

Un modèle élasto-dynamique pour l'étude de la dynamique de coques immergées assujetties à une onde de choc de faible intensité

C. LEBLOND^a, S. IAKOVLEV^b, J.-F. SIGRIST^c

a. LEPTIAB, Université de la Rochelle, Avenue Michel Crépeau, 17042 LA ROCHELLE, Cedex 1

b. Dept. of Eng. Mathematics and Internetworking, Dalhousie University, HALIFAX, CANADA B3J 2X4

c. Service Technique et Scientifique, DCNS Propulsion, 44620 LA MONTAGNE

Résumé :

La dynamique transitoire de coques circulaires vides ou contenant un fluide, immergées dans un milieu fluide infini et assujetties à une onde de choc de faible intensité, est considérée ici. Ce problème d'interaction a déjà été traité dans la littérature à l'aide de modèles de coques minces basés sur les hypothèses de Kirchhoff-Love. Dans ce cas, le champ de pression rayonné par la coque présente des différences significatives par rapport aux données expérimentales disponibles dans la littérature pour une coque vide. Ces lacunes sont éliminées ici par l'utilisation d'un modèle élastique, résolu semi-analytiquement. Dans le cas d'une coque remplie de fluide, le problème d'interaction transitoire est exploré et le champ rayonné est décrit par l'analyse de la propagation des ondes dans les différents milieux.

Abstract :

The transient dynamics of evacuated and fluid-filled circular elastic shells, submerged in an infinite fluid medium and subjected to an external weak shock wave, is considered in this paper. This circular shell/acoustic medium interaction problem has already been tackled with thin shell models based on the Love-Kirchhoff hypotheses. In this case, the resulting radiated pressure field displays some discrepancies related to the A_0/S_0 waves when compared to the experimental data available in the literature for the evacuated case. These drawbacks are overcome here by the use of a full elastic model for the structural dynamics, solved with a semi-analytical method. For the fluid-filled case, the transient thick shell-weak shock wave interaction problem is explored and the radiated acoustic field is described through the analysis of the waves propagation in the different media.

Mots clés : Coque circulaire, élasticité, acoustique, propagation d'ondes, explosion sous-marine

1 Introduction

La dynamique transitoire d'une structure élastique de type coque circulaire, vide ou contenant un fluide, immergée dans un milieu fluide infini et assujettie à une onde de choc externe de faible intensité, est considérée ici. Ce problème d'interaction fluide-structure, géométriquement simple, est représentatif de nombreuses configurations industrielles, par exemple les pipelines immergés et les sous-marins, et est par conséquent d'un intérêt pratique important. Cette configuration est également d'un intérêt académique puisqu'elle illustre l'interaction complexe entre les phénomènes acoustiques dans le fluide et les phénomènes élastiques dans la structure, incluant la transparence de la coque vis-à-vis de l'onde de choc, la réflexion et la focalisation de l'onde acoustique interne, ainsi que le rayonnement dans le fluide des ondes se propageant dans la coque.

Alors que le problème d'interaction entre une coque circulaire et un milieu acoustique a déjà été traité dans le domaine fréquentiel avec un modèle élastique pour la structure [1], le cas transitoire a quant-à lui seulement été réalisé à l'aide de modèles de coques minces, basés sur les hypothèses de Kirchhoff-Love, voir par exemple Refs. [2, 3] pour une coque vide et Refs. [4, 5] pour une coque remplie de fluide. Avec ce type de modélisation pour la dynamique de la structure, le champ de pression rayonné par la coque présente quelques différences significatives concernant les ondes A_0/S_0 , par rapport aux données expérimentales disponibles dans la littérature [6, 7]. Puisque le domaine de validité des modèles de coques minces est limité aux relativement basses fréquences (les longueurs d'onde sollicitées dans la structure et dans le fluide doivent être plus grandes que l'épaisseur de la coque), et qu'une onde de choc de faible intensité peut contenir des composantes de hautes fréquences, les différences observées devraient être éliminées par l'utilisation d'un modèle purement élastique pour la structure. Il s'agit du sujet de la présente étude, réalisée ici dans un cadre bidimensionnel. L'approche est semi-analytique et basée sur la transformation de Laplace pour la variable temporelle, et des expansions en séries de Fourier associées à la méthode de séparation des variables pour la dépendance spatiale.

2 Mise en equations

Nous considérons une coque élastique bidimensionnelle d'épaisseur constante h , rayon extérieur R_s , masse volumique ρ_s et dans laquelle les vitesses des ondes longitudinale et transversale sont respectivement notées c_l et c_t . Cette coque est immergée dans un milieu fluide infini de masse volumique ρ_f et assujettie à une onde de choc incidente de faible intensité. Un schéma du problème est présenté sur la Figure 1. Dans la suite, les variables sont écrites sous forme adimensionnelle : les longueurs sont normalisées par R_s , le temps par R_s/c_f avec c_f la vitesse du son dans le fluide, et la pression par $\rho_f c_f^2$.

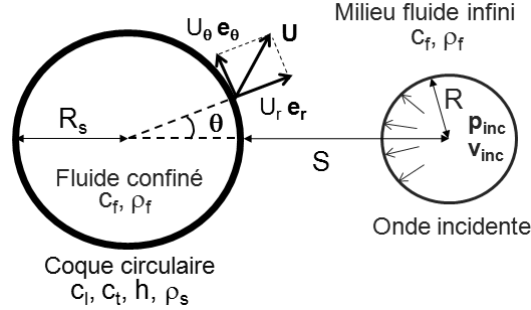


FIGURE 1 – Coque circulaire immergée assujettie à une onde de choc incidente de faible intensité

Dans la théorie de l'élasticité bidimensionnelle, le théorème d'Helmoltz stipule que le champ de déplacements $\mathbf{U} = \{U_r, U_\theta\}^T$ de la coque, solution de l'équation de Navier, peut être cherché sous la forme

$$\mathbf{U} = \nabla\phi + \nabla \times (\mathbf{e}_z\psi), \quad (1)$$

où ϕ et ψ sont les potentiels des déplacements, régissant respectivement la propagation des ondes de compression et de cisaillement dans la coque et satisfaisant les équations d'ondes adimensionnelles (ici exprimées dans le domaine de Laplace) :

$$\nabla^2 \hat{\phi} - \Omega_l^2 s^2 \hat{\phi} = 0, \quad \nabla^2 \hat{\psi} - \Omega_t^2 s^2 \hat{\psi} = 0. \quad (2)$$

Les chapeaux désignent les transformées de Laplace des quantités correspondantes. Ω_l et Ω_t sont respectivement définis par $\Omega_l = c_f/c_l$ et $\Omega_t = c_f/c_t$. Les conditions aux limites adimensionnelles du problème sont fournies en terme de contraintes par

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{rr}(1, \theta, s) &= -\hat{p}_{ext}|_{r=1}, & \hat{\sigma}_{r\theta}(1, \theta, s) &= 0, \\ \hat{\sigma}_{rr}(r_i, \theta, s) &= \hat{p}_{int}|_{r=r_i}, & \hat{\sigma}_{r\theta}(r_i, \theta, s) &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

avec p_{ext} et p_{int} , les pressions dans les domaines fluides externe et interne respectivement et $r_i = 1 - h/R$ le rayon adimensionnel de la face interne de la coque. Puisque la coque circulaire est supposée élastique, les contraintes sont linéairement liées aux déplacements par la loi de Hooke. Le système Eqs. (1-3) peut dès lors être résolu. La méthode de résolution du problème d'interaction coque élastique/écoulements acoustiques consiste à expliciter les conditions aux limites Eq. (3) à l'aide des potentiels des déplacements ϕ et ψ .

3 Méthode de résolution

3.1 Formulation des contraintes en fonction des potentiels des déplacements

La coque étant de géométrie circulaire, il est naturel de décomposer les quantités en séries de Fourier :

$$\hat{\phi}(r, \theta, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{\phi}_n(r, s) \cos(n\theta), \quad \hat{\psi}(r, \theta, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{\psi}_n(r, s) \sin(n\theta), \quad (4)$$

$$\hat{U}_r(r, \theta, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{U}_{r,n}(r, s) \cos(n\theta), \quad \hat{U}_\theta(r, \theta, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{U}_{\theta,n}(r, s) \sin(n\theta), \quad (5)$$

$$\mathcal{M} \hat{\sigma}_{rr}(r, \theta, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{\sigma}_{rr}^n(r, s) \cos(n\theta), \quad \mathcal{M} \hat{\sigma}_{r\theta}(r, \theta, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{\sigma}_{r\theta}^n(r, s) \sin(n\theta), \quad (6)$$

avec $\mathcal{M} = \rho_f/\rho_s$ le rapport des masses volumiques. L'injection des décompositions Eq. (4) dans les équations d'ondes Eq. (2) et l'utilisation de la méthode de séparation des variables, permet d'exprimer les composantes des potentiels sous la forme

$$\hat{\phi}_n(r, s) = A_n(s)J_n(i\Omega_l sr) + B_n(s)Y_n(i\Omega_l sr), \quad \hat{\psi}_n(r, s) = C_n(s)J_n(i\Omega_t sr) + D_n(s)Y_n(i\Omega_t sr), \quad (7)$$

où J_n et Y_n désignent les fonctions de Bessel d'ordre n respectivement de première et seconde espèces [8]. Les coefficients A_n , B_n , C_n et D_n sont les inconnues du problème, regroupées dans la suite dans le vecteur colonne $\mathbf{a}_n(s) = \{A_n, B_n, C_n, D_n\}^T$.

L'injection des décompositions Eqs. (4, 5) dans la relation Eq. (1) et l'utilisation de Eq. (7) permettent d'associer les coefficients de Fourier des déplacements aux inconnues du problème. L'utilisation des expressions résultantes associée à l'injection des décompositions de Fourier Eqs. (6, 5) dans la loi de Hooke, fournit dès lors les composantes de Fourier des contraintes en fonction des inconnues du problème :

$$\hat{\sigma}_{rr}^n(r, s) = \hat{\mathbf{S}}_{rr}^n(r, s) \mathbf{a}_n(s), \quad \hat{\sigma}_{r\theta}^n(r, s) = \hat{\mathbf{S}}_{r\theta}^n(r, s) \mathbf{a}_n(s), \quad (8)$$

où les quantités $\hat{\mathbf{S}}_{rr}^n$ et $\hat{\mathbf{S}}_{r\theta}^n$ sont des vecteurs lignes dont les coefficients $\hat{S}_{rr,i}^n$ and $\hat{S}_{r\theta,i}^n$, for $i = 1 \cdots 4$, sont explicitement donnés à l'aide des fonctions de Bessel par

$$\begin{aligned} \hat{S}_{rr,1}^n(r, s) &= \frac{2}{\Omega_t^2 r^2} [n(n-1)J_n(k_l) + k_l J_{n+1}(k_l)] - \frac{k_l^2}{\Omega_t^2 r^2} J_n(k_l), \\ \hat{S}_{rr,2}^n(r, s) &= \frac{2}{\Omega_t^2 r^2} [n(n-1)Y_n(k_l) + k_l Y_{n+1}(k_l)] - \frac{k_l^2}{\Omega_t^2 r^2} Y_n(k_l), \\ \hat{S}_{rr,3}^n(r, s) &= \frac{2n}{\Omega_t^2 r^2} [(n-1)J_n(k_t) - k_t J_{n+1}(k_t)], \\ \hat{S}_{rr,4}^n(r, s) &= \frac{2n}{\Omega_t^2 r^2} [(n-1)Y_n(k_t) - k_t Y_{n+1}(k_t)], \\ \hat{S}_{r\theta,1}^n(r, s) &= -\frac{2n}{\Omega_t^2 r^2} [(n-1)J_n(k_l) - k_l J_{n+1}(k_l)], \\ \hat{S}_{r\theta,2}^n(r, s) &= -\frac{2n}{\Omega_t^2 r^2} [(n-1)Y_n(k_l) - k_l Y_{n+1}(k_l)], \\ \hat{S}_{r\theta,3}^n(r, s) &= -\frac{1}{\Omega_t^2 r^2} [(2n(n-1) - k_t^2) J_n(k_t) + 2k_t J_{n+1}(k_t)], \\ \hat{S}_{r\theta,4}^n(r, s) &= -\frac{1}{\Omega_t^2 r^2} [(2n(n-1) - k_t^2) Y_n(k_t) + 2k_t Y_{n+1}(k_t)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Les quantités k_l et k_t sont définies par $k_l = i\Omega_l s r$ et $k_t = i\Omega_t s r$. Les membres de gauche des conditions aux limites Eq. (3) sont maintenant déterminés. Afin de résoudre le problème d'interaction, il reste à expliciter les pressions exercées par le fluide sur les parois externe et interne de la coque, en fonction de $\mathbf{a}_n(s)$.

3.2 Formulation de la pression en fonction des potentiels des déplacements

Du fait de la linéarité du problème acoustique, le champ de pression externe est classiquement séparé en trois composantes, $p_e = p_{inc} + p_{ref} + p_{ray}$. La pression incidente, p_{inc} , est une donnée d'entrée du problème ; la pression réfléchie, p_{ref} , est quant-à elle obtenue de sorte à contrebalancer la composante normale à la paroi de la vitesse liée à l'onde incidente, $\mathbf{v}_{inc} \cdot \mathbf{e}_r$. Enfin la pression rayonnée par les déformations de la coque immergée, p_{ray} , est la seule partie de la pression externe couplée à la dynamique de la structure. Quant-à la pression interne, p_{int} , elle est uniquement induite par les déformations de la paroi interne de la coque.

De part la géométrie circulaire de la coque, la pression rayonnée externe ainsi que la pression interne sont décomposées en série de Fourier :

$$\hat{p}_{ray}(r, \theta, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{p}_{ray}^n(r, s) \cos(n\theta), \quad \hat{p}_{int}(r, \theta, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{p}_{int}^n(r, s) \cos(n\theta). \quad (10)$$

La résolution des équations d'ondes pour les potentiel des vitesses dans les domaines fluides externe et interne, à l'aide de la méthode de séparation des variables, permet d'exprimer ces composantes en fonction des déplacements de la coque (voir Ref. [5] pour la résolution dans le cas d'une coque mince) :

$$\hat{p}_{ray}^n(r, s) = \hat{\Xi}_n^e(r, s) s^2 \hat{U}_r^n(1, s) \quad \text{avec} \quad \hat{\Xi}_n^e(r, s) = \frac{K_n(rs)}{sK_{n+1}(s) - nK_n(s)} \quad (11)$$

$$\hat{p}_{int}^n(r, s) = -\hat{\Xi}_n^i(r, s) s^2 \hat{U}_r^n(r_i, s) \quad \text{avec} \quad \hat{\Xi}_n^i(r, s) = \frac{I_n(rs)}{sI_{n+1}(s) + nI_n(s)} \quad (12)$$

L'injection des expressions liant les coefficients de Fourier des déplacements aux inconnues du problème, fournit

$$\begin{aligned}\hat{p}_{rad}^n(r, s) &= \hat{\mathbf{P}}_{rad}^n(r, s) \mathbf{a}_n(s), \\ \hat{p}_{int}^n(r, s) &= \hat{\mathbf{P}}_{int}^n(r, s) \mathbf{a}_n(s),\end{aligned}\quad (13)$$

où les quantités $\hat{\mathbf{P}}_{rad}^n$ et $\hat{\mathbf{P}}_{int}^n$ sont les vecteurs lignes dont les coefficients sont $\hat{P}_{rad,i}^n$ et $\hat{P}_{int,i}^n$, pour $i = 1 \dots 4$, sont donnés par

$$\begin{aligned}\hat{P}_{rad,1}^n(r, s) &= [nJ_n(k_l) - k_l J_{n+1}(k_l)] s^2 \hat{\Xi}_n^e(r, s), \\ \hat{P}_{rad,2}^n(r, s) &= [nY_n(k_l) - k_l Y_{n+1}(k_l)] s^2 \hat{\Xi}_n^e(r, s), \\ \hat{P}_{rad,3}^n(r, s) &= nJ_n(k_t) s^2 \hat{\Xi}_n^e(r, s), \\ \hat{P}_{rad,4}^n(r, s) &= nY_n(k_t) s^2 \hat{\Xi}_n^e(r, s), \\ \hat{P}_{int,1}^n(r, s) &= -\frac{1}{r_i} [nJ_n(k_l) - k_l J_{n+1}(k_l)] s^2 \hat{\Xi}_n^i(r, s), \\ \hat{P}_{int,2}^n(r, s) &= -\frac{1}{r_i} [nY_n(k_l) - k_l Y_{n+1}(k_l)] s^2 \hat{\Xi}_n^i(r, s), \\ \hat{P}_{int,3}^n(r, s) &= -\frac{n}{r_i} J_n(k_t) s^2 \hat{\Xi}_n^i(r, s), \\ \hat{P}_{int,4}^n(r, s) &= -\frac{n}{r_i} Y_n(k_t) s^2 \hat{\Xi}_n^i(r, s).\end{aligned}\quad (14)$$

3.3 Résolution du problème d'interaction

Les deux membres des conditions aux limites Eq. (3) sont maintenant déterminés. L'injection des décompositions de Fourier Eq. (6) et des relations Eqs. (8, 13) dans les conditions aux limites permet d'obtenir pour chaque mode de Fourier un système matriciel algébrique 4×4 n'impliquant que les inconnues du problème et les données (pression et la vitesse liées à l'onde incidente) :

$$\mathbf{M}_n(s) \mathbf{a}_n(s) = \mathbf{f}(s), \quad (15)$$

avec la matrice $\mathbf{M}_n(s)$ construite à partir des vecteurs lignes Eqs. (9,14) telle que

$$\mathbf{M}_n(s) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{S}}_{rr}^n(1, s) \\ \hat{\mathbf{S}}_{rr}^n(r_i, s) \\ \hat{\mathbf{S}}_{r\theta}^n(1, s) \\ \hat{\mathbf{S}}_{r\theta}^n(r_i, s) \end{bmatrix} + \mathcal{M} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{P}}_{rad}^n(1, s) \\ -\hat{\mathbf{P}}_{int}^n(r_i, s) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Le vecteur colonne $\mathbf{f}(s)$ représente l'influence des pressions incidente et réfléchiée sur la coque :

$$\mathbf{f}(s) = -\mathcal{M} \left\{ \hat{p}_{inc}^n(1, s) - \hat{\Xi}_n^e(1, s) s \hat{v}_{inc}^n(s), 0, 0, 0 \right\}^T. \quad (17)$$

Les inconnues du problème sont dès lors obtenues par simples inversions matricielles, $\mathbf{a}_n(s) = \mathbf{M}_n^{-1}(s) \mathbf{f}(s)$, pour chaque point de la variable de Laplace et chaque mode de Fourier. Ensuite les coefficients de Fourier des contraintes, pressions et déplacements dans le domaine de Laplace sont déduits à l'aide des relations exposées précédemment. Enfin, l'évolution temporelle des champs est obtenue à l'aide d'inversions numériques des transformées de Laplace [9] puis sommations des séries de Fourier.

4 Resultats

La méthode est illustrée en calculant la réponse de la coque à une explosion sous-marine de faible intensité. Dans ce but, une relation de similitude pour l'onde de choc engendrée par une explosion sous-marine est utilisée [10]. Elle consiste en un front d'onde hyper-acoustique se propageant à la vitesse du son en champ lointain. La formulation des champs de pression p_{inc} et vecteurs vitesse \mathbf{v}_{inc} associés à ce front peut être trouvée dans la Ref. [11]. Leur expression analytique adimensionnelle, sur la surface de la coque et dans le domaine de Laplace, s'en déduit aisément [12]. La méthode est illustrée ici par la détonation d'une charge de 1 kg de TNT, localisée à une distance adimensionnelle $S = 2$ de la coque. Les paramètres utilisés sont $h/R_s = 0,03$, $\rho_s = 7800 \text{ kg/m}^3$, $c_l = 5800 \text{ m/s}$, $c_t = 3100 \text{ m/s}$, $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ et $c_f = 1470 \text{ m/s}$.

4.1 Coque immergée vide

Le champ de pression résultant de l'interaction entre l'onde de choc et une coque élastique immergée et vide est représenté sur la Fig. 2(a). Celui obtenu avec un modèle de coque mince est illustré sur la Figure 2(b). Les ondes incidente (I) et réfléchie (D) sont bien sûr les mêmes puisqu'elles sont indépendantes du modèle de coque utilisé. Quelques différences concernant les ondes induites par la dynamique de la coque sont visibles, i.e. l'onde de Rayleigh (A_0) et l'onde de Lamb (S_0). Avec le modèle élastique, ces deux ondes sont bien distinctes et la correspondance avec les résultats expérimentaux obtenus par Derbesse *et al* [6], Fig. 2(c), semble excellente. En ce qui concerne le champ de pression obtenu avec le modèle de coque mince, la structure striillée induite par l'onde anti-symétrique A_0 peut être reconnue en amont de l'onde incidente, mais la vitesse de phase de ses composantes de hautes fréquences est surestimée. Les ondes S_0 et A_0 ne peuvent pas être dans ce cas identifiées.

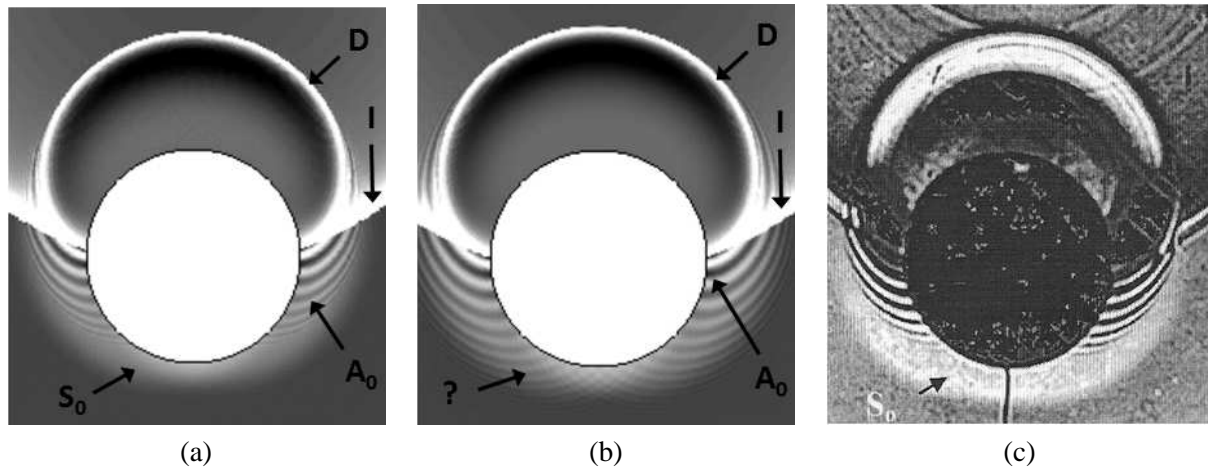


FIGURE 2 – Illustrations du champ de pression dans le domaine fluide externe, pour $h/R_c = 0,03$; (a) obtenu avec le modèle élastique présenté dans ce papier, (b) issu d'un modèle de coque mince [3], (c) obtenu expérimentalement par Derbesse *et al* [6].

4.2 Coque immergée remplie de fluide

Les champs de pressions rayonnés dans les domaines fluides interne et externe, obtenus avec le modèle élastique (avec les mêmes paramètres que ceux utilisés dans le paragraphe précédent mais pour une coque remplie de fluide), sont illustrés sur la Fig. 3. L'onde de choc externe se propage dans le domaine fluide interne par transparence de la coque vis-à-vis de l'onde incidente. Ce phénomène est également décrit dans le cas d'une coque mince [4]. Des ondes supersoniques en amont de l'onde incidente, induites par le rayonnement dans le fluide des ondes élastiques se propageant dans la coque, peuvent également être observées. Comme dans le cas d'une coque vide, les ondes S_0 et A_0 sont aisément identifiables sur la Fig. 3(b). La nature anti-symétrique des ondes A_0 est particulièrement mise en évidence juste en amont de l'onde incidente sur les Figs. 3(b) et (c), puisqu'à une pression négative (respectivement positive) dans le domaine fluide externe peut être associée une pression positive (respectivement négative) dans le domaine fluide interne.

Un autre phénomène est visible à partir de la Fig. 3(c) : l'onde A_0 se scinde en deux parties. La première a une vitesse de groupe proche de celle du fluide et demeure juste en amont de l'onde incidente ; l'autre a une vitesse de groupe supérieure et semble induite par la propagation d'ondes symétriques dans la coque. Il pourrait s'agir d'une onde A [13], prenant naissance par la présence du fluide. Il doit être remarqué que la classification des ondes selon leur nature symétrique ou anti-symétrique provient d'une analogie avec les études sur les plaques planes immergées. Pour ces géométries, les deux types d'ondes sont découplées et la classification a tout son sens. Ici, la courbure de la coque induit leur couplage, si bien que la classification n'est plus rigoureuse. Ces points méritent plus d'attention et constituent le sujet de travaux en cours.

5 Conclusion

Une méthode semi-analytique est développée afin de résoudre le problème d'interaction entre une coque circulaire immergée et une onde de choc de faible intensité. La coque peut être vide ou remplie de fluide. Dans le cas d'une coque vide, il est montré que les déficiences liées à la représentation des ondes A_0/S_0 , lorsque qu'un modèle de coque mince est utilisé, sont éliminées et la nouvelle approche résulte en des images beaucoup plus réalistes des champs acoustiques rayonnés en comparaison avec les données expérimentales. Dans le cas d'une coque remplie de fluide, le problème transitoire d'interaction est exploré et le champ acoustique rayonné est décrit par l'analyse de la propagation des ondes dans les différents milieux.

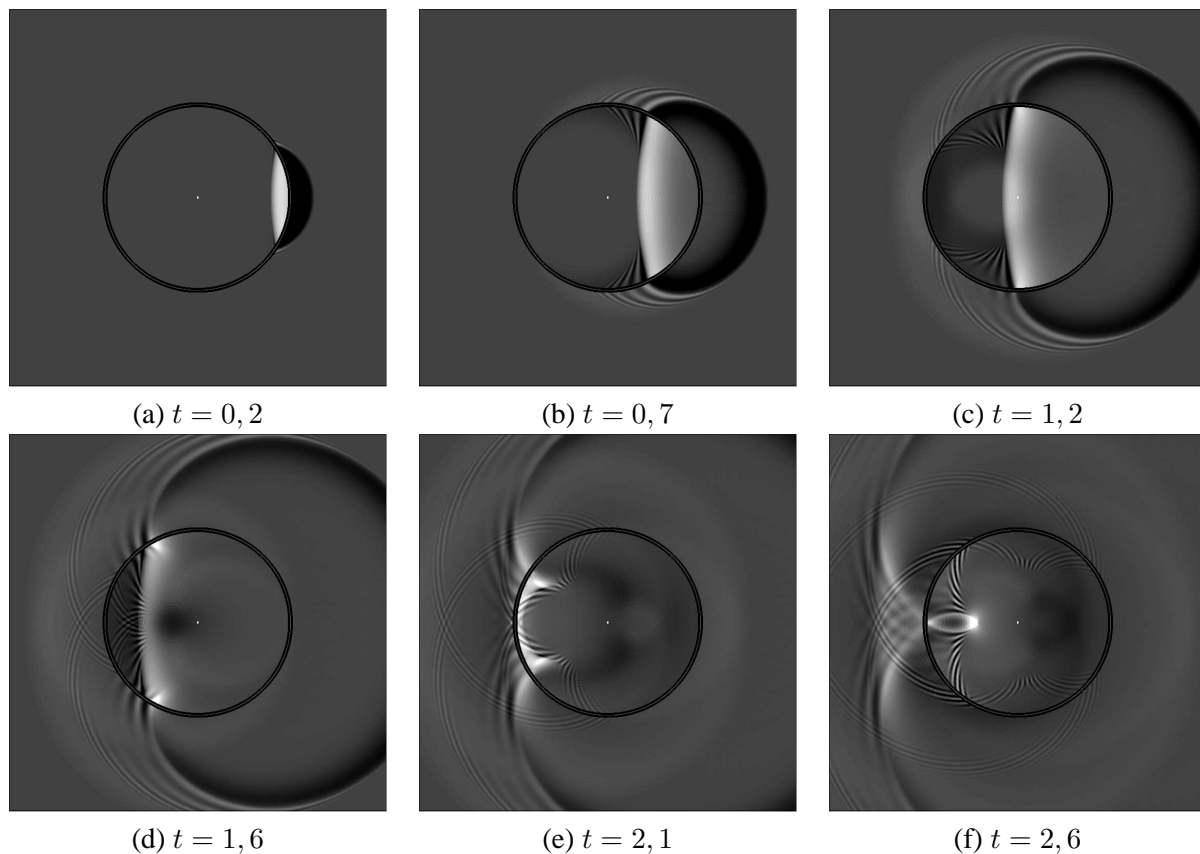


FIGURE 3 – Champs de pression dans les domaines fluides externe et interne à différents temps, obtenus avec le modèle élastique pour $h/R_c = 0,03$.

Références

- [1] Pathak A. and Stepanishen P. Acoustic harmonic radiation from fluid-loaded infinite cylindrical elastic shells using elasticity theory. *J. Acoust. Soc. Am.*, 99, 573–582, 1994.
- [2] Geers T. L. Scattering of a transient acoustic wave by an elastic cylindrical shell. *J. Acous. Soc. Am.*, 51, 1640–1651, 1972.
- [3] Iakovlev S. Interaction between a submerged evacuated cylindrical shell and a shock wave - Part I : Diffraction-radiation analysis. *J. Fluids Struct.*, 24, 1077–1097, 2008.
- [4] Iakovlev S. External shock loading on a submerged fluid-filled cylindrical shell. *J. Fluids Struct.*, 22, 997–1028, 2006.
- [5] Iakovlev S. Submerged fluid-filled cylindrical shell subjected to a shock wave : Fluid-structure interaction effects. *J. Fluids Struct.*, 23, 117–142, 2007.
- [6] Derbesse L., Pernod P., Latard V., Merlen A., Décultot D., Touraine N., and Maze G. Acoustic scattering from complex elastic shells : visualization of S_0 , A_0 and A waves. *Ultrasonics*, 38, 860–863, 2000.
- [7] Ahyi A., Pernod P., Gatti O., Latard V., Merlen A., and Uberall H. Experimental demonstration of the pseudo-Rayleigh wave. *J. Acoust. Soc. Am.*, 104, 2727–2732, 1998.
- [8] Abramowitz M. and Stegun I. *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, New York, 1970.
- [9] Brancik L. Utilization of quotient-difference algorithm in FFT based numerical ILT method. *Proceedings 11th Radioelektronika*, Brno, Czech Republic, 2001.
- [10] Price R. Similitude equations for explosives fired underwater. Technical report, R 80-299, NSW, 1979.
- [11] Hunter K. and Geers T. Pressure and velocity fields produced by an underwater explosion. *J. Acoust. Soc. Am.*, 115, 1483–1496, 2004.
- [12] Leblond C. Modélisation de phénomènes fortement instationnaires en milieux couplés. Application au dimensionnement de structures immergées aux explosions sous-marines. Thèse, Université de Nantes, France, 2007.
- [13] Bao X. L., Raju P. K., and Uberall H. Circumferential waves on an immersed, fluid-filled elastic cylindrical shell. *J. Acoust. Soc. Am.*, 105, 2704–2709, 1999.