoriques ont été également proposés, basés sur le modèle de Biot [1, 2, 8, 5, 3, 6, 9], ou de type multi-couche fluide-solide [4] ou encore basés sur μ -CT (Computed Tomography) [10, 7]. Les études ont montré que les propriétés mécaniques et la configuration structurelle de l'os ont de fortes influences sur les caractéristiques des ondes. Par exemple dans [2], deux comportements différents d'ondes transmissions ont été observés à travers des échantillons d'os bovin lorsque les signaux émis sont dans la direction (1) parallèle ou (2) perpendiculaire à la direction principale d'alignement des trabécules. Dans le cas (1), il a été observé deux types d'ondes bien séparées : une *onde rapide* et une *onde lente*. Dans le cas (2), un seul type d'ondes a été observé. Des études théoriques et expérimentales ont montré que le comportement des ondes dépend fortement de l'angle entre la direction d'émission des ondes et l'orientation des trabéculaires [4, 11].

Quand des études *in vitro* sont réalisées sur l'os trabéculaire en utilisant la technique de transmission transverse, l'on suppose que l'os trabéculaire est un matériau orthotrope dont les axes principaux sont définis par l'orientation des trabécules. Les échantillons d'os sont alors coupés suivant ces axes et les mesures sont réalisées pour chaque direction principale. Cependant, il est difficile en pratique de déterminer correctement ces axes et les directions d'émission des ondes peuvent ne pas être parfaitement alignées avec les axes principaux du matériau. Dans ce travail nous étudions les effets de ces erreurs d'alignement sur les caractéristiques des ondes. À cette fin, nous développons un modèle aux éléments finis pour étudier la propagation des ondes transitoires dans un système couplé constitué d'un milieu poreux anisotrope saturé (dont le comportement est décrit par le

modèle de Biot) immergé dans un fluide acoustique.

2 Description du problème

2.1 Configuration géométrique

La Fig. 1 (à gauche) présente un schéma du test de transmission transverse *in vitro* qui est constitué par : un échantillon rectangulaire d'os immergé dans un fluide, un émetteur et un récepteur ultrasonores placés de part et d'autre de l'échantillon. Les signaux ultrasonores sont émis dans la direction perpendiculaire à la surface de l'échantillon. L'analyse des ondes réfléchies et transmises permet de quantifier certains paramètres mécaniques de l'os. Par la suite, on fera les hypothèses que l'émetteur est suffisamment grand et est positionné suffisamment loin de l'échantillon pour que l'onde incidente sur la surface de l'échantillon puisse être considérée comme une onde plane (Fig. 1 à droite). En outre, on fera l'hypothèse que la boîte contenant le système étudié est suffisamment grande pour que les ondes réfléchies par les bords puissent être négligées.

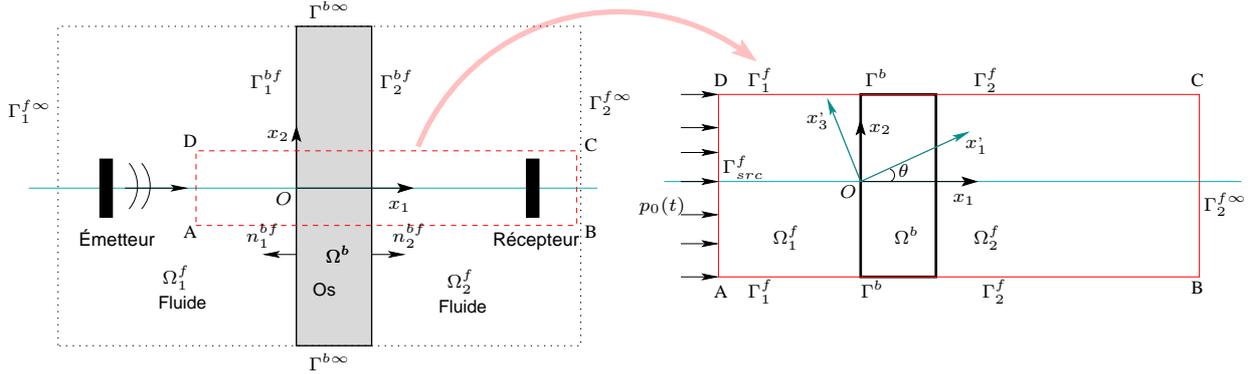


FIGURE 1 – Schéma du test de transmission transverse *in vitro* (à gauche). Configuration retenue pour la présente étude (à droite)

Le système est décrit dans un trièdre orthonormé direct $\mathbf{R}(O; \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$. Dans cette étude, comme on s'intéresse uniquement aux ondes planes, on considérera le domaine limité par le rectangle ABCD (Fig. 1). Les domaines occupés par les fluides et l'os sont désignés respectivement Ω_1^f , Ω_2^f et Ω^b . Les interfaces entre l'os et les fluides sont respectivement notées Γ_1^{bf} et Γ_2^{bf} .

2.2 Équations du problème

On présente dans cette section les équations du mouvement établies pour chaque domaine ainsi que les conditions aux interfaces et aux limites. Dans la suite, on désigne par “.” superposé la dérivée temporelle, par ∇ et $\nabla \cdot$ les opérateurs gradient et divergence respectivement, par “.” soit le produit scalaire entre deux tenseurs du second ordre soit l'application d'un tenseur du quatrième ordre sur un tenseur du second ordre.

Équations des ondes dans les fluides. Le fluide occupant les deux domaines Ω_1^f et Ω_2^f est considéré comme un fluide acoustique dont la masse volumique au repos est ρ_f et le module de compressibilité est K_f . En notant par p_1 et p_2 les champs de pression dans Ω_1^f et Ω_2^f , les équations des ondes dans ces deux domaines peuvent s'écrire :

$$\frac{1}{K_f} \ddot{p}_i - \frac{1}{\rho_f} \nabla \cdot \nabla p_i = 0 \quad \text{dans } \Omega_i^f \text{ pour } i = 1, 2. \quad (1)$$

Équations de propagation d'ondes dans l'os (milieu poroélastique anisotrope). La couche d'os est modélisée comme un milieu biphasique dont la phase solide (de masse volumique ρ_s) est saturée par le même fluide occupant les domaines Ω_1^f et Ω_2^f . Le modèle est basé sur les travaux de Biot [12] lorsque le comportement du milieu poroélastique est anisotrope. En négligeant la force volumique due à la gravité, le système d'équations dans la couche d'os s'écrit :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \rho \ddot{\mathbf{u}}^s + \rho_f \ddot{\mathbf{w}}, \quad (2)$$

$$-\nabla p = \rho_f \ddot{\mathbf{u}}^s + \mathbf{k}^{-1} \dot{\mathbf{w}} + \mathbf{b} \ddot{\mathbf{w}}, \quad (3)$$

où $\rho = \phi \rho_f + (1 - \phi) \rho_s$ est la masse volumique du mélange, ϕ la porosité, $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ le tenseur des contraintes totales et $p(\mathbf{x}, t)$ la pression interstitielle dans les pores ; les vecteurs déplacement du squelette solide et du fluide sont notés respectivement par $\mathbf{u}^s(\mathbf{x}, t)$ et $\mathbf{u}^f(\mathbf{x}, t)$ qui permettent également de définir le vecteur déplacement de filtration $\mathbf{w} = \phi(\mathbf{u}^f - \mathbf{u}^s)$; \mathbf{k} et \mathbf{b} sont deux tenseurs symétriques du second ordre et sont déterminés comme décrit ci-dessous :

- Le tenseur \mathbf{k} est le tenseur de perméabilité qui est déterminé à partir de la viscosité dynamique du fluide η et de la perméabilité intrinsèque $\boldsymbol{\kappa}$:

$$\mathbf{k} = \frac{\boldsymbol{\kappa}}{\eta F_r(\omega)}, \quad (4)$$

où $F_r(\omega)$ est un coefficient prenant en compte la résistance visqueuse de l'écoulement du fluide en hautes fréquences [12]. Pour le milieu orthotrope, le tenseur $\boldsymbol{\kappa}$ est supposé diagonal : $\boldsymbol{\kappa} = \text{Diag}(\kappa_{11}, \kappa_{22}, \kappa_{33})$.

- Le tenseur \mathbf{b} est défini à partir du tenseur de tortuosité \mathbf{a} par la relation :

$$\mathbf{b} = \frac{\rho_f}{\phi} \mathbf{a}. \quad (5)$$

Le tenseur de tortuosité \mathbf{a} du milieu orthotrope est aussi supposé diagonal : $\mathbf{a} = \text{Diag}(a_{11}, a_{22}, a_{33})$. Dans cette étude, les coefficients de tortuosité dans les trois directions principales sont estimés en utilisant la relation de Berryman :

$$a_i = 1 + r_i(1 + 1/\phi), \quad (6)$$

où r_i est un paramètre lié aux caractéristiques de la microstructure de l'os dans la direction i .

La loi de comportement d'un matériau poroélastique linéaire anisotrope s'exprime par les relations :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\epsilon} - \alpha p, \quad (7)$$

$$-\frac{1}{M} p = \nabla \cdot \mathbf{w} + \alpha : \boldsymbol{\epsilon}, \quad (8)$$

où \mathbb{C} est le tenseur (du 4^e ordre) d'élasticité du milieu poreux drainé ; α est le tenseur (symétrique du second ordre) de Biot qui est aussi diagonal pour le milieu orthotrope ; le scalaire M est le module de Biot. Le tenseur des déformations $\boldsymbol{\epsilon}$ est lié au déplacement de la phase solide par la relation : $\boldsymbol{\epsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u}^s + (\nabla \mathbf{u}^s)^T)$, où "T" désigne l'opérateur de transposition.

Conditions aux interfaces et aux limites

- *Conditions aux interfaces entre le milieu poreux et le fluide* : sur les deux interfaces Γ_1^{bf} et Γ_2^{bf} , les conditions de continuité de la pression et des contraintes normales imposent :

$$\left. \begin{array}{l} p = p_i \\ \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_i^{bf} = -p_i \mathbf{n}_i^{bf} \end{array} \right\} \text{ sur } \Gamma_i^{bf} \text{ avec } i = 1, 2. \quad (9)$$

En faisant l'hypothèse que le mouvement du fluide dans les pores de l'os sis aux interfaces est libre, la condition de continuité des vitesses du fluide dans la direction normale aux interfaces s'écrit [13] :

$$\left(\frac{1}{\rho_f} \nabla p_i + \ddot{\mathbf{w}} + \ddot{\mathbf{u}}^s \right) \cdot \mathbf{n}_i^{bf} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_i^{bf} \text{ avec } i = 1, 2. \quad (10)$$

- *Conditions sur les bords extérieurs* : Du fait que dans cette étude on ne s'intéresse qu'au problème des ondes planes se propageant suivant la direction \mathbf{x}_1 , les ondes émises de l'émetteur peuvent être modélisées comme une pression uniforme sur Γ_{scr}^f (ligne AD dans la Fig. 1) :

$$p_1 = p_0(t) \quad \text{sur } \Gamma_{scr}^f. \quad (11)$$

De la même façon, les conditions imposées sur les deux lignes AB et CD (Fig. 1) expriment le fait que les ondes restent toujours planes dans le domaine ABCD :

$$\frac{\partial p_1}{\partial x_2} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_1^f, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^s}{\partial x_2} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x_2} = \mathbf{0} \quad \text{sur } \Gamma^b, \quad (13)$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial x_2} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_2^f. \quad (14)$$

La frontière $\Gamma_2^{f\infty}$ (ligne BC dans la Fig. 1) est placée suffisamment loin (pour la durée des phénomènes étudiés) pour pouvoir éviter les ondes réfléchies et, de ce fait, on peut y imposer une condition de pression nulle :

$$p_2 = 0 \quad \text{sur } \Gamma_2^{f\infty}. \quad (15)$$

2.3 Formulations faibles

La procédure classique est appliquée pour établir les formulations faibles du problème décrit dans la section précédente. On ne présente ici que les expressions obtenues après calcul. Ces formulations faibles ont été implémentées dans le code de calcul aux éléments finis COMSOL Multiphysics.

Fluides. La formulation faible pour les deux domaines Ω_1^f et Ω_2^f occupés par le fluide est :

$$\int_{\Omega_i^f} \frac{1}{K_f} (\delta p_i) \ddot{p}_i dV + \int_{\Omega_i^f} \frac{1}{\rho_f} \nabla(\delta p_i) \cdot \nabla p_i dV - \int_{\Gamma_i^{bf}} (\delta p_i) (\ddot{\mathbf{w}} + \ddot{\mathbf{u}}^s) \cdot \mathbf{n}_i^{bf} dS = 0, \quad (16)$$

$$\forall \delta p_i \in \mathcal{C}_i^{ad} \text{ avec } i = 1, 2$$

où δp_i est une fonction test (associée à p_i) définie dans l'espace des pressions admissibles \mathcal{C}_i^{ad} ; \mathbf{n}_i^{bf} est le vecteur normal à Γ_i^{bf} orienté vers l'intérieur du domaine de fluide Ω_i^f (voir Fig. 1).

Milieu poreux. Les formulations faibles obtenues dans le domaine Ω^b sont :

$$\int_{\Omega^b} \delta \mathbf{u}^s \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}}^s dV + \int_{\Omega^b} \delta \mathbf{u}^s \cdot \rho_f \ddot{\mathbf{w}} dV + \int_{\Omega^b} (\nabla \delta \mathbf{u}^s) : [(\mathbb{C} + M \boldsymbol{\alpha} \otimes \boldsymbol{\alpha}) : \boldsymbol{\epsilon} + M \boldsymbol{\alpha} (\nabla \cdot \mathbf{w})] dV$$

$$+ \int_{\Gamma_1^{bf}} \delta \mathbf{u}^s \cdot (p_1 \mathbf{n}_{\Gamma_1^{bf}}) dS + \int_{\Gamma_{02}} \delta \mathbf{u}^s \cdot (p_2 \mathbf{n}_{\Gamma_{02}}) dS = 0, \quad (17)$$

$$\int_{\Omega^b} \delta \mathbf{w} \cdot \mathbf{b} \ddot{\mathbf{w}} dV + \int_{\Omega^b} \delta \mathbf{w} \cdot \rho_f \ddot{\mathbf{u}}^s dV + \int_{\Omega^b} \delta \mathbf{w} \cdot (\mathbf{k}^{-1} \dot{\mathbf{w}}) dV + \int_{\Omega^b} (\nabla \cdot \delta \mathbf{w}) [M (\boldsymbol{\alpha} : \boldsymbol{\epsilon} + \nabla \cdot \mathbf{w})] dV$$

$$+ \int_{\Gamma_1^{bf}} \delta \mathbf{w} \cdot (p_1 \mathbf{n}_{\Gamma_1^{bf}}) dS + \int_{\Gamma_2^{bf}} \delta \mathbf{w} \cdot (p_2 \mathbf{n}_{\Gamma_2^{bf}}) dS = 0, \quad (18)$$

$$\forall (\delta \mathbf{u}, \delta \mathbf{w}) \in \mathcal{C}_{uw}^{ad}$$

où $\delta \mathbf{u}$ et $\delta \mathbf{w}$ sont deux fonctions tests (associées respectivement à \mathbf{u} et \mathbf{w}) définies dans l'espace des déplacements admissibles \mathcal{C}_{uw}^{ad} . En outre, le symbole \otimes désigne le produit tensoriel.

3 Résultats numériques

Données numériques. On va considérer un test *in vitro* d'un échantillon d'os trabéculaire humain immergé dans l'eau. Les caractéristiques physiques de l'eau sont données par le module de compressibilité $K_f = 2.25$ GPa et la masse volumique $\rho_f = 1000$ kg.m⁻³. L'échantillon d'os a une porosité $\phi = 0.8$ et est décrit comme un matériau orthotrope dont les axes principaux sont notés $(\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2, \mathbf{x}'_3)$. En particulier, l'axe \mathbf{x}'_1 indique la direction principale d'alignement des trabécules.

Afin de simplifier le problème, on suppose que $\mathbf{x}'_2 \equiv \mathbf{x}_3$ et on considère l'échantillon dans le plan $(\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_3)$. En conséquence, le problème peut être résolu dans un plan. Dans le repère $\mathbf{R}'(O; \mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_3)$, la loi de comportement (7) peut se réécrire en utilisant la notation de Voigt comme :

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = [\tilde{\mathbb{C}}] \{\boldsymbol{\epsilon}\} - \{\boldsymbol{\alpha}\} p, \quad (19)$$

où $\{\boldsymbol{\sigma}\} = (\sigma_{11}, \sigma_{33}, \sigma_{13})^T$, $\{\boldsymbol{\epsilon}\} = (\epsilon_{11}, \epsilon_{33}, \epsilon_{13})^T$ et $\{\boldsymbol{\alpha}\} = (\alpha_{11}, \alpha_{33}, \alpha_{13})^T$. Pour cet exemple, les composantes de $[\tilde{\mathbb{C}}]$ sont déterminées en utilisant les formules empiriques données par Yang *et al* [14] qui fournissent les constantes d'élasticité orthotrope d'os humain en fonction de la porosité et des constantes élastiques de la phase solide. Les paramètres poroélastiques peuvent ensuite être calculés sans difficultés [15].

En supposant que la phase solide de l'os est élastique isotrope dont le module d'Young et le coefficient de Poisson sont respectivement $E_s = 20$ GPa et $\nu_s = 0.3$, les valeurs numériques des paramètres poroélastiques utilisés pour ce calcul sont :

$$\tilde{\mathbb{C}} = \begin{bmatrix} 1.5783 & 0.2881 & 0 \\ 0.2881 & 0.559 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5317 \end{bmatrix} \text{ (GPa)}, \quad \{\boldsymbol{\alpha}\} = \begin{Bmatrix} 0.956 \\ 0.979 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad M = 2.735 \text{ (GPa)}. \quad (20)$$

Les coefficients de tortuosité ont été supposés identiques dans les deux directions \mathbf{x}'_1 et \mathbf{x}'_3 : $r_1 = r_3 = 0.25$ (voir Eq. 6). Quant au tenseur de perméabilité, les valeurs $\kappa_{11} = 10^{-8}$ m², $\kappa_{33} = 10^{-9}$ m², $\eta = 10^{-3}$ Pa.s [6]

ont été utilisées. On note que les valeurs de ces paramètres sont donnés dans le repère \mathbf{R}' et que leurs valeurs dans \mathbf{R} doivent être calculées en fonction de l'angle θ entre les deux axes x'_1 et x_1 .

L'épaisseur de l'échantillon est $L = 0.01$ m. La pression imposée en Γ_{src}^f (qui se trouve à $x_1 = -0.01$ m) est définie par :

$$p_0(t) = P_0 e^{-4(f_0 t - 1)^2} \sin(2\pi f_0 t) \quad (21)$$

où f_0 est la fréquence centrale et P_0 est une constante. Pour cet exemple, $f_0 = 1$ MHz (valeur couramment utilisée dans les expériences QUS *in vitro*) et $P_0 = 1$ Pa.

Résultats et discussions. On présente dans la suite des résultats concernant les ondes transmises à travers l'échantillon d'os et mesurées au point $x_1 = 0.012$ m (se trouvant à une distance de 2 mm à droite de l'échantillon). On s'intéresse aux deux cas suivant où la direction de l'onde émise est : (1) (presque) parallèle ; (2) (presque) perpendiculaire à la direction principale d'alignement des trabécules.

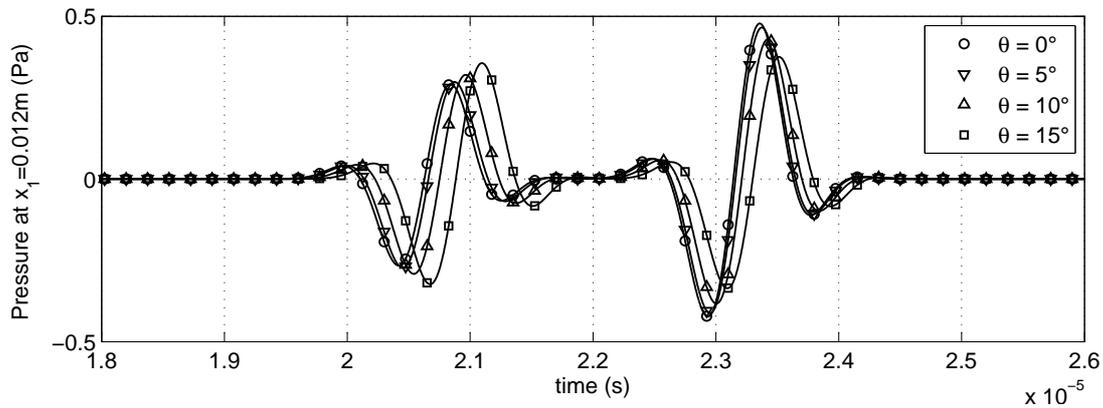


FIGURE 2 – Cas 1 : comparaison des ondes transmises quand la direction d'émission des ondes est (presque) parallèle à l'alignement principal des trabécules ($x'_1 \sim x_1$).

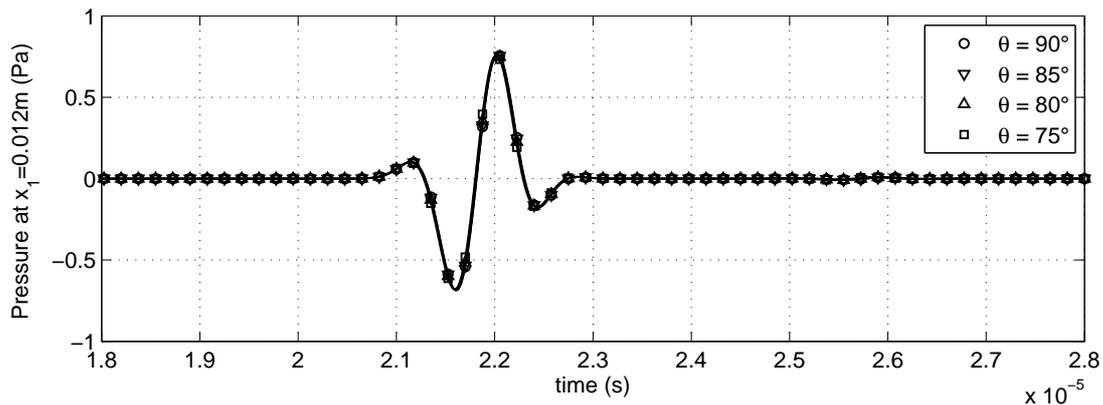


FIGURE 3 – Cas 2 : comparaison des ondes transmises quand la direction d'émission des ondes est (presque) perpendiculaire à l'alignement principal des trabécules ($x'_3 \sim x_1$).

La Fig. 2 présente les signaux des ondes transmises quand la direction d'émission est presque parallèle à celle d'alignement principal des trabécules, l'angle entre ces deux directions pouvant varier entre 0° et 15° . On peut constater premièrement que quand $\theta = 0^\circ$, l'onde transmise se compose de deux ondes séparées : une onde rapide et une onde lente qui sont bien connues comme les deux ondes de Biot correspondant respectivement aux mouvements relatifs *en phase* ou *hors phase* entre les phases solide et fluide du milieu poreux. L'amplitude de l'onde rapide est nettement inférieure à celle de l'onde lente. Ces résultats correspondent bien aux observations expérimentales [2]. Le comportement des ondes transmises change notablement quand θ augmente. Si

les signaux des ondes pour $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 5^\circ$ sont presque identiques, les différences entre ces deux cas et ceux correspondant à $\theta = 10^\circ$ et $\theta = 15^\circ$ deviennent significatives. On constate aussi que plus θ est grand, moins les écarts entre les amplitudes des ondes rapide et lente sont importants.

On présente dans la Fig. 3 une comparaison des ondes transmises pour les cas où la direction d'émission des ondes est presque perpendiculaire à l'alignement principal des trabécules. Une seule onde transmise est observée dans ce cas, ce qui correspond encore aux observations expérimentales [2]. Contrairement au cas précédent, les signaux des ondes transmises pour les différents angles θ ($75^\circ, 80^\circ, 85^\circ, 90^\circ$) sont quasiment identiques. On peut en conclure qu'une petite erreur dans la détermination des axes principaux n'a pas d'effets importants dans ce cas.

4 Conclusions

Dans le cadre de la modélisation des essais ultrasonores sur l'os trabéculaire par la technique de transmission transverse, nous présentons ici une étude numérique montrant le comportement des ondes transmises lorsque la direction d'émission d'ondes ultrasonores ne coïncide pas exactement avec une des directions principales d'orthotropie de l'échantillon d'os. Nos résultats montrent que les erreurs d'alignement ont des effets importants quand les ondes sont émises en direction (presque) parallèle à la direction principale des trabécules. Par contre, ces effets sont négligeables si les ondes sont émises en direction (presque) perpendiculaires à la direction principale des trabécules.

Un modèle aux éléments finis pour la propagation d'ondes ultrasonores dans un système couplé composé d'un échantillon d'os immergé dans un fluide a été développé. La modélisation de l'os se base sur le modèle de Biot appliqué aux matériaux poreux anisotropes. En utilisant ce modèle, on peut envisager de prendre en compte d'autres aspects comme l'influence des hétérogénéités et peut être étendu au cas non linéaire. En outre, ce modèle peut être directement appliqué pour la simulation numérique du QUS par la technique de transmission axiale *in vivo*.

Références

- [1] Williams J. L. Ultrasonic wave propagation in cancellous and cortical bone : Prediction of some experimental results by Biot's theory. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91(2), 1106–1112, 1992.
- [2] Hosokawa A. and Otani T. Acoustic anisotropy in bovine cancellous bone. *J. Acoust. Soc. Am.*, 103(5), 2718–2722, 1998.
- [3] Hosokawa A. Simulation of ultrasound propagation through bovine cancellous bone using finite-difference time-domain methods. *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(3), 1782–1789, 2005.
- [4] Hughes E. R., Leighton T. G., Petley G. W., and White P. R. Ultrasonic propagation in cancellous bone : A new stratified model. *Ultrasound in Med. & Biol.*, 25(5), 811–821, 1999.
- [5] Fellah Z. E. A., Chapelon J. Y., S. B., Lauriks, and Depollier C. Ultrasonic wave propagation in human cancellous bone : Application of Biot theory. *J. Acoust. Soc. Am.*, 116(1), 61–73, 2004.
- [6] Pakula M., Padilla F., Laugier P., and Kaczmazek M. Application of Biot's theory to ultrasonic characterization of human cancellous bones : Determination of structural, material and mechanical properties. *J. Acoust. Soc. Am.*, 123(4), 2415–2423, 2008.
- [7] Haïat G., Padilla F., Peyrin F., and Laugier P. Fast wave ultrasonic propagation in trabecular bone : Numerical study of the influence of porosity and structural anisotropy. *J. Acoust. Soc. Am.*, 123(3), 1694–1705, 2008.
- [8] Nicholson P., Strelizki R., Cleveland R., and Bouxesein M. Scattering of ultrasound in cancellous bone : predictions from a theoretical model. *Journal of Biomechanics*, 33, 503–506, 2000.
- [9] Cardoso L., Meunier A., and Oddou C. *In vitro* acoustic wave propagation in human and bovine cancellous bone as predicted by Biot's theory. *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*, 8(2), 183–201, 2008.
- [10] Padilla F., Bossy E., Haïat G., Jenson F., and Laugier P. Numerical simulation of wave propagation in cancellous bone. *Ultrasonics*, 44, e239–e243, 2006.
- [11] Padilla F. and Laugier P. Phase and group velocities of fast and slow compressional waves in trabecular bone. *J. Acoust. Soc. Am.*, 108(4), 1949–1952, 2000.
- [12] Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28(2), 179–191, 1956.
- [13] Carcione J. M. *Wave Fields in Real Media*. Elsevier, 2007.
- [14] Yang G., Kabel J., Van Rietbergen B., Odgaard A., Huijskes R., and Cowin S. C. The anisotropic Hooke's law for cancellous bone and wood. *J. Elasticity*, 53, 125–146, 1999.
- [15] Cheng A. H. Material coefficients of anisotropic poroelasticity. *Int. J. Rock Mech. and Mining Sciences*, 34(2), 199–205, 1997.