

Interaction Fluide-Structure pour les corps élancés

DE NAYER GUILLAUME^a, LEROYER ALBAN^a, VISONNEAU MICHEL^a, BOYER FRÉDÉRIC^b

*a. Laboratoire de Mécanique des Fluides (LMF) UMR-CNRS 6598,
Ecole Centrale de Nantes, B.P. 44321 Nantes Cedex 3, France*

*b. Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN), Ecole des Mines de
Nantes, La Chantrerie, B.P. 20722 44307 NANTES Cedex 3, France*

Résumé :

Cet article présente le couplage du solveur fluide ISIS-CFD développé au sein de l'Equipe Modélisation Numérique du LMF et d'un solveur structure de type poutre. Le but est de pouvoir traiter des problèmes 3D complexes d'interaction fluide-structure faisant intervenir des corps élancés en grand déplacement, comme les risers. ISIS-CFD est un solveur fluide 3D Volumes-Finis basé sur les équations en moyenne de Reynolds. Le solveur poutre est basé sur une approche de type Cosserat avec les cinématiques de Rayleigh ou d'Euler-Bernoulli et utilise une discrétisation éléments finis. Le couplage temporel s'appuie sur un algorithme itératif. Un soin tout particulier a été porté au couplage spatial, en particulier au processus de déformation de maillage. Afin de valider le code IFS, le cas-test 2D d'Hübner a été traité.

Abstract :

In this paper the coupling of a structural solver for elongated structures in large displacements with the flow solver ISIS-CFD is presented. ISIS-CFD is a 3-D finite volume solver based on the incompressible unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes equations, developed by the CFD group of the Fluid Mechanics Laboratory. The finite element structural solver uses Euler-Bernoulli or Rayleigh kinematics with the Cosserat hypothesis. The time coupling uses an iterative algorithm. Special attention to the space coupling, in particular the remeshing procedure, has to be paid. This coupling algorithm is first validated and then applied to the 2-D Hübner test case.

Mots clefs : CFD, FSI, Cosserat beam theory, mesh deformation, VIV, Riser

1 Introduction

Les corps élancés sont fréquemment rencontrés dans le domaine industriel. Prenons l'exemple des risers, ces longs tubes plongeant dans les profondeurs marines, qui sont soumis aux courants et par voie de conséquence aux phénomènes de VIV (Vortex Induced Vibrations). La modélisation et la simulation 3D de tels problèmes d'interaction fluide-structure (IFS) peuvent permettre une meilleure compréhension des phénomènes physiques et ainsi leur résolution. C'est la raison pour laquelle l'Equipe Modélisation Numérique du Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Ecole Centrale Nantes a entrepris le développement d'un code IFS pour les structures élancées, basé sur une approche de type ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian).

Le plan de cet article se base sur les quatre éléments essentiels à un code IFS : un code CFD, un solveur de dynamique des structures, une interface de couplage en temps et enfin une interface de couplage en espace. En ce qui concerne la validation, le cas-test bidimensionnel d'Hübner est présenté.

2 Le solveur fluide : ISIS-CFD

Le code ISIS-CFD, développé par l'Équipe Modélisation Numérique du LMF, est basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds (RANSE) sous une forme fortement conservative. Il repose sur une méthode Volumes-Finis non-structurés, et est dédié à la simulation d'écoulements incompressibles à forts nombres de Reynolds autour de corps potentiellement mobiles, déformables et à haute complexité géométrique [1].

Le champ de vitesse est obtenu à partir des équations de conservation de quantité de mouvement et la pression est déterminée selon la contrainte d'incompressibilité transformée en équation de pression. Le couplage vitesse-pression est assuré par un algorithme de type SIMPLE [2]. L'ensemble des variables est stocké aux centres des volumes de contrôle. Les écoulements à surface libre sont gérés par une méthode de capture d'interface. L'ensemble des deux phases est vu comme un fluide unique dont les propriétés varient avec un taux de présence. Celui-ci est traité comme un Lagrangien emporté par le fluide global. Sa discrétisation nécessite des schémas appropriés pour éviter une diffusion trop importante de l'interface. La discrétisation temporelle pour les calculs instationnaires est une méthode implicite du deuxième ordre décentrée à deux pas de temps. A

chaque pas de temps, une boucle interne (appelée "boucle non-linéaire") associée à une linéarisation de Picard est effectuée pour résoudre les non-linéarités. Le passage à l'itération temporelle suivante est opéré lorsque le résidu des équations a été réduit d'un certain gain (typiquement 3 ordres). Il est complètement parallélisé pour des systèmes à mémoire distribuée, utilisant la décomposition de domaine et le protocole de communication MPI.

3 Le solveur structure

Le solveur structure utilisé pour l'élaboration du code IFS prend la forme d'un *module dédié à la résolution des problèmes de structures élancées (poutres) en petit et grand déplacement*. Le choix de l'élaboration d'un modèle restreint à des structures "poutre" au lieu de l'utilisation d'un code structure complet est délibéré, car il permet en outre une intégration et un couplage fort au sein du code fluide.

Ce solveur poutre se base sur les travaux de F. Boyer et D. Primault [3] [4]. Dans ce contexte, la poutre est assimilée à un milieu **Cosserat**, i.e. un milieu monodimensionnel formé par l'empilement continu de micro-solides indéformables figurant ici les sections droites du milieu. Les sections de poutre sont donc *planes et rigides*. De plus, les corps considérés sont fins, et l'hypothèse de Kirchoff peut par conséquent être posée dès le départ de la modélisation : *les sections restent orthogonales à la ligne neutre*. La cinématique qui en découle porte le même nom. Deux modèles dynamiques de poutre en grands déplacements en résultent et ont été intégrés : le **modèle de Rayleigh** et celui d'**Euler-Bernoulli**. Comme dans le cas linéaire, ce dernier suppose que l'énergie cinétique angulaire des sections reste négligeable. Bien qu'engendrant de grandes simplifications dans les équations analytiques, le modèle d'Euler-Bernoulli doit être écarté pour les problèmes où la poutre est libre de tourner autour de son axe matériel.

Les modèles obtenus permettent de traiter correctement les problèmes de câbles grâce en particulier aux soins apportés à la prise en compte du délicat *couplage flexion-torsion*. Pour atteindre cet objectif, la solution numérique se base sur une formulation variationnelle intrinsèque au sens de la géométrie différentielle : tous les calculs sont directement réalisés sur l'espace des configurations de la cinématique de Kirchoff, et ce sans recours à une carte de coordonnées généralisées. Ce choix permet de s'émanciper des non-linéarités artificielles et des singularités propres aux formulations paramétrées (ou extrinsèques). Ce type de modélisation est dite, en accord avec son initiateur Simo [5], **géométriquement exacte**, et se distingue des approches usuelles par le fait qu'une fois la cinématique de base admise (ici de Kirchoff), *aucune approximation n'est opérée en dehors de celles inévitables imposées par les discrétisations numériques qui n'interviennent qu'en toute fin des développements*. Outre de fournir des formulations variationnelles plus concises, la modélisation géométriquement exacte permet une meilleure convergence des algorithmes numériques. Dans le cas de [3], l'approche géométriquement exacte est étendue des poutres épaisses (cinématique de Reissner-Timoshenko initiée par Simo) aux poutres élancées. Cette extension permet d'appréhender simplement le couplage géométrique flexion-torsion tout en évitant les singularités inertielles du modèle des poutres épaisses qui surgissent dès que les rapports "épaisseur/longueur" deviennent dramatiquement petits. In fine, la discrétisation spatiale utilise la **méthode des éléments finis** tandis que la discrétisation temporelle employée par F. Boyer et D. Primault fait appel à l'**algorithme standard de Newmark**. Ce dernier souffrant d'instabilité en IFS, la **méthode de Bossak** [6] a été implémentée comme nous le verrons avec le cas-test d'Hübner. Le module poutre ainsi présenté permet de traiter des problèmes structures fines "libres". Cependant, en réalité, les poutres ont la plupart du temps des liaisons à leurs extrémités. Ces dernières sont prises en compte par des **multiplicateurs de Lagrange** [4].

Après validation complète du solveur poutre (en petits et grands déplacements, avec torseurs d'efforts ou mouvements imposés [4], [7]), l'étape suivante a consisté à le coupler au code CFD.

4 Couplage temporel

Le couplage temporel consiste en l'organisation des échanges d'informations entre les deux solveurs au cours du temps. Dans la réalité, ces échanges interviennent à tout moment et en continu. C'est évidemment impossible au sein d'un code de calcul. Il faut par conséquent organiser l'échange d'informations "séquentiellement" afin obtenir un résultat le plus précis possible. Lorsque le code IFS n'est pas monolithique, on peut avoir recours à trois types d'algorithmes : explicites, parallèles ou bien encore itérés (ou implicites). Pour obtenir le meilleur couplage possible au sein de notre code IFS, l'**algorithme itératif** (cf. fig. 1) a été choisi.

A une configuration et à un instant donnés et fixés, le solveur fluide détermine l'écoulement correspondant. Les efforts fluides agissant sur la structure sont transmis au corps. Le solveur poutre calcule alors la cinématique résultante de ce chargement. Il transmet les déplacements des frontières au solveur fluide et le processus de mise à jour du maillage entre en jeu. Une fois que le nouveau maillage déformé est prêt, ISIS-CFD calcule de nouveau l'écoulement correspondant à cette configuration. Les efforts fluides sont de nouveau transmis au solveur poutre et ainsi de suite. On appelle cette boucle une itération d'interaction fluide-structure. Après un certain nombre d'itérations de ce type, l'écoulement calculé par le solveur fluide ainsi que la dynamique de la poutre convergent. On considère alors que l'on a atteint la solution finale pour cet instant. On passe ensuite à l'itération temporelle suivante. Et ainsi de suite jusqu'à atteindre la fin de la simulation. Notons que pour éviter d'avoir un décalage en temps à la première itération IFS, une *prédiction de la dynamique de la structure est nécessaire* (cf. fig. 1).

En ce qui concerne les vitesses à l'interface fluide-structure, la prise en compte est faite via l'évolution temporelle de la déformation du maillage de surface de la poutre. En effet, le code fluide recalcule chaque fois que

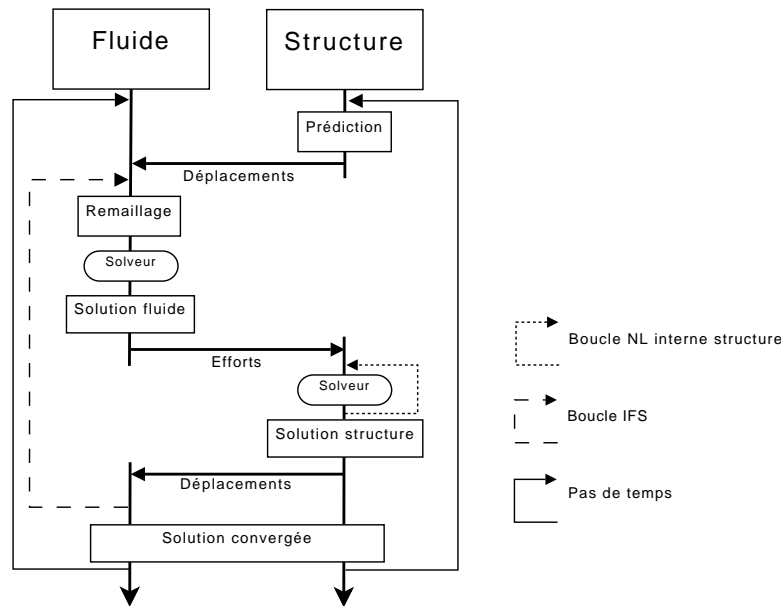


FIG. 1: Algorithme itératif de couplage en temps des solveurs fluide et structure

nécessaire les flux de vitesse de déplacement aux faces de l'interface (ainsi qu'aux autres faces du maillage, cf. chapitre 9 de [8]). Le couplage est donc physiquement cohérent, même si les vitesses à l'interface fluide-structure diffèrent numériquement du fait de l'utilisation de deux schémas temporels distincts (schéma de type Newmark pour la structure, schéma décentré d'ordre 2 pour le fluide).

5 Couplage spatial

Lors de la présentation du couplage en temps, nous avons évoqué le transfert des efforts fluides à la structure, le transfert des déplacements de la poutre au fluide et la mise à jour du domaine fluide (i.e. le processus de remaillage). Ces trois actions constituent le couplage en espace. Ce dernier est loin d'être trivial. En effet, d'une part les maillages du domaine fluide et du domaine poutre sont en général **non-conformes**, i.e. les nœuds du maillage fluide ne coïncident pas avec ceux du maillage structure à l'interface ; d'autre part les problèmes IFS abordés étant en grand déplacement, le processus de déformation de maillage pour retrouver un maillage adaptée au mouvement et à la déformation des corps doit être particulièrement soigné.

Abordons tout d'abord l'échange spatial des informations. A cause des maillages non-conformes, une interpolation des données à communiquer est nécessaire. En se basant sur [9], notre choix s'est porté sur la **méthode par projection**. On a alors conservation globale des efforts fluides sur la poutre. Une description précise est donnée au chapitre 5 de [7].

L'approche étant de type ALE, un processus de déformation de maillage robuste est crucial pour la faisabilité du calcul. En effet, de la qualité du maillage fluide dépend la précision du résultat fourni par le solveur fluide. Le but est donc d'obtenir un maillage après déformation, dont les cellules ne sont pas écrasées ou couchées, surtout à proximité des corps. Au début de l'élaboration du code IFS, divers algorithmes de remaillage (méthode des ressorts, méthode de remaillage par pondération analytique [8]) étaient présents au sein d'ISIS-CFD. Mais tous présentaient des limitations, surtout en grand déplacement. Afin de s'affranchir de ceux-ci et de permettre des déformations plus importantes, un nouveau module de remaillage a été développé, basé sur l'**approximation pseudo-solide** : *le domaine fluide est vu comme une structure élastique*. Ainsi, la déformation du maillage peut être contrôlée via des caractéristiques du matériau pseudo-solide évolutives dans l'espace. De plus, on ne cherche pas à avoir une déformation du maillage qui corresponde exactement à la déformation d'un matériau solide sous les mêmes sollicitations. Par contre, on désire obtenir un maillage qui soit régulier dans tout le domaine et surtout que les mailles à proximité des corps restent orthogonales à leur paroi. On peut alors se permettre d'utiliser un **modèle petites déformations** qui est léger et rapide. Pour les mêmes raisons le système est considéré comme **quasi-statique**. Le système d'équations à résoudre pour notre remaillage utilisant un pseudo-solide de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν est donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div } \vec{\sigma} = \vec{0} \\ \vec{\sigma} = \lambda \text{tr}(\epsilon) \vec{\delta} + 2\mu \vec{\epsilon} \\ \vec{\epsilon} = \frac{1}{2} (\text{grad } \vec{U} + \text{grad }^t \vec{U}) \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \\ \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \end{array} \right.$$

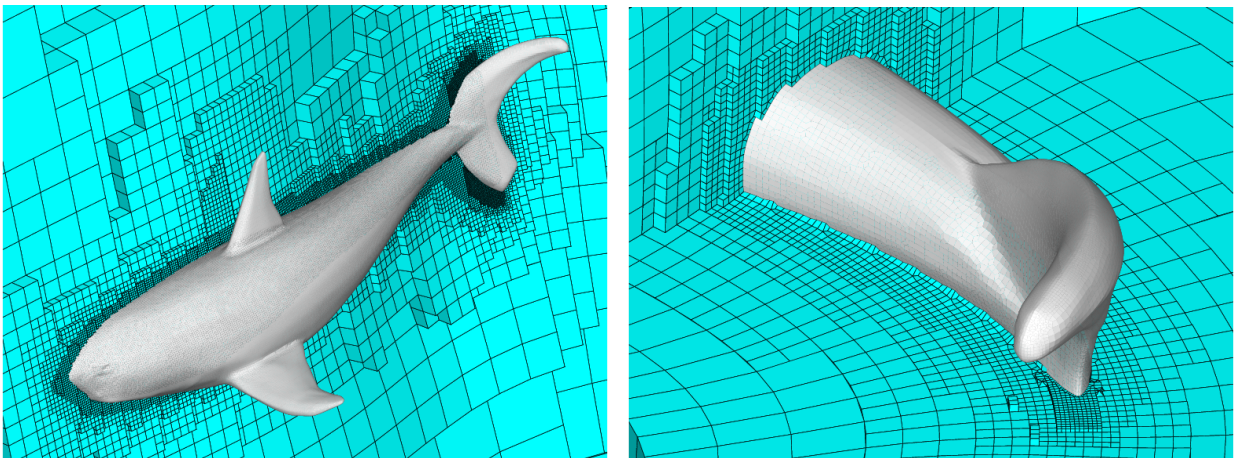
où \vec{U} est le déplacement du centre des cellules de maillage.

Le problème est discrétisé à l'aide de la méthode des Volumes-Finis. Ainsi, les procédures de résolution très efficaces d'ISIS-CFD peuvent être utilisées et la parallélisation du module de remaillage devient quasi immédiate. En premier lieu, une discrétisation simple isotrope a été testée [7]. Elle donne des résultats *satisfaisants pour les mouvements de translation*. Cependant, dès que des *mouvements de rotation* apparaissent, les mailles proches de la paroi se déforment trop. Le maillage généré n'est alors plus acceptable pour un calcul fluide. Continuant dans l'analogie du fluide avec un pseudo-solide, une **discrétisation utilisant un coefficient de cisaillement variable** a été développée, afin de permettre un meilleur contrôle de la déformation du maillage. Nous utilisons un pseudo-solide **orthotrope**, c'est-à-dire un "pseudo-matériau élastique homogène présentant en tout point 2 symétries du comportement mécanique chacune par rapport à 1 plan, les 2 plans étant orthogonaux". Il combine donc les propriétés d'un matériau orthogonal et celles d'un matériau anisotrope. Un tel matériau a la loi de comportement suivante dans la base cartésienne en adoptant la notation "chapeau" :

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{G_{xy}}{K} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G_{yz}}{K} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G_{xz}}{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)$$

où G_{ij} est le coefficient de cisaillement relatif aux directions \vec{i} et \vec{j} . U et V sont les composantes du vecteur déplacement \vec{U} . Cette relation de comportement est définie localement dans une base locale orthogonale $(\vec{n}, \vec{t}_2, \vec{t}_3)$. Cette base n'est pas choisie au hasard. Elle est liée à chaque maille composant le maillage : \vec{n} est dirigé par le vecteur gradient d'un coefficient (calculé sur la configuration non-déformée à partir d'un opérateur Laplacien), dont les lignes isométriques ont la propriété de suivre la forme du corps. Ainsi, le vecteur \vec{n} de la base locale sera normal par rapport au corps. Cela permet alors de limiter la déformation due au cisaillement suivant (\vec{n}, \vec{t}_2) et ainsi de conserver une meilleure orthogonalité à la paroi. Une fois exprimée la loi de comportement locale dans la base cartésienne de référence par changement de repère, on obtient alors une relation de la forme suivante : $\hat{\sigma} = \mathbb{K}\hat{\epsilon}$ (les coefficients K_{ij} sont donnés dans l'annexe A de [7]).

Le système formé est **couplé sur les déplacements**. Si on le résout en traitant les gradients de déplacement explicitement et en itérant pour obtenir une solution consistante, le temps de calcul devient préjudiciable, car la procédure est très souvent appelée. Dans le cadre de son utilisation en IFS, une **technique de résolution rapide** a donc été mise en place (cf. chapitre 4 de [7]). Elle repose sur l'hypothèse suivante : lorsque le pas de temps est petit, les variations des déplacements et déformations des corps peuvent être considérés comme faibles entre deux pas de temps. On peut donc *utiliser les gradients des déplacements de l'itération précédente* lors de la résolution du système du remaillage. Cela permet d'obtenir une solution convenable en une itération pour chaque composante du déplacement et donc un gain très important en temps CPU. Notons de plus que pour la résolution du système les procédures du solveur fluide sont employées, ce qui implique que les inconnues soient au centre des cellules. Pour avoir le maillage déformé final, une **interpolation du déplacement** du centre des cellules vers les noeuds est nécessaire. Elle est d'ordre 2 et utilise les gradients de déplacement. Ce module de remaillage a été longuement testé sur des corps 2D, 3D, en mouvement imposé ou libre et en calcul parallèle [7] (cf. fig. 2).



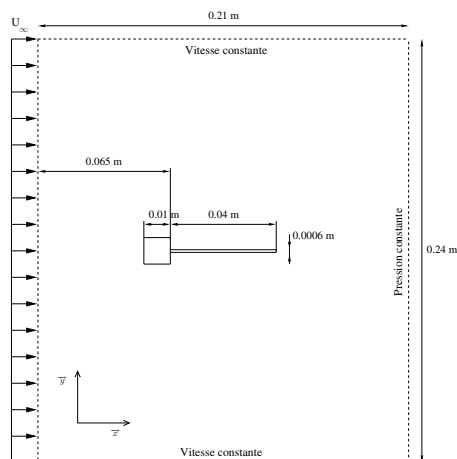
(a) Vue générale de côté

(b) Zoom sur la queue du requin

FIG. 2: Remaillage autour d'une modélisation réaliste de requin en train de nager

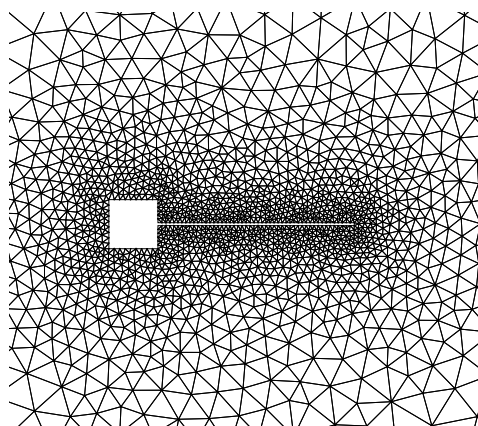
6 Validation

La validation du code IFS a été l'étape suivante. Le cas-test instationnaire d'Hübner a permis d'optimiser le code et de le vérifier en 2D. Cette application a été proposée à l'origine par Wall et Ramm [10] pour démontrer que leur formulation IFS pouvait prendre en compte des phénomènes d'interaction fluide-structure complexes. En 2004, Hübner reprend cette configuration en changeant la vitesse du fluide à l'entrée [11]. Le problème se résume à un filament très souple fixé à l'arrière d'un corps carré indéformable. L'ensemble est plongé dans un écoulement fluide incompressible (cf. fig. 3). La structure carrée engendre un phénomène très instationnaire : des vortex sont lâchés alternativement de part et d'autre des coins du carré. Ces tourbillons génèrent des forces oscillantes autour du filament. Celui-ci se déforme alors.

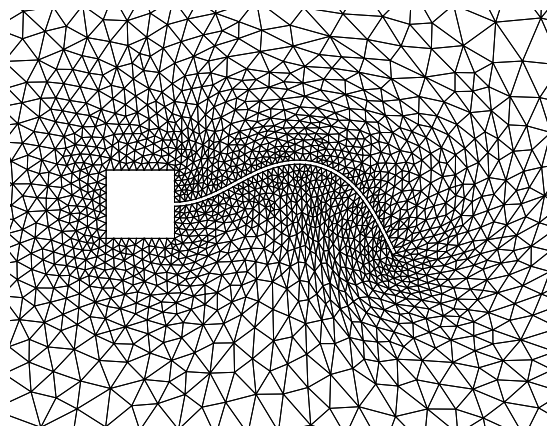


Côté du carré	$a = 0.01 \text{ m}$
Longueur de la poutre	$L = 0.04 \text{ m}$
Épaisseur de la poutre	$d = 0.0006 \text{ m}$
Module d'Young	$E = 2 \text{ MPa}$
Masse volumique du solide	$\rho_s = 2000 \text{ kg.m}^{-3}$
Masse volumique du fluide	$\rho_f = 1.18 \text{ kg.m}^{-3}$
Viscosité dynamique	$\mu_f = 1.8210^{-5} \text{ Pa.s}$
Vitesse d'entrée	$U_\infty = 0.315 \text{ m.s}^{-1}$

FIG. 3: Cas-test IFS d'Hübner



(a) Maillage grossier initial



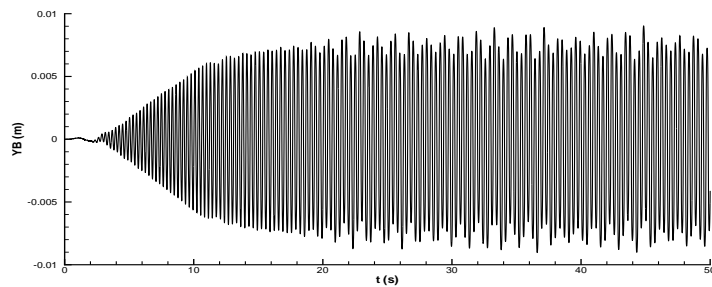
(b) Maillage déformé

On compare les résultats d'ISIS-CFD avec ceux d'Hübner et de J.G. Valdés Vásquez [12] (cf. fig. 4(d)). Pour vérifier la convergence en maillage, deux maillages sont générés : un maillage grossier (2000 nœuds ; cf. fig. 4(a)), un maillage fin (30000 nœuds). Les résultats obtenus dans ces deux cas sont très semblables, mais le maillage fin apporte une précision bien meilleure pour la visualisation des champs de vitesse et pression.

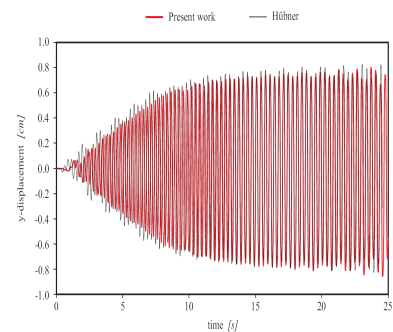
En premier lieu, on s'intéresse à l'écoulement autour de la structure carré+filament, lorsque ce dernier est *indéformable*. À $t = 0 \text{ s}$, l'écoulement débute à l'entrée avec une vitesse imposée $U_\infty = 0.315 \text{ m.s}^{-1}$. Il n'y a pas d'initialisation progressive. Par transformée de Fourier sur les efforts fluides, nous obtenons la première fréquence caractéristique de l'écoulement : $f_1^f = 3.74 \text{ Hz}$. C'est en accord avec la valeur trouvée par Hübner dans [11]. Considérons à présent le filament comme une *poutre déformable*.

Avec le schéma d'intégration temporelle standard de Newmark pour le solveur poutre, le code IFS rencontre des problèmes. En effet, avec un pas de temps de $\Delta t = 5 \times 10^{-3} \text{ s}$, le couplage IFS diverge aux alentours de 12 s ; avec un pas de temps de $\Delta t = 5 \times 10^{-4} \text{ s}$, le calcul s'arrête vers 18 s . Les résultats obtenus avec un pas de temps de $\Delta t = 5 \times 10^{-4} \text{ s}$ sont très proches de nos références au niveau du déplacement de l'extrémité libre du filament ($y_{max} = 8 \times 10^{-3} \text{ m}$) et de la fréquence d'oscillations des efforts (ISIS-CFD : $f_1 = 3.14 \text{ Hz}$; Hübner : $f_1 = 3.10 \text{ Hz}$; Valdés Vásquez : $f_1 = 3.22 \text{ Hz}$). Cependant, le fait que le couplage IFS diverge n'est pas acceptable. Après recherches, il s'est avéré que l'utilisation d'un schéma d'intégration temporelle modifié pour le solveur poutre, comme la méthode de Bossak [6] résoud le problème. Avec cette méthode, les calculs

avec un pas de temps de $\Delta t = 5 \times 10^{-3} s$ ne posent plus de problème : on retrouve les mêmes résultats au niveau du déplacement de l'extrémité libre du filament et de la fréquence d'oscillations des efforts, mais avec un couplage IFS qui reste stable (cf. fig. 4(c)).



(c) Oscillations de l'extrémité libre (Méthode de Bossak)



(d) Résultats Hübner et Valdés Vázquez

7 Conclusion et perspectives

A l'heure actuelle, on observe une demande croissante des industriels sur les questions pluridisciplinaires. Et, du fait de l'augmentation de la puissance de calcul et de stockage, celles-ci deviennent désormais abordables avec des modèles physiques de plus en plus proches de la réalité. Ainsi, pour traiter les problèmes d'IFS liés aux structures élancés comme les risers, ISIS-CFD a été couplé avec un solveur poutre basé sur la théorie de Cosserat. L'ensemble forme un code IFS capable de prendre en compte les grands déplacements de câbles ou de tubes au sein d'un environnement multifluide. Lors de la phase de développement du couplage, un module de déformation de maillage, se basant sur l'approximation pseudo-solide a dû être créé. Chaque élément du code IFS a été testé séparément, avant que le programme complet ne soit validé sur des cas-test, comme par exemple celui 2D d'Hübner. Des cas de validation 3D, comme celui de J.R. Chaplin [13], sont actuellement à l'étude.

Références

- [1] Leroyer A. and Visonneau M. Numerical methods for ranse simulations of a self-propelled fish-like body. *Journal of Fluids and Structures*, 20, 975–991, 2005. 1
- [2] Patankar S. and Spalding D. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 15, 1787–1806, 1972. 1
- [3] Boyer F. and Primault D. Finite element of slender beams in finite transformations : a geometrically exact approach. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 59, 669–702, 2004. 2
- [4] Primault D. Modélisation géométriquement exacte de poutres fines - application a la robotique. PhD thesis, Ecole Centrale Nantes, Université de Nantes, 2003. 2
- [5] Simo J. C., Fox D. D., and Rifai M. S. On a stress resultant geometrically exact shell model. Part III : computational aspects of the non linear theory. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 79, 21–70, 1990. 2
- [6] Wood W. L., Bossak M., and Zienkiewics O. C. An alpha modification of Newmark's method. *Inernational Journal for Numerical Methods in Engineering*, 15, 1562–1566, 1980. 2, 5
- [7] De Nayer G. Interaction Fluide-Structure pour les corps élancés. PhD thesis, Ecole Centrale Nantes, France, 2008. disponible en ligne : ftp://ftpa.ec-nantes.fr/user/ftp-emn/pub/Thesis/these_denayer.pdf. 2, 3, 4
- [8] Leroyer A. Etude du couplage écoulement/mouvement pour des corps solides ou à déformation imposée par résolution des équations de Navier-Stokes. Contribution à la modélisation numérique de la cavitation. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, France, 2004. disponible en ligne : ftp://ftpa.ec-nantes.fr/user/ftp-emn/pub/Thesis/these_leroyer.pdf. 3
- [9] de Boer A., van Zuijlen A. H., and Bijl H. Review of coupling methods for non-matching meshes. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 196, 515–1525, 2007. 3
- [10] Wall W. A. and Ramm E. Fluid-structure interaction based upon a stabilized (ALE) finite element method. Barcelona, 1998. IV World Congress on Computational Mechanics. 5
- [11] Huebner B., Walhorn E., and Dinkier D. A monolithic approach to fluid-structure interaction using space-time finite element. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 193, 2087–2104, 2004. 5
- [12] Valdés Vázquez J. G. Nonlinear Analysis of Orthotropic Membrane and Shell Structures Including Fluid-Structure Interaction. PhD thesis, Université polytechnique de Catalogne, 2007. 5
- [13] Chaplin J. R., Bearman P. W., Huera Huarte F. J., and Pattenden R. J. Laboratory measurements of vortex-induced vibrations of a vertical tension riser in a stepped current. *Journal of Fluids and Structures*, 21, 3–24, 2005. 6