

# Analyse de la réponse dynamique d'un navire pour la modélisation numérique du squat dans un canal

N. MOHAMAD<sup>a</sup>, E. LEFRANÇOIS<sup>a</sup>, P. SERGENT<sup>b</sup>, P. DEBAILLON<sup>b</sup>

*a. Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire Roberval, 60200 Compiègne.*

*b. CETMEF, 2 Boulevard Gambetta, 60321 Compiègne.*

## Résumé :

*Nous nous intéressons aux applications de squat dynamique des navires dans un canal à fond variable. Pour simuler le squat dynamique, nous proposons un modèle mathématique basé sur l'extension de la théorie de Schijf (1949) aux effets dynamiques. Ce modèle est validé par un modèle aux éléments finis permettant de mettre en évidence des positions d'équilibre de la carène (stable et instable) via l'analyse de l'énergie potentielle du navire. L'intégration des contributions dynamiques du squat remet en cause les critères de stabilité définis par le squat statique.*

## Abstract :

*In this paper, we are interested in numerical modeling of 'dynamic' phenomenon of squat by finite elements analysis. The proposed model has been used to validate a stability model based on the extension of the one-dimensional theory of Schijf to the dynamic effects by pointing out stable and unstable squat positions of the ship. It is also shown that by taking into account the dynamic contributions of squat, the condition of stability given by static squat is not valid any more.*

**Mots clés :** Squat, Déformation de maillage, Dynamique du navire, Éléments finis, Écoulement potentiel, Couplage fluide-structure.

## 1 Introduction

Dans les années 70, un certain nombre d'échouages de navire s'est produit par petits fonds, associé inmanquablement à des risques à fort impact écologique (liés essentiellement aux navires pétroliers), un bilan économique lourd (montant de la restauration du navire, dédommagement...) et parfois humain. Lorsqu'un navire est mis en mouvement, sa vitesse relative à l'écoulement donne naissance à un surfoncement supplémentaire par rapport à son tirant d'eau  $T$ . Ce phénomène connu sous le nom de *squat* en anglais résulte d'une diminution de la pression exercée par l'eau sur la carène qui, étant moins portée, s'enfonce avec ou sans variation de son assiette [1, 2]. Il existe actuellement trois approches possibles pour déterminer la valeur de squat maximal dans des conditions d'écoulement stationnaires :

1. théorique [3, 4] et [5, 6] ;
2. empirique [2] ;
3. numérique [7, 8].

Ces approches partagent un point commun, celui de la définition d'un critère de stabilité relié à une vitesse dite critique que le navire ne doit pas dépasser sous peine de subir les effets du *squat* excessif pour un coefficient de blocage ( $C_b$ ) donné.

La première restriction sévère de ces modèles est de ne pas prendre en compte des profils de fond variables (dunes, marche...) ce qui peut dans certains cas conduire à des effets désastreux (Queen Elizabeth II, 1992). D'après les enquêtes menées par le NTSB (National Transportation Safety Board), il a été notamment montré que le squat maximal de ce navire a été déterminé en utilisant des modèles basés sur des fonds plats et constants. Enfin, tous ces modèles sont basés sur des conditions d'écoulement stationnaire et assume à chaque instant un équilibre quasi-statique du navire ne prenant donc absolument pas en compte les effets que la dynamique du navire peut induire sur le critère de stabilité.

Les travaux présentés dans cet article montre l'importance que la prise en compte de fonds variables et la dynamique du navire peuvent avoir sur le critère de stabilité pour le squat. Il y est notamment montré que pour une vitesse de navire donnée, deux positions d'équilibre du navire coexistent : l'une stable, l'autre instable, la vitesse critique correspondant à la coalescence de ces deux positions. Seuls les effets 2D sont pris en compte dans cette étude, limitant ainsi volontairement l'application de ces modèles à des conditions d'écoulement et de navigation en milieu très confiné .

La structure de l'article est composée de trois parties complétées d'une introduction et d'une conclusion. Une première partie expose le modèle mathématique 1D d'équilibre du navire basé sur le modèle de Schijf [3] et étendu aux effets dynamiques du navire. Une deuxième partie traite la stabilité de ce navire pour mettre en évidence, via une analogie énergétique, l'existence de positions d'équilibres stables et instables pour le navire. Une deuxième partie présente un modèle 2D de couplage carène-écoulement développé en éléments finis et basé sur une architecture modulaire. Enfin, une troisième partie présente les principaux résultats de validation en confrontant les deux modèles présentés ainsi que des calculs visant à justifier l'importance de la prise en compte des variations de fonds et de la dynamique pour l'étude de la stabilité d'un navire.

## 2 Modèle 1D d'équilibre dynamique du navire

Dans cette section, nous proposons l'extension du modèle mathématique 1D de Schijf aux effets dynamiques en se basant sur le principe fondamental de la dynamique (PFD).

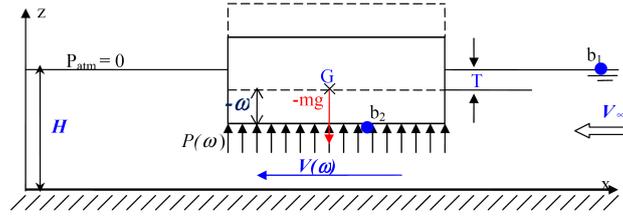


FIG. 1 – Modèle d'équilibre dynamique et nomenclature

L'équilibre dynamique du navire s'écrit sous la forme suivante (voir Fig. 1) :

$$m \frac{d^2\omega}{dt^2} = -mg + \oint_{\text{carène}} P \vec{n} \cdot \vec{e}_z ds \quad (1)$$

Avec  $m = \rho L_{pp} T$  la masse de navire par unité de largeur,  $L_{pp}$  la distance mesurée entre la proue et la poupe et  $\vec{n}$  la normale extérieure à la carène. Cette équation est complétée des relations résultant de la conservation de l'énergie (Bernoulli) et de la masse.

– Conservation d'énergie : la pression sous la carène ( $P_2$ ) est calculée en appliquant le théorème de Bernoulli entre le point  $b_1$  sur la surface libre et le point  $b_2$  sous la carène.

$$P_{atm} + \rho g H + \frac{\rho}{2} V_{\infty}^2 = P_2 + \rho g (H - T + \omega) + \frac{\rho}{2} V^2(\omega) \quad (2)$$

– Conservation de débit : la conservation de débit permet de calculer la vitesse sous la carène.

$$V(\omega) = V_{\infty} \frac{H}{H - T + \omega} \quad (3)$$

En substituant l'équation (3) dans l'équation (2), l'équation (1) devient :

$$m \frac{d^2\omega}{dt^2} = \frac{g \rho L_{pp}}{(H - T + \omega)^2} f(\omega) \quad (4)$$

Avec :

$$f(\omega) = -\omega^3 + \left( -2(H - T) + \frac{1}{2g} V_{\infty}^2 \right) \omega^2 + \left( -(H - T)^2 + \frac{V_{\infty}^2}{g} (H - T) \right) \omega + \frac{1}{2g} V_{\infty}^2 ((H - T)^2 - H^2) \quad (5)$$

### 2.1 Analyse de stabilité du navire

L'équation (5) peut être réécrite sous forme polynomiale (théorème de d'Alembert) admettant trois racines  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  et  $\omega_3$  (correspondant chacune à une position d'équilibre du navire) telle que :

$$f(\omega) = -(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)(\omega - \omega_3) \quad (6)$$

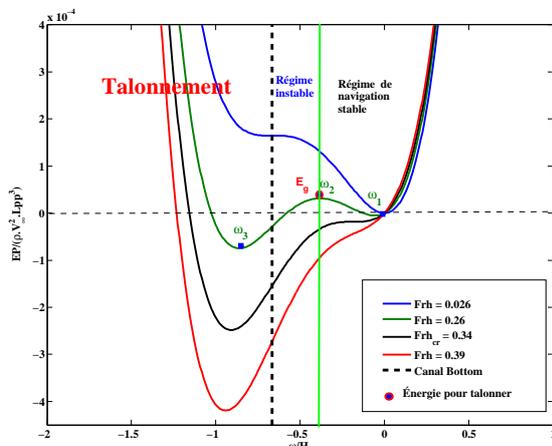
Multiplier l'équation (5) par la vitesse verticale du navire  $\left( \frac{d\omega}{dt} \right)$  permet après intégration, de définir les énergies cinétique et potentielle du navire :

$$E_c = \frac{1}{2} m \left( \frac{d\omega}{dt} \right)^2 \quad \text{et} \quad E_p = - \int \left( \frac{g \rho L_{pp}}{(H - T + \omega)^2} \right) \times f(\omega) d\omega \quad (7)$$

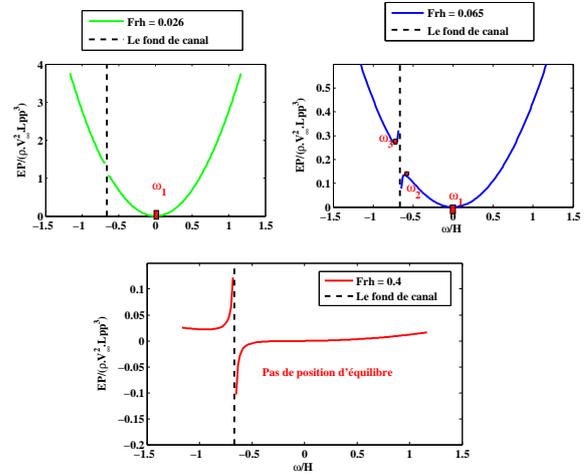
$$E_p = -\rho g Lpp \left( T \omega - \frac{\omega^2}{2} \right) - 0.5 \rho Lpp V_\infty^2 \left( \omega + \frac{H^2}{H-T+\omega} - \frac{H^2}{H-T} \right) + \rho g Lpp T \omega \quad (8)$$

La stabilité des positions d'équilibre est contrôlée par le signe de la dérivée seconde de l'énergie potentielle :

- une valeur positive traduit une position stable (cas de  $\omega_1$  et  $\omega_3$ ).
- une valeur négative traduit une position instable (cas de  $\omega_2$ ).



(a) Énergie potentielle pour  $\omega \ll -(H - T)$



(b) Énergie potentielle dans le cas général

FIG. 2 – Énergie potentielle adimensionnée en fonction du déplacement adimensionné

La figure 2 montre l'énergie potentielle adimensionnée en fonction du déplacement adimensionné de la carène en pilonnement, pour différentes valeurs du nombre de Froude ( $Frh = \frac{V_\infty}{\sqrt{gH}}$ ) pour  $\omega \ll -(H - T)$  (voir Fig. 2 (a)) et dans le cas général (voir Fig. 2 (b)). Nous observons sur la figure 2 (a) :

1. Les courbes de l'énergie potentielle varient avec le nombre de Froude.
2. Pour  $Frh = 0.26$ 
  - l'existence de deux positions d'équilibre stables,  $\omega_1$  et  $\omega_3$ .
  - l'existence d'une position d'équilibre instable,  $\omega_2$ .

La position d'équilibre stable ( $\omega_1$ ) est équivalente à l'abaissement du plan d'eau mentionné par les chercheurs dans ce domaine. En revanche, la position d'équilibre instable ( $\omega_2$ ) n'a pas été abordée dans les différents modèles dits statiques ce qui constitue ici une des originalités de ce travail. La valeur de la racine stable  $\omega_3$  n'a pas de sens physique car il est possible de démontrer qu'elle est toujours supérieure au clair sous quille du navire ( $\omega_3 > -(H - T)$ ).
3. On définit l'énergie de talonner ( $E_g$ ) comme étant l'énergie nécessaire pour passer au régime de navigation instable, soit l'énergie nécessaire pour transiter de la position d'équilibre stable ( $\omega_1$ ) à la position d'équilibre instable ( $\omega_2$ ). La figure 2 (a) montre que l'énergie pour talonner diminue avec l'augmentation de la valeur du nombre de Froude.
4. Pour la valeur critique du nombre de Froude ( $Frh_{cr} = 0.34$ ), associé donc à une vitesse critique  $V_{cr}$ , les deux racines  $\omega_1$  et  $\omega_2$  deviennent égales complexes et conjuguées : le navire est instable et le talonnement se produit.

## 2.2 Vitesse critique au surenfoncement

Il existe une vitesse critique associée à chaque coefficient de blocage ( $C_b = \frac{T}{H}$ ) à partir de laquelle on passe d'un régime de navigation stable à un régime critique (instable) où  $\omega_1$  et  $\omega_2$  deviennent égales complexes et conjuguées (voir Fig. 3).

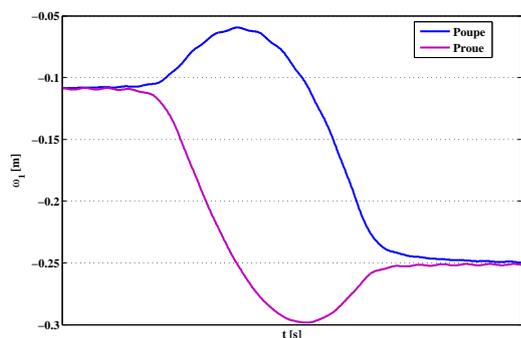
## 3 Modèle éléments finis 2D de couplage carène-écoulement

Ce modèle est construit autour d'une chaîne de traitement numérique modulaire et donc interchangeable. Il est articulé autour de cinq modèles indépendants :

- un modèle fluide : basé sur une approche d'écoulement potentiel par éléments finis 2D linéaires [9].
- un modèle structure : basé sur la résolution de la dynamique d'une structure avec un schéma de résolution explicite en temps.
- un modèle de surface libre stationnaire : basé sur l'approximation de Bernoulli [8].

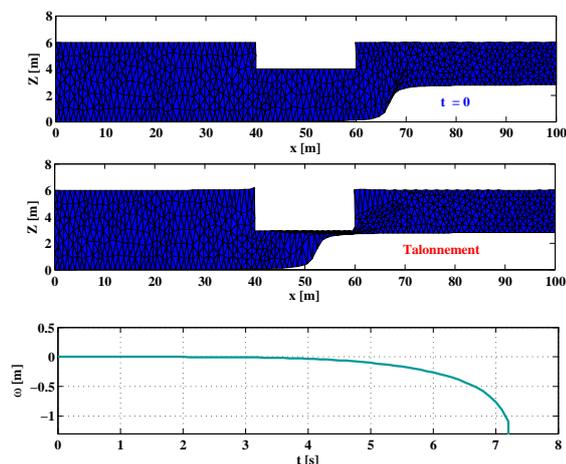


simulé le surenfoncement au passage d'une marche pour les paramètres donnés dans le tableau ci-dessous. Les comportements généraux du navire en libérant le tangage lors de son passage sur la marche (voir Fig. 5) confirment les résultats de Gourlay [7]. Cette figure illustre les enfoncements mesurés à la fois sur la proue et la poupe du navire.

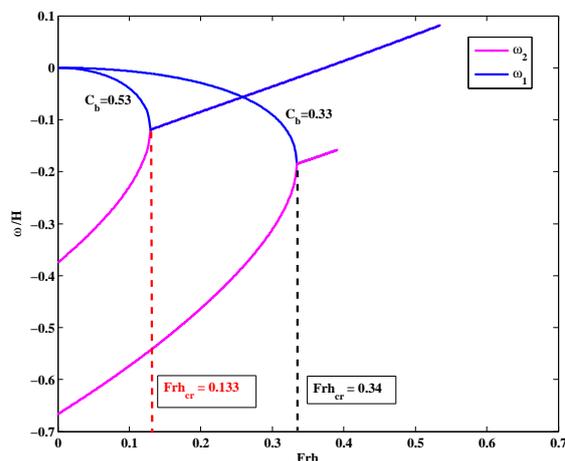


Paramètres du navire
$\frac{L_{pp}}{H} = 3.33$ $Frh = 0.13$
Paramètres avant le passage sur la marche
$C_b = 0.33$ , $Frh_{cr} = 0.34$ pour un fond plat
Paramètres après le passage sur la marche
$C_b = 0.53$ , $Frh_{cr} = 0.133$
$A_{marche} = 2.8$ [m]

FIG. 5 – Comportement général lors de passage sur une marche



(a) Instabilité du navire au passage d'une marche



(b) Évolution des positions d'équilibre avec et sans marche

FIG. 6 – Effet de la marche

Nous illustrons sur la figure 6 (b) les prédictions des positions d'équilibre  $\omega_1$  et  $\omega_2$  données par le modèle mathématique avec et sans marche. Nous observons qu'après le passage de la marche, le nombre de Froude critique passe de 0.34 to 0.133, il dépasse légèrement le nombre de Froude associé au navire (0.13). La figure 6 (a) illustre les résultats du modèle de couplage en confirmant les prédictions d'instabilité au passage de la marche : les deux figures du haut représentent le navire avant et au moment de l'impact avec le fond, la figure du bas illustre la réponse en enfoncement instationnaire. La valeur du squat stationnaire  $\omega_1$ , associée au  $C_b$  avant la marche, doit être ajoutée à cette réponse.

## 4.2 Instabilité résultant d'une perturbation initiale

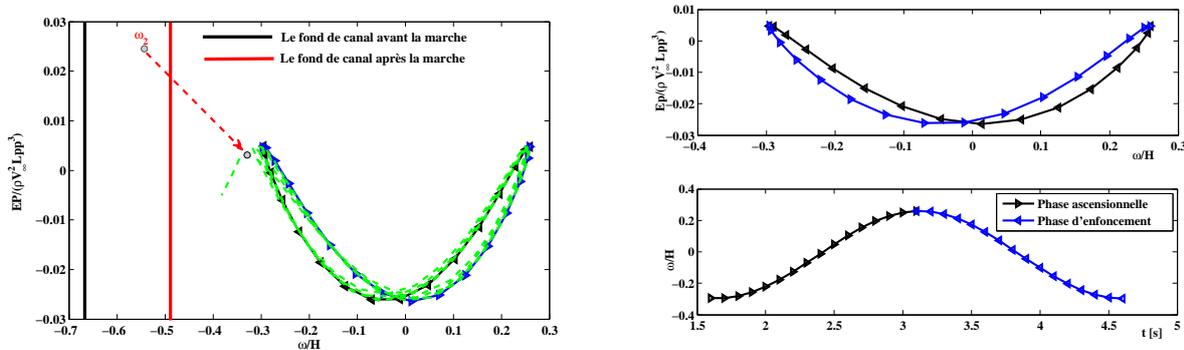
Dans cet exemple, un deuxième cas d'instabilité est présenté et résultant d'une perturbation initiale sur l'enfoncement du navire  $\omega_0$ . L'évolution de l'énergie potentielle en fonction du déplacement adimensionné de la carène, donnée par le modèle mathématique et représentée sur la figure 2 (a), montre que par l'énergie initiale qui en résulte est suffisante pour éloigner le navire de sa position d'équilibre stable ( $\omega_1$ ) et le rapprocher de sa position d'équilibre instable ( $\omega_2$ ).

Nous avons choisi un cas pour lequel le régime de navigation reste, d'après les critères de stabilité imposés par le squat statique, sous-critique avant et après le passage de la marche. En d'autres termes, cela signifie que le nombre de Froude reste inférieur au nombre de Froude critique après le passage sur la marche (voir le tableau ci-après).

## Analyse énergétique

Le déplacement initial se traduit par une énergie potentielle initiale. Cette énergie se convertit en énergie cinétique au cours du mouvement de navire.

Paramètres du navire	Paramètres avant la marche	Paramètres après la marche
$\frac{L_{pp}}{H} = 3.33$	$Frh_{cr} = 0.34$	$Frh_{cr} = 0.24$
$Frh = 0.13$ $\frac{\omega_0}{H} = 0.26$	$C_b = 0.33$	$C_b = 0.44$



(a) Courbes d'énergie potentielle lors du passage sur la marche : (b) Énergie potentielle et déplacement adimensionnalisés pour une seule période de pilonnement avant la marche

FIG. 7 – Effet de la marche

Au passage sur la marche, cette énergie potentielle évolue (voir les courbes pointillées sur Fig.7(a)). Dès l'instant où la dépression le long de la carène devient importante, la valeur de l'énergie potentielle atteint le maximum de la courbe représentée par la position d'équilibre instable ( $\omega_2$ ) et le risque de talonnement se produit. La figure 7(a) illustre la transition de  $\omega(t)$  de la valeur  $\omega_2$  à  $\omega_1$  après le passage sur la marche. La figure 7(b) montre l'évolution de l'énergie potentielle adimensionnée et le déplacement adimensionné avant le passage sur la marche.

## 5 Conclusion

Dans cet article, le phénomène de squat a été simulé par un modèle mathématique puis validé par un modèle numérique de couplage fluide-structure. Des positions d'équilibre du navire (stable et instable) sont mises en évidence. Deux types d'instabilité ont été illustrés pour un fond variable de type passage d'une marche : instabilité par vitesse critique (critère de stabilité imposé par le squat statique), et instabilité par perturbation initiale. Ces deux cas permettent de mettre en évidence l'importance de la dynamique du navire pour la détermination d'un critère de stabilité. Les travaux actuels visent à introduire les effets visqueux et l'extension du modèle éléments finis au 3D.

## Références

- [1] Hervieu R. Le surenfoncement des navires. Masson, 1993.
- [2] Barrass C. and Derrett D. Ship stability for master and mates. Elsevier, 2006.
- [3] Schijf J. B. 17eme Congrès de la Navigation Internationale, Section 1 Communication 2, Lisbon, 1949.
- [4] Constantine T. On the movement of ships in restricted waterways. Journal of Fluid Mechanics, 9, 247–256, 1960.
- [5] Tuck E. Shallow-water flows past slender bodies. Int. J. Numer. Meth. Eng., 26, 81–95, 1966.
- [6] Gourlay T. Slender-body methods for prediction ship squat. Ocean Engineering, 35, 191–200, 2008.
- [7] Gourlay T. Mathematical and computational techniques for predicting the squat of ships. Thèse, Department of Applied Mathematics, the University of Adelaide, 2000.
- [8] Debailion P., Lefrançois E., Sergent P., and Dhatt G. Numerical modeling of ship squat in shallow restricted water. 2nd Squat Workshop, Oldenburg, Germany, 2004.
- [9] Dhatt G., Touzot G., and Lefrançois E. Méthode des éléments finis. Hermès, 2005.
- [10] Lefrançois E. A simple mesh deformation technique for fluid-structure interaction based on a submesh approach. Int. J. Numer. Meth. Eng., 75, 1085–1101, 2008.
- [11] Johnson A. and Tezduyar T. Mesh update strategies in parallel element computations of flow problems with moving boundaries and interfaces. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 119, 73–94, 1994.