

Étude de sensibilité d'une méthode d'interfaçage 1D-3D numérique

A.M. BENSELAMA, M.J.-P. WILLIAM-LOUIS, F. MONNOYER

Université Lille-Nord de France-Valenciennes–Laboratoire de Mécanique-Énergétique
Le Mont Houy, F-59313 VALENCIENNES Cedex 9

Résumé :

Pour gagner en faisabilité, plusieurs modèles de calculs, dont la simulation des explosions, combinent des méthodes uni- et tridimensionnelles. La solution du calcul unidimensionnel est la condition initiale du calcul tridimensionnel. Pour être exploitée, cette solution doit être transférée de manière convenable au maillage tridimensionnel. Plusieurs techniques d'interfaçage 1D-3D sont présentées et testées ici. Une étude de sensibilité est proposée pour déterminer la technique la plus appropriée. Précision, conservation des directions privilégiées et sensibilité au maillage sont plus particulièrement examinées.

Abstract :

For feasibility considerations, some computational models, among them blast wave simulations, combine one- and three-dimensional methods, when conceivable. The one-dimensional solution is the initial condition for the three-dimensional computation. The one-dimensional solution has then to be remapped onto the three-dimensional mesh in a correct fashion. Some remapping techniques are presented and tested here. A sensitivity study is presented to determine the most appropriate one. Accuracy, isotropy conservation and mesh size sensitivity are particularly examined.

Mots clés : Interfaçage de maillages, Maillage cartésien, Méthode des Volumes Finis

1 Introduction

Il existe une large classe de phénomènes qui nécessitent la combinaison de plusieurs méthodes de simulation pour pouvoir être appréhendés de façon avantageuse d'un côté numérique, [1]. Le phénomène d'onde de souffle générée par une explosion en fait partie [2]. En effet, scinder ce problème propagatif en deux parties est une approche attrayante compte tenu du gain substantiel obtenu en coût de calcul [3, 4]. L'isotropie de l'écoulement qui suit immédiatement la détonation suggère de résoudre la première partie par une méthode unidimensionnelle. La deuxième partie, dans laquelle est simulée la propagation d'onde entièrement développée et interagissant avec son milieu de propagation, est résolue par une méthode tridimensionnelle.

Un problème rencontré dans ce type de méthodes combinées est l'interfaçage entre les deux parties. La difficulté est d'autant plus présente si les schémas utilisés imposent des maillages dont la finesse est d'ordre de grandeur différent, comme est le cas d'une méthode combinée 1D-3D en général. Ainsi, des techniques adéquates de transfert de solutions entre maillages uni- et tridimensionnels sont nécessaires. Un transfert de qualité doit être assuré. Cette qualité doit être vérifiée à plusieurs égards.

Idéalement, la méthode de transfert doit être, autant que possible, faiblement coûteuse en temps de calcul, précise, conservative, robuste et ne doit pas altérer les directions privilégiées de l'écoulement.

L'écoulement est supposé initialement au repos dans l'intégralité du domaine tridimensionnel à l'exception d'une sphère de rayon L centrée au centre de l'onde de souffle. Dans cette région du domaine, l'écoulement est perturbé par l'onde de souffle calculée par une méthode unidimensionnelle. Les méthodes qui permettent d'effectuer le transfert des solutions du maillage unidimensionnel vers le maillage tridimensionnel sont présentées et leur performance évaluée dans ce qui suit.

2 Méthodes de transfert

Il s'agit de transférer une solution φ d'un maillage unidimensionnel vers une cellule i d'un maillage tridimensionnel cartésien moins fin à l'instant de calcul t_0 . φ représente une des quantités physiques à transférer, c.-à-d. la masse volumique, la vitesse, la pression, l'énergie interne spécifique, ou toute autre variable physique choisie. La lâcheté relative du maillage tridimensionnel s'explique par le fait que si des calculs unidimensionnels peuvent sans difficulté s'effectuer sur un maillage unidimensionnel pratiquement aussi fin que souhaité, il n'en est pas de même pour les calculs tridimensionnels.

Transférer la solution φ , au sens des volumes finis, consiste à donner une estimation de la quantité φ_i^{3D} définie par l'expression :

$$\varphi_i^{3D} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \varphi dV \quad (1)$$

où V_i est le volume de la cellule i .

L'approche la plus directe consiste à calculer φ_i^{3D} en intégrant (1) par une méthode de quadrature, comme illustré par Fig. 1–(a), et ce pour chaque cellule i du domaine à initialiser. Mais les calculs faramineux qu'entraîne une telle approche la rendent inefficace et pratiquement inexploitable.

En effet, pour transférer la solution depuis un maillage unidimensionnel vers un maillage tridimensionnel moins fin, une technique plus appropriée doit être développée de manière à satisfaire les critères : (a) de robustesse, c.-à-d. la moins sensible aux variations de la taille du maillage que possible, (b) de précision, (c) nécessitant le moins possible de ressources de calcul et (d) conservant les directions privilégiées de la solution à transférer.

Afin de définir la procédure qui satisfait au mieux ces critères, plusieurs techniques ont été testées parmi lesquelles deux sont présentées ici.

2.1 Méthode intégrale temporelle

La première technique de transfert de solutions est temporelle. Elle procède par intégration en temps des variations de la quantité φ à transférer. L'intégration s'effectue sur un pas de temps tridimensionnel correspondant au pas de temps qui satisfait le critère CFL de stabilité, à savoir :

$$\Delta t^{3D} = CFL \times \min_i \left(\frac{\Delta x_i^{3D}}{(\|\mathbf{u}_i\| + a_i)} \right), \quad (2)$$

où

$$\Delta x_i^{3D} = \frac{2V_i}{\Sigma_i}. \quad (3)$$

\mathbf{u}_i est le vecteur vitesse, a_i la vitesse locale du son et Σ_i l'aire de la surface de la cellule i , si bien que l'expression (3) donne une mesure de la longueur caractéristique de la cellule tridimensionnelle considérée. Le nombre CFL , fixé par l'utilisateur, et de l'ordre de l'unité. A la cellule tridimensionnelle i , φ_i^{3D} est approchée par l'intégrale des variations de φ sur le pas de temps Δt^{3D} , soit :

$$\varphi_i^{3D}(t_0) = \varphi_i^{1D*}(t_0 - \Delta t^{3D}) + \int_{t_0 - \Delta t^{3D}}^{t_0} \left(\frac{\partial \varphi^{1D}}{\partial t} \right)_i^*(t) dt, \quad (4)$$

où φ_i^{1D*} et $(\partial \varphi^{1D} / \partial t)_i^*$ sont les interpolations linéaires de φ et de sa dérivée temporelle au centre de la cellule i . Pour la méthode unidimensionnelle, le critère CFL de stabilité est défini de manière équivalente à l'expression (2), soit :

$$\Delta t^{1D} = CFL \times \min_k \left(\frac{\Delta x_k^{1D}}{(|u_k| + a_k)} \right), \quad (5)$$

où Δx_k^{1D} est le pas spatial unidimensionnel. Puisque $\forall (k, i) : \Delta x_k^{1D} \ll \Delta x_i^{3D}$, il vient que $\Delta t^{1D} \ll \Delta t^{3D}$, si bien que l'intégrale (4) est calculée de manière précise, c.-à-d. avec un nombre suffisant d'instantanés intermédiaires t .

2.2 Méthode moyenne sur la corde

La deuxième technique de transfert de solutions est spatiale. Elle calcule sur une corde convenablement choisie la valeur moyenne de la quantité à transférer. La valeur de la variable φ_i^{3D} est alors approchée par l'expression :

$$\varphi_i^{3D}(t_0) = \frac{1}{r_N - r_M} \int_{r_M}^{r_N} \varphi^{1D}(r, t_0) dr, \quad (6)$$

où M et N sont les extrémités de cette corde.

L'invariance de l'écoulement par rotation par rapport au centre de la charge, ou l'isotropie de la solution, suggère de choisir la corde dont la direction est radiale. Dans ce cas, les points M et N sont les points d'intersection de la surface de la cellule i et la droite qui joint le centre Q de cette cellule au centre C de la charge explosive, comme illustré par Fig. 1–(b). L'interfaçage est effectué pour toutes les cellules avoisinant, à un rayon L , le centre de la charge explosive.

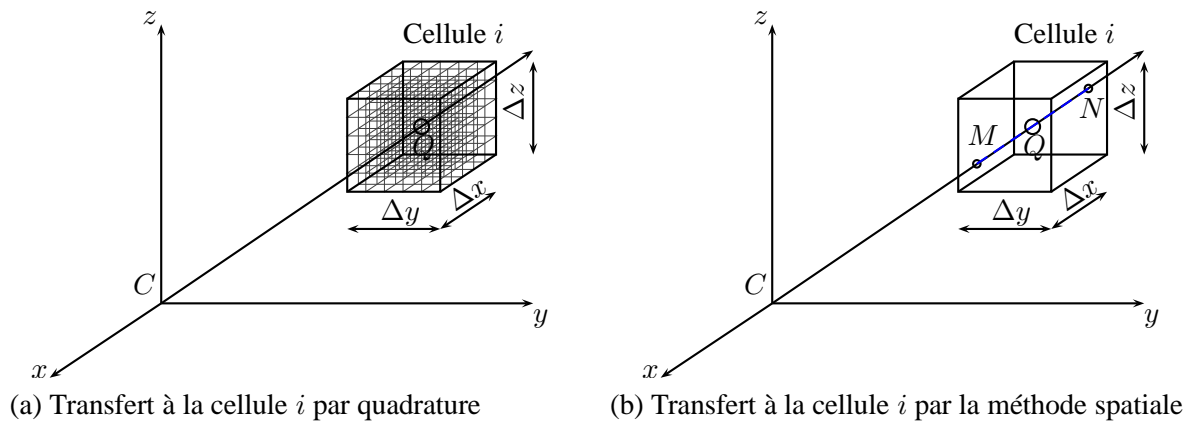


FIG. 1 – Transfert de la solution unidimensionnelle sphérique vers la cellule tridimensionnelle par : (a) quadrature sur le volume de la cellule, (b) intégrale sur la corde $[MN]$ de la cellule

3 Tests numériques

Afin d'effectuer une étude de sensibilité de chacune des techniques de transfert présentées, il convient de définir le paramètre associé à la finesse du maillage tridimensionnel λ . Ce paramètre, qu'on appellera longueur d'onde numérique, est défini par l'expression :

$$\lambda = \frac{M_c^{1/3}}{\Delta x^{3D}} \quad (7)$$

comme proposé par Catlin *et al.* [5]. M_c est la masse équivalente T.N.T. de la charge explosive. Fig.2 représente la distribution de la surpression calculée par l'approche unidimensionnelle comparée à la solution du domaine tridimensionnelle après transfert. Deux longueurs d'onde numériques sont sélectionnées, à savoir $\lambda = 57$ pour (Fig.2-(a, b)) et $\lambda = 114$ pour (Fig.2-(c, d)). Les deux méthodes sont d'égale précision, pourvu que le maillage tridimensionnelle soit suffisamment fin, en l'occurrence pour $\lambda = 114$.

Le tracé de sensibilité dans Fig.3 corrobore cette remarque. Les courbes représentent l'évolution de la surpression mesurée en deux points clés de l'onde propagée. Ces deux points, indiqués à Fig.2, correspondent à la surpression enregistrée au front de l'onde sortante et de celle se propageant vers le centre de la charge explosive [6]. Pour les basses fréquences numériques, $\lambda < 100$, les deux méthodes sous-estiment les pressions données par le calcul unidimensionnel. Cette observation est en accord avec les conclusions de Catlin *et al.* [5]. Quand la fréquence numérique augmente, c.-à-d. pour $\lambda > 100$, les deux méthodes convergent vers les valeurs exactes de pression. Les deux techniques sont consistantes et se comportent à cet égard de manière similaire. Pour effectuer le transfert sur une machine AMD[®] à 2 GHz pour $\lambda = 507$, par exemple, la méthode intégrale spatiale nécessite approximativement 1 Mo de mémoire et 30 s de durée de calcul, alors que la méthode intégrale temporelle nécessite environ 100 Mo de mémoire et 900 s de durée de calcul.

Fig.4 et Fig.5 illustrent la distribution, après transfert de solution, de la surpression et du nombre de Mach sur une coupe centrale du domaine tridimensionnel. La méthode intégrale temporelle ne conserve que moyennement l'isotropie originelle de l'écoulement (cas a, c), tandis que la méthode intégrale spatiale préserve de manière très satisfaisante l'isotropie de l'écoulement combien même la fréquence d'onde numérique reste modeste (cas b, d).

4 Illustration de la faisabilité de la méthode d'interfaçage

La méthode spatiale est utilisée pour l'interfaçage 1D-3D. Une charge explosive de type T.N.T. de 0.1 kg est placée à une distance de 0.4 m du sol supposé rigide. Après la détonation, le calcul unidimensionnel s'effectue jusqu'à 0.02 ms avant que la solution ne soit introduite comme condition initiale pour le calcul tridimensionnel via la méthode d'interfaçage. Fig.6 représente la distribution tridimensionnelle de pression à plusieurs instants de calcul. Cette figure montre la propagation de l'onde de souffle ainsi que la formation du pied de Mach, suite à la réflexion au voisinage du sol.

5 Conclusion

Pour des raisons de gain en coût de calcul, des méthodes combinées uni- et tridimensionnelles sont appelées à être utilisées. Les méthodes de simulation d'onde de souffle font partie de cette classe de méthodes. Pour assurer une meilleure fidélité d'interfaçage, plusieurs techniques ont été testées, parmi lesquelles la méthode intégrale temporelle et la méthode de moyenne sur la corde. La première, temporelle, revient à intégrer les variations temporelles des quantités à transférer et calculées par la méthode unidimensionnelle. La seconde, spatiale,

consiste à intégrer la quantité souhaitée sur une corde convenablement choisie de la cellule tridimensionnelle. Les maillages unidimensionnels utilisés sont uniformes et de finesse largement supérieure à celle des maillages tridimensionnels qui eux sont cartésiens.

Les deux méthodes ont montré leur aptitude à correctement effectuer le transfert de solution pourvu que le domaine tridimensionnel soit suffisamment maillé démontrant par-ci même leur consistance. La technique spatiale a montré une meilleure conservation des directions privilégiées de l'écoulement que la technique

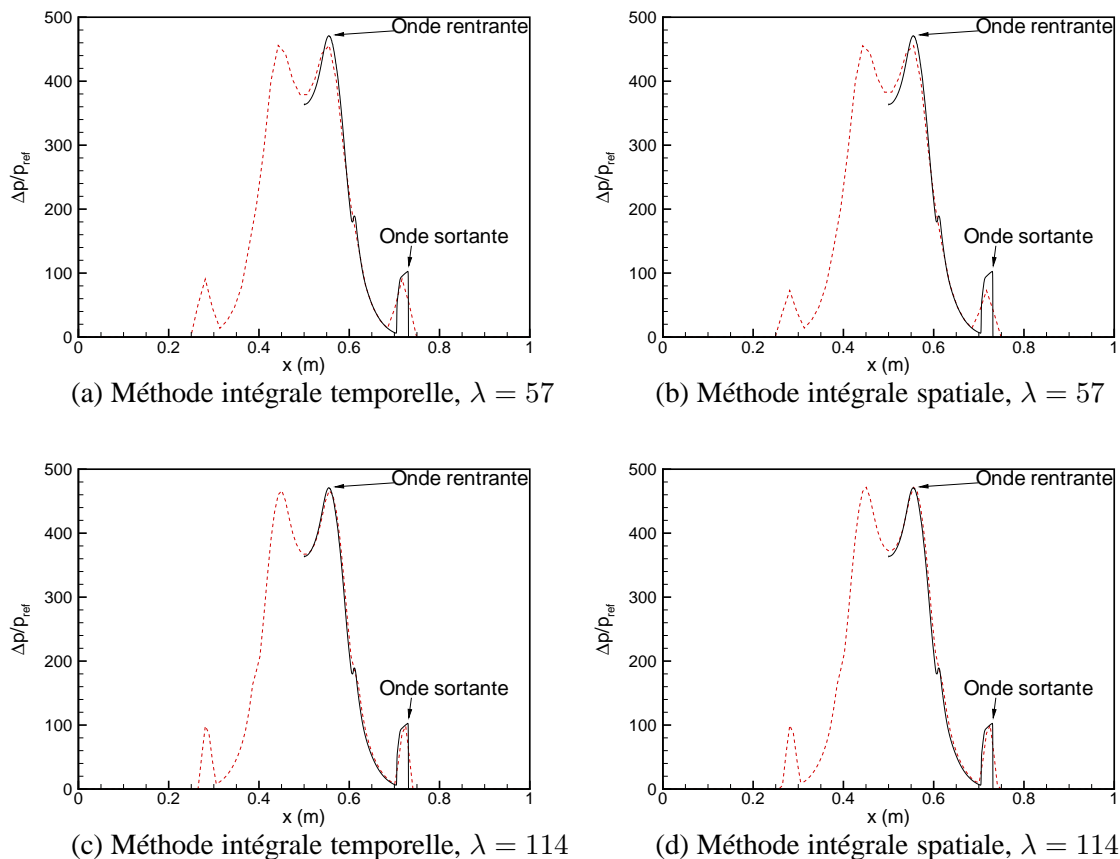


FIG. 2 – Distribution de pression (— solution unidimensionnelle, --- Solution transférée au maillage tridimensionnel à $\lambda = 57$ et 114)

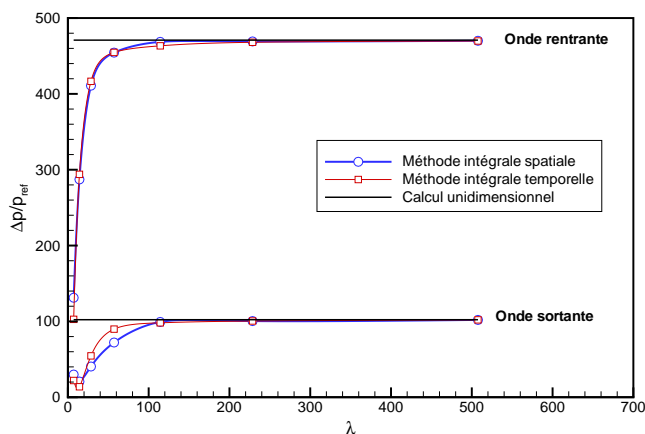


FIG. 3 – Sensibilité des techniques de transfert au maillage tridimensionnel

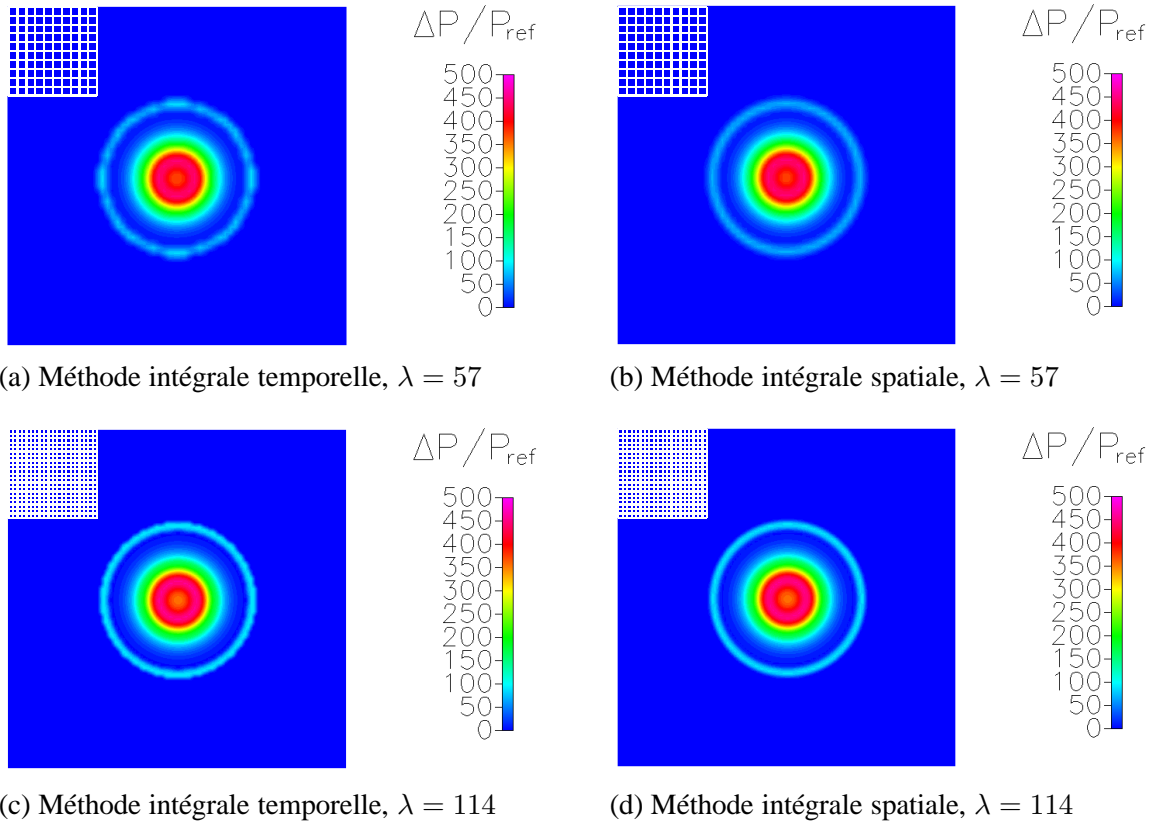


FIG. 4 – Iso-pression sur une coupe médiane du domaine tridimensionnel après transfert à $\lambda = 57$ et 114

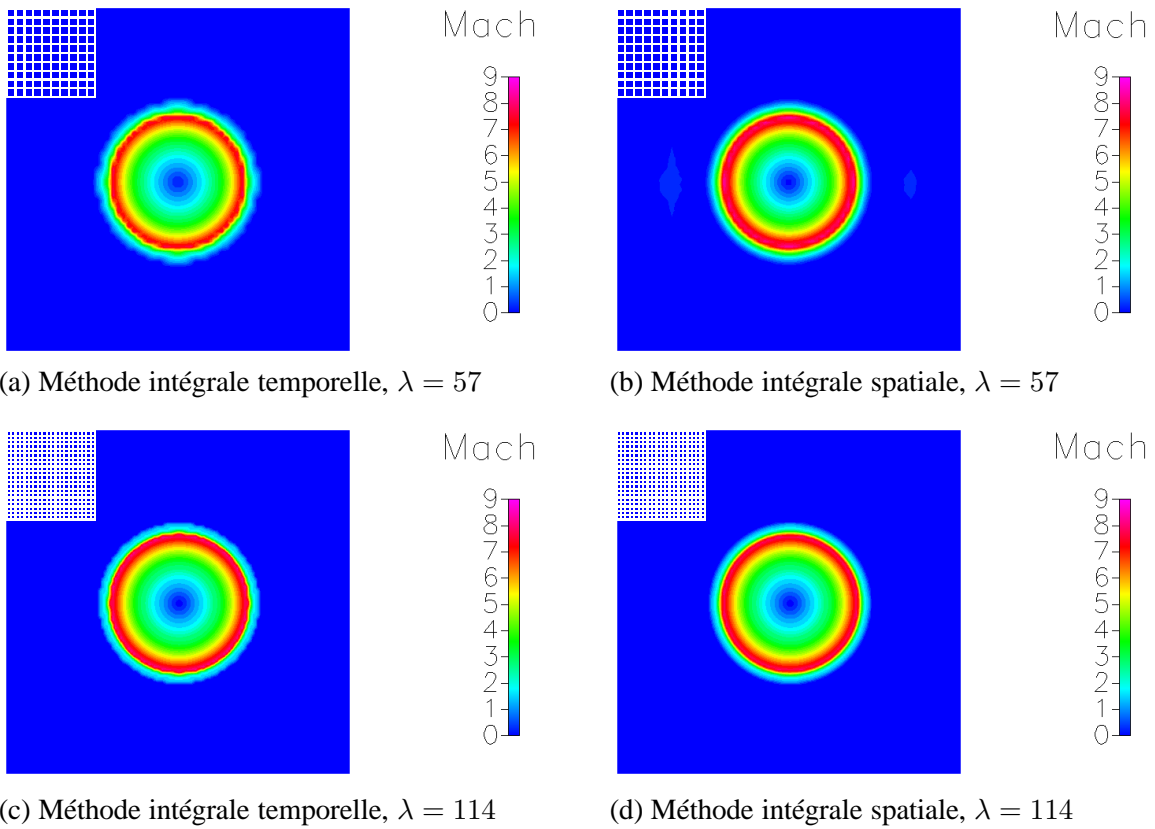


FIG. 5 – Iso-Mach sur une coupe médiane du domaine tridimensionnel après transfert à $\lambda = 57$ et 114

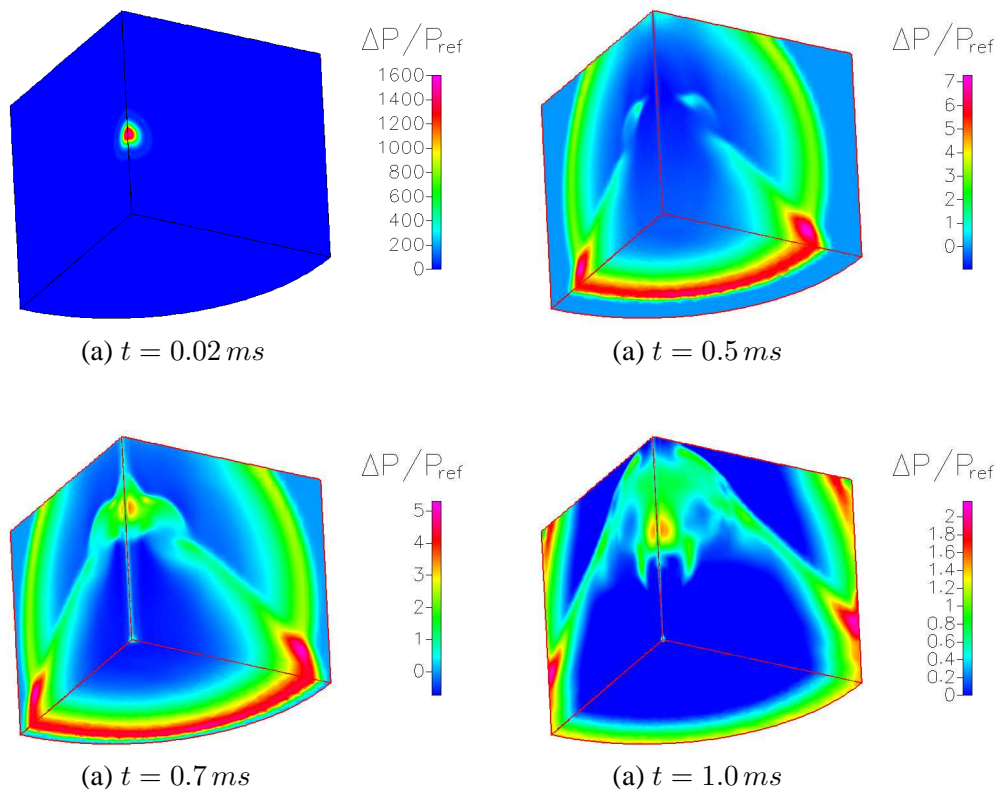


FIG. 6 – Distribution de pression dans deux coupes médianes du domaine tridimensionnel et au sol en fonction du temps.

temporelle à finesse égale du maillage tridimensionnel. La technique d'intégrale temporelle nécessite des ressources et temps de calcul qui dépasse d'un ordre de grandeur la technique spatiale qui est ainsi plus indiquée pour effectuer ce type d'interfaçage.

D'autres techniques d'interfaçage sont également envisageables, telles que les techniques spectrales, et sont actuellement à l'étude.

Remerciements

Ce travail a été effectué dans le cadre du projet EGSISTES (Évaluation Globale de la Sécurité Intrinsèque aux Systèmes de Transports En Souterrain) financé par l'Agence Nationale de la Recherche, ANR.

Références

- [1] Bohbot J. and Jillet N. Impact of different mesh remapping techniques on 3D simulations in internal combustion engines. In European Conference on Computational Fluid Dynamics, Delft, The Netherlands, 2002.
- [2] Trélat S. Impact de fortes explosions sur les bâtiments représentatifs d'une installation industrielle. PhD thesis, Université d'Orléans, 2006.
- [3] Grandy J. Conservative remapping and region overlays by Intersecting Arbitrary Polyhedra. Journal of Computational Physics, 148(2), 433–466, 1999.
- [4] Benselama A. M., William-Louis M. J.-P., and Monnoyer F. An efficient numerical method for the onset of blast waves generated by spherical detonation. In International Conference on Mathematical & Computational Methods in Science, Bucharest, Romania, 2008.
- [5] Catlin C., Ivings M., Myatt S., Ingram D., Causon D., and Qian L. Explosion hazard assessment : a study of the feasibility and benefits of extending current HSE methodology to take account of blast sheltering. Technical Report HSL/2001/04, Sheffied Health and Safety Laboratory, 2001.
- [6] Brode H. Blast waves from a spherical charge. The Physics of Fluids, 2(2), 217–229, 1959.