

Contrôle passif du bruit par pompage énergétique

Etude expérimentale

R. BELLET^a, B. COCHELIN^a, P. HERZOG^a, P.-O. MATTEI^a

a. Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique - CNRS, 31, chemin Joseph Aiguier, 13402 Marseille

Résumé :

L'association d'un absorbeur non-linéaire à un système primaire linéaire permet d'observer le phénomène de transfert énergétique ciblé (également appelé pompage énergétique) et l'application de ce concept à l'acoustique correspond à une nouvelle technique passive de réduction du bruit. Un montage expérimental académique a été développé en utilisant l'air à l'intérieur d'un tube en tant que milieu acoustique primaire, une fine membrane circulaire visco-élastique en tant qu'oscillateur à raideur essentiellement cubique et l'air contenu dans une boîte de grande taille pour assurer un couplage faible entre ces deux éléments. Ce papier s'appuie principalement sur des résultats expérimentaux. Le pompage énergétique est visible sur un des régimes observés sous excitation harmonique, mais également lors des oscillations libres du système. En effet, à partir d'un certain seuil d'énergie initiale, l'extinction sonore dans le tube suit une décroissance quasi-linéaire beaucoup plus rapide que la décroissance classique exponentielle et pendant laquelle l'énergie acoustique du milieu primaire est irréversiblement transférée et dissipée dans la membrane.

Abstract :

The association of a nonlinear oscillator to a linear primary system allows to observe the so-called targeted energy transfer phenomena (also called energy pumping) and the application of this concept in acoustics gives us a new technique of passive sound control. An academic experimental set-up has been developed using the air inside a tube for the acoustic linear system, a thin circular visco-elastic membrane for the essentially cubic oscillator and the air inside a box as a weak coupling of those two elements. This presentation deals then essentially with experimental results. This targeted energy transfer phenomenon is visible on one of the observed regimes under harmonic forcing and especially during the free oscillations of the system. Indeed, above a threshold of initial excitation, the sound extinction in the tube follows a quasi-linear decrease that is much faster than the usual exponential one and during which the energy of the acoustic medium is irreversibly transferred to the membrane and then damped into this element.

Mots clefs : Acoustique, Absorbeur non-linéaire, Pompage énergétique

1 Introduction

Afin de réduire le niveau de bruit ou de vibration d'un certain système, un absorbeur dynamique est souvent utilisé. En acoustique, les absorbeurs classiques sont les matériaux absorbants pour les hautes fréquences et le résonateur de Helmholtz pour les basses fréquences. En mécanique, le dispositif le plus répandu est l'absorbeur de Frahm (tuned mass damper). La plupart de ces absorbeurs sont des oscillateurs linéaires qui tirent leur efficacité du phénomène d'anti-résonance. Cependant il a été démontré dans de récents travaux théoriques et expérimentaux [1, 2, 3, 4, 5] que l'utilisation d'un absorbeur purement non-linéaire (notamment un système masse-ressort non-linéaire) peut représenter une intéressante solution alternative pour réduire les vibrations d'un système primaire linéaire. De tels absorbeurs fonctionnent sur le principe de la capture de résonance et leur comportement diffère radicalement de celui des absorbeurs classiques linéaires. Le principe est de placer l'absorbeur dans une situation où un transfert irréversible d'énergie du système primaire vers l'absorbeur apparaît. Cette énergie est alors dissipée par viscosité dans l'absorbeur. Le résultat est une efficace extinction des vibrations du système linéaire, pendant que l'énergie vibratoire se localise sur l'absorbeur non-linéaire. Ce phénomène est appelé transfert énergétique ciblé, ou pompage énergétique, dans la littérature. Une propriété intéressante de tels absorbeurs est d'opérer efficacement dans une large bande de fréquence, alors qu'un absorbeur linéaire ne peut contrôler qu'une seule fréquence. En effet, rappelons que si la raideur de l'absorbeur (masse-ressort) est purement non-linéaire, alors celui-ci n'a pas de fréquence de résonance et peut vibrer à n'importe quelle fréquence. Cependant le défaut de ce type d'absorbeur est de n'agir qu'à partir d'un certain seuil d'énergie dans le système primaire, ce qui peut représenter une importante limitation pour des applications industrielles. De plus amples détails sur la théorie, les avantages et inconvénients de tels absorbeurs non-linéaires pourront être trouvés dans le récent livre de Vakakis et al. [6].

Dans ce papier, le système primaire à contrôler est un milieu acoustique. Nous avons étudié la possibilité de concevoir un nouveau type d'absorbeur acoustique passif qui puisse être efficace dans les basses fréquences et pour les forts niveaux sonores. Celui-ci est composé d'une fine membrane circulaire visco-élastique circulaire qui vibre transversalement sous de grandes amplitudes. Le papier est organisé comme suit : Le système considéré, le principe du montage expérimental et le modèle associé seront tout d'abord abordés, les résultats expérimentaux seront ensuite présentés, c'est-à-dire les différents régimes sous excitation harmonique ainsi que les réponses transitoires du système mettant en évidence le pompage énergétique. Cette première vérification du phénomène en acoustique est une première étape vers une meilleure compréhension et une conception plus efficace d'une nouvelle génération d'absorbeurs acoustiques passifs pour les basses fréquences, où les matériaux absorbants sont inopérants.

2 Montage expérimental et modèle associé

2.1 Le système mécanique classique à deux degrés de liberté

Pour analyser le transfert énergétique ciblé, la plupart des auteurs ont utilisé un simple système mécanique à deux degrés de liberté. Un système masse-ressort linéaire joue le rôle du système primaire et une masse reliée à un ressort non-linéaire constitue l'oscillateur non-linéaire. Un ressort de faible raideur assure le couplage entre les deux oscillateurs (fig. 1).

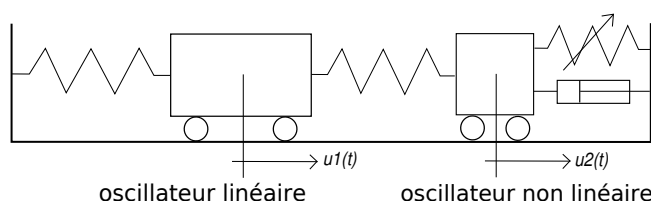


FIG. 1 – Système mécanique classique à deux degrés de liberté généralement utilisé pour étudier le pompage énergétique.

Soient $u_1(t)$ et $u_2(t)$ les déplacements respectifs de la masse des systèmes linéaire et non-linéaire. En considérant une nonlinéarité de type cubique, les équations gouvernant la dynamique de ce système peuvent se réduire sous la forme :

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 + a\dot{u}_1 + u_1 + b(u_1 - u_2) &= 0 \\ c\ddot{u}_2 + d\dot{u}_2 + eu_2^3 + b(u_2 - u_1) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

où b est la faible raideur de couplage, c le rapport des masses, a et d respectivement les coefficients d'amortissement du système primaire et du système non-linéaire et e le coefficient de raideur cubique du ressort non-linéaire. Malgré sa simplicité, ce système offre une dynamique très complexe qui a fait l'objet de nombreuses publications [7, 8, 9, 10, 11].

2.2 Le dispositif vibro-acoustique expérimental

2.2.1 Principe et réalisation

Notre but a été de reproduire expérimentalement le phénomène de pompage énergétique dans un système où l'oscillateur linéaire est un milieu acoustique. Nous avons donc remplacé l'oscillateur mécanique linéaire par l'air contenu dans un tube et vibrant sur son premier mode de résonance (ventre de pression au centre et noeuds aux extrémités), le ressort de couplage par l'air contenu dans une boîte de grande taille et le ressort non-linéaire par une fine membrane circulaire visco-élastique (voir figure de principe 2). Le montage expérimental basé sur ces idées a donc été réalisé et a effectivement permis d'observer le phénomène de transfert énergétique ciblé du milieu acoustique vers la membrane.

En pratique, le tube est un tube interchangeable en U dont la longueur L peut varier entre 1.5 et 2.5 m. La première fréquence de résonance correspondant à ces longueurs est ainsi comprise entre 75 et 120 Hz. Etant donnée la faible dimension du diamètre du tube ($d = 9.4$ cm) comparativement à sa longueur, sa forme en U importe peu et son comportement acoustique en basses fréquences reste identique à celui d'un tube droit. Le volume V_2 de la boîte de couplage est de 27 litres. Le dispositif d'attache de la membrane permet de modifier son rayon R (entre 2 et 4 cm) et de lui appliquer une prétension dans son plan à la manière d'une peau de percussion. Nous utilisons des membranes en silicone ou en latex dont le module d'Young et la masse volumique valent environ 1.4 MPa et 1000 kg.m⁻³ et d'épaisseurs h comprises entre 0.18 et 1 mm. Enfin, l'excitation est réalisée par un haut-parleur relié au tube par l'intermédiaire d'une boîte de couplage. Un analyseur contrôle cette excitation et recueille deux mesures : la pression acoustique au milieu du tube (microphone) et la vitesse du milieu de la membrane (vibromètre laser).

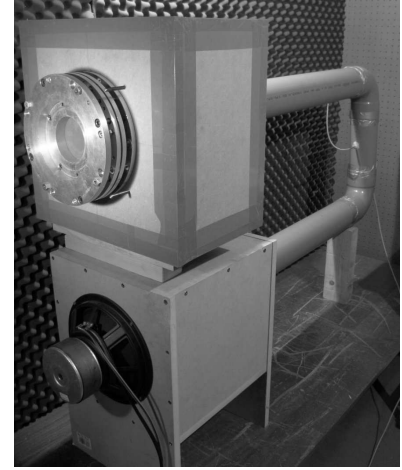
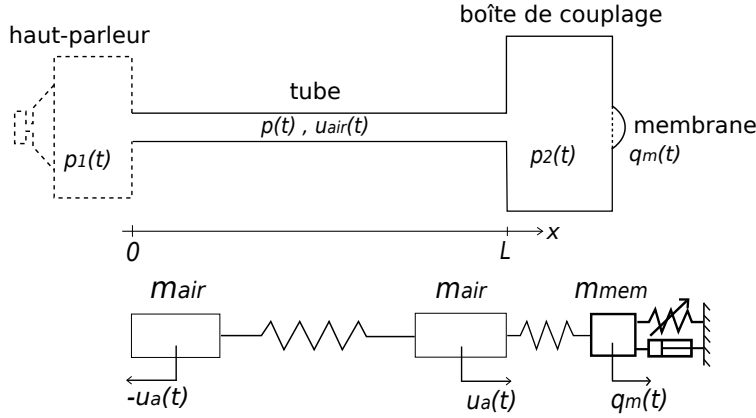


FIG. 2 – Principe et photographie du montage expérimental.

2.3 Modélisations associées au montage

Un modèle continu du montage peut être obtenu grâce aux équations de Helmholtz pour l'air dans le tube et aux équations non-linéaires de plaque de type Von Kármán pour la membrane. Un modèle de Kelvin-Voigt est adopté pour tenir compte de la viscosité dans la membrane : le second tenseur de contrainte de Piola-Kirchhoff \mathbf{S} est déduit du tenseur de déformation de Green-Lagrange \mathbf{E} et de sa dérivée temporelle par la relation $\mathbf{S} = \mathbf{D} : (\mathbf{E} + \eta \dot{\mathbf{E}})$ où η est le coefficient d'amortissement et \mathbf{D} est le tenseur isotropique de Hooke ne dépendant que du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν . En première approximation, le modèle continu peut être réduit à un système à deux degrés de liberté en prenant $u_{air}(x, t) = u_a(t) \cos(\frac{\pi x}{L})$ où u_{air} est le déplacement de l'air dans le tube (premier mode) et $w(r, t) = q_m(t) (1 - (\frac{r}{R})^2)$ où w est le déplacement transversal de la membrane circulaire (fonction de forme parabolique où r est la distance entre le centre de la membrane et le point considéré). Les variables u_a et q_m correspondent au déplacement de l'air à l'extrémité du tube (côté boîte de couplage) et au déplacement du centre de la membrane. Dans la boîte, compte-tenu de son grand volume, la pression acoustique est considérée comme spatialement uniforme. Celle-ci est reliée à la variation de volume par $p_2 = \rho_a c_0^2 \frac{\Delta V_2}{V_2}$ avec $\Delta V_2 = u_a(t) S_t - q_m(t) \frac{S_m}{2}$ où S_t est la section du tube et S_m la surface de la membrane.

En appliquant une méthode classique de Galerkin, nous obtenons le système réduit suivant

$$\begin{aligned} m_a \ddot{u}_a + c_f \dot{u}_a + k_a u_a + S_t k_b (S_t u_a - \frac{S_m}{2} q_m) &= F \cos(\Omega t) \\ m_m \ddot{q}_m + k_3 [q_m^3 + 2\eta q_m^2 \dot{q}_m] + \frac{S_m}{2} k_b (\frac{S_m}{2} q_m - S_t u_a) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

avec

$$m_a = \frac{\rho_a S_t L}{2}, \quad k_a = \frac{\rho_a S_t c_0^2 \pi^2}{2L}, \quad m_m = \frac{\rho_m h S_m}{3}, \quad k_3 = \frac{8\pi E h}{3(1-\nu^2)R^2}, \quad k_b = \frac{\rho_a c_0^2}{V_2}$$

où h , R , S_m et ρ_m sont respectivement l'épaisseur de la membrane, son rayon, sa section et sa masse volumique, L et S_t la longueur et la section du tube, V_2 le volume de la boîte de couplage, E le module d'Young de la membrane, ρ_a la densité de l'air et c_0 la vitesse du son.

Nous obtenons ainsi effectivement un système 2 similaire au système 1 excepté pour le terme dissipatif qui est ici non linéaire. La partie linéaire de la raideur de la membrane a été négligée en considérant que celle-ci oscille toujours sous de grandes amplitudes.

3 Résultats expérimentaux

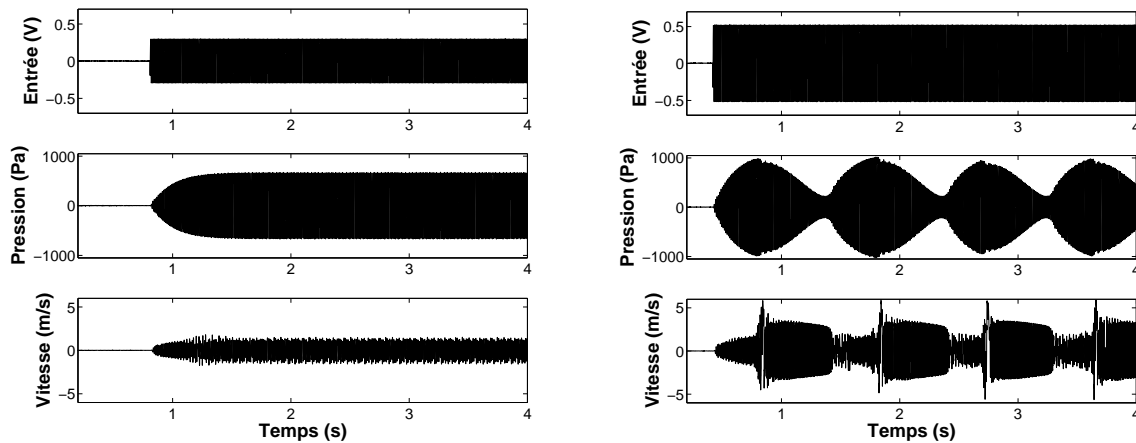
Sur les figures 3(a), 3(b), 3(c), 4(a) et 4(b), la première piste est le signal de l'excitation sinusoïdale envoyé au haut-parleur, la seconde est la pression acoustique mesurée au milieu du tube et la troisième est la mesure de la vitesse au centre de la membrane.

3.1 Les différents régimes sous excitation sinusoïdale

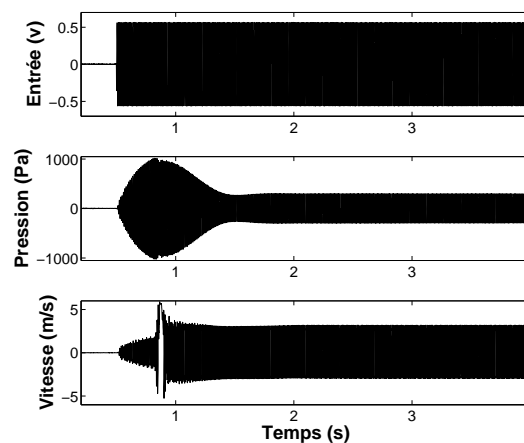
Nous nous intéressons dans cette partie au comportement du système sous excitation sinusoïdale, à la fréquence du premier mode acoustique du tube. De par la présence d'une nonlinéarité, différents comportements sont observés en fonction du niveau de l'excitation. Notons que la configuration du montage employée dans cette

partie est : $L = 2\text{ m}$, $h = 0.4\text{ mm}$, $R = 3\text{ cm}$, $f_1 = 62\text{ Hz}$ (f_1 , première fréquence propre de la membrane, caractérise la prétension qui lui est appliquée).

Lorsque l'amplitude de l'excitation est inférieure à un certain seuil S_1 , le régime observé (régime 1) est périodique (fig. 3(a)) et l'énergie reste localisée dans le tube où le niveau sonore est important alors que la membrane est inactive et vibre peu. Ajoutons que sur ce régime, le déplacement de l'air à l'extrémité du tube u_a et le déplacement du centre de la membrane q_m évoluent à la même fréquence sont quasiment en opposition de phase. Si l'amplitude de l'excitation est plus importante qu'un second seuil S_2 ($S_2 > S_1$), le régime



(a) Faible amplitude d'excitation (régime 1) : régime périodique localisé sur le tube. Voltage d'entrée : $A = 0.29\text{ V}$.
 (b) Amplitude d'excitation intermédiaire : régime quasi-périodique. Voltage d'entrée : $A = 0.51\text{ V}$.



(c) Forte amplitude d'excitation (régime 2) : régime périodique localisé sur la membrane. Voltage d'entrée : $A = 0.59\text{ V}$.

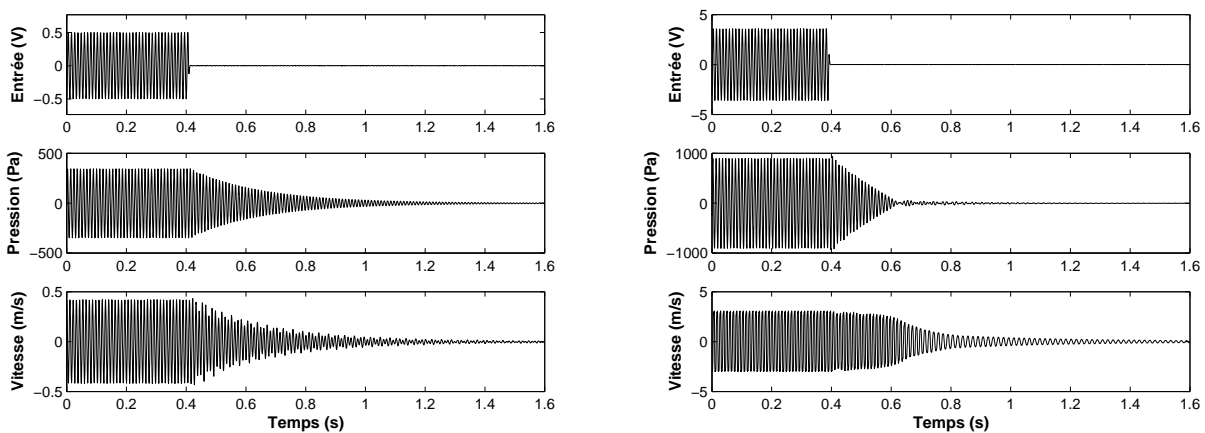
FIG. 3 – Différents régimes observés sous excitation sinusoïdale en fonction de l'amplitude d'excitation.

(régime 2) est aussi périodique mais l'énergie est maintenant localisée sur la membrane qui vibre beaucoup plus largement (fig. 3(c)). Sur ce régime, u_a et q_m évoluent toujours à la même fréquence mais sont maintenant quasiment en phase. Une capture de résonance a eu lieu entre le tube et la membrane. C'est ce phénomène qui au coeur du pompage énergétique [12]. Ces régimes sont en fait directement reliés aux modes non-linéaires du système [13], mais ce point ne sera pas développé ici. Entre ces deux seuils, le régime est quasi-périodique et le système bifurque alternativement d'un régime à l'autre (fig. 3(b)). En effet durant l'établissement sonore, le système est sur le régime 1. Ensuite la pression acoustique atteint un certain niveau faisant bifurquer le système sur le régime 2 et activer la membrane par capture de résonance. Celle-ci commence alors à vibrer sous de grandes amplitudes et le niveau sonore dans le tube décroît rapidement. L'énergie est irréversiblement transférée du tube vers la membrane. C'est durant cette phase que l'on parle de pompage énergétique ou de transfert énergétique ciblé. A partir d'un certain moment, la pression acoustique atteint un niveau trop faible pour le régime 2 et le système bifurque sur le régime 1 où le niveau sonore peut croître à nouveau jusqu'à atteindre le seuil de bifurcation et reproduire indéfiniment le même cycle. Ajoutons que ces figures font apparaître un important inconvénient du pompage énergétique : le seuil d'activation de la membrane correspond

à un niveau acoustique très élevé (entre 130 et 160 dB en fonction de la configuration) et représente pour le moment la principale limitation du phénomène.

3.2 Comportements en régime libre

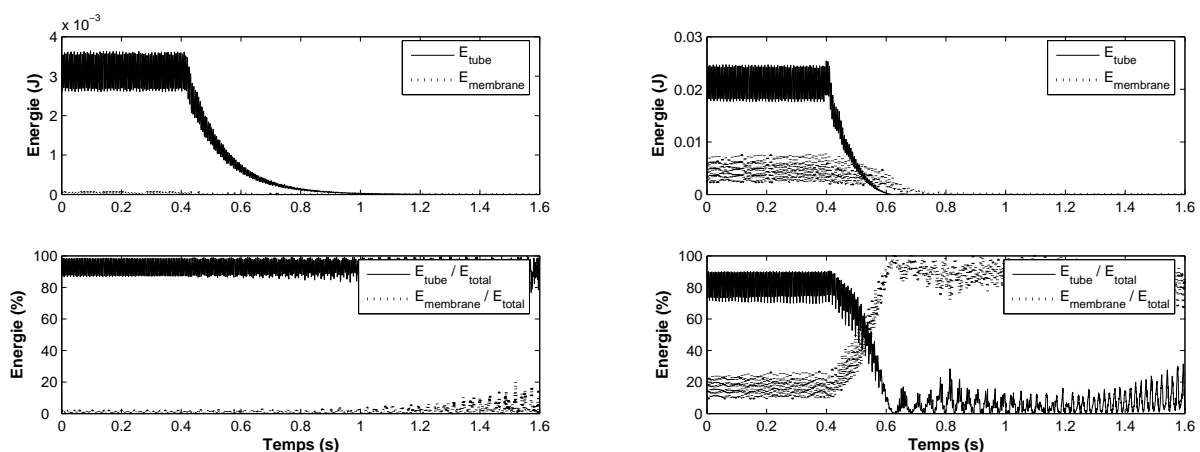
Le pompage énergétique étant intrinsèquement un phénomène transitoire, cette partie traite du comportement du système en oscillations libres avec la configuration suivante : $L = 2\text{ m}$, $h = 0.6\text{ mm}$, $R = 3\text{ cm}$, $f_1 = 57\text{ Hz}$. Expérimentalement, le haut-parleur ne peut pas produire une impulsion suffisamment puissante pour activer le pompage énergétique. En tant que réponse transitoire, nous observons alors les oscillations libres du système après une phase d'excitation sinusoïdale soudainement stoppée. Si, à l'instant de coupure de la source, le système est sur le régime 1 (faibles amplitudes d'excitation), alors l'extinction sonore dans le tube suit une décroissance exponentielle classique (fig. 4(a)) et la membrane reste inactive. Mais si, à l'instant de coupure, le système est sur le régime 2 (fortes amplitudes d'excitation), alors l'extinction sonore suit une décroissance quasi-linéaire, beaucoup plus rapide que l'exponentielle, pendant laquelle la membrane continue de vibrer sous de grandes amplitudes jusqu'à l'extinction sonore complète dans le tube (fig. 4(b)). Pendant cette phase, un transfert énergétique ciblé du tube vers la membrane se produit : la membrane capture la résonance du tube, localise sur elle sans retour possible l'énergie du milieu primaire et la dissipe par viscosité.



(a) Oscillations libres pour un niveau d'énergie initial faible : observation d'une décroissance exponentielle de la pression acoustique. Voltage d'entrée : $A = 0.5\text{ V}$.

(b) Oscillations libres pour un niveau d'énergie initial élevé : observation d'une décroissance quasi-linéaire de la pression acoustique. Voltage d'entrée : $A = 3.7\text{ V}$.

FIG. 4 – Observation de deux types de décroissances en fonction de l'énergie initiale.



(a) Evolution de l'énergie dans le tube et de l'énergie de la membrane et pourcentage d'énergie contenue dans chacun de ces éléments pour les signaux de la figure 4(a).

(b) Evolution de l'énergie dans le tube et de l'énergie de la membrane et pourcentage d'énergie contenue dans chacun de ces éléments pour les signaux de la figure 4(b).

FIG. 5 – Evolution des énergies dans le tube et de la membrane pendant les deux types d'oscillations libres.

Grâce au modèle présenté précédemment, nous pouvons définir et calculer l'énergie des différents éléments du

système :

$$\begin{aligned}
 E_{tube} &= \frac{1}{2}m_a \dot{u}_a^2 + \frac{1}{2}k_a u_a^2 \\
 E_{membrane} &= \frac{1}{2}m_m \dot{q}_m^2 + \frac{1}{4}k_3 q_m^4 \\
 E_{boite} &= \frac{1}{2}k_b (S_t u_a - \frac{S_m}{2} q_m)^2 \\
 E_{total} &= E_{tube} + E_{membrane} + E_{boite}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Les figures 5(a) et 5(b) montrent ainsi l'évolution de l'énergie dans le tube et la membrane mais surtout le pourcentage d'énergie contenue dans chacun de ces éléments calculés pour les signaux temporels des figures 4(a) et 4(b). Il apparaît clairement que dans le premier cas (fig. 5(a)) l'énergie reste toujours localisée sur le tube, la membrane n'agissant jamais. Mais dans le second cas (fig. 5(b)), l'énergie est totalement transférée à la membrane qui localise rapidement quasiment 100% de l'énergie du système.

4 Conclusion

Ce dispositif expérimental a permis de mettre en évidence un transfert irréversible d'énergie sonore entre un milieu acoustique et une membrane visco-élastique agissant comme un dissipateur d'énergie. Ce travail sur un montage académique représente un premier pas vers une meilleure compréhension et un développement d'une nouvelle technique de réduction sonore en basses fréquences utilisant un absorbeur non-linéaire pour exploiter le phénomène de transfert énergétique ciblé.

Références

- [1] Gendelman O., Manevitch L., Vakakis A., and M'Closkey R. Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators : Part I - Dynamics of the underlying hamiltonian systems. *Journal of Applied Mechanics*, 68, 34–41, 2001.
- [2] Vakakis A. Inducing passive nonlinear energy sinks in vibrating systems. *Journal of Vibration and Acoustics*, 123, 332, 2001.
- [3] Gourdon E., Alexander N., Taylor C., Lamarque C., and Pernot S. Nonlinear energy pumping under transient forcing with strongly nonlinear coupling : Theoretical and experimental results. *Journal of Sound and Vibration*, 300, 522–551, 2007.
- [4] McFarland D., Bergman L., and Vakakis A. Experimental study of non-linear energy pumping occurring at a single fast frequency. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 40, 891–899, 2005.
- [5] Nucera F., Lo Iacono F., McFarland D., Bergman L., and Vakakis A. Application of broadband nonlinear targeted energy transfers for seismic mitigation of a shear frame : Experimental results. *Journal of Sound and Vibration*, 313, 57–76, 2008.
- [6] Vakakis A., Gendelman O., Bergman L., McFarland D., Kerschen G., and Lee Y. Nonlinear targeted energy transfer in mechanical and structural systems, volume 156 of *Solid mechanics and its applications*. Springer, 2008.
- [7] Lee Y., Kerschen G., Vakakis A., Panagopoulos P., Bergman L., and McFarland D. Complicated dynamics of a linear oscillator with a light, essentially nonlinear attachment. *Physica D*, 204, 41–69, 2005.
- [8] Starosvetsky Y. and Gendelman O. Dynamics of a strongly nonlinear vibration absorber coupled to a harmonically excited two-degree-of-freedom system. *Journal of Sound and Vibration*, 312, 234–256, 2008.
- [9] Vakakis A., Manevitch L., Gendelman O., and Bergman L. Dynamics of linear discrete systems connected to local, essentially non-linear attachments. *Journal of Sound and Vibration*, 264, 559–577, 2003.
- [10] Gendelman O., Gorlov D., Manevitch L., and Musienko A. Dynamics of coupled linear and essentially nonlinear oscillators with substantially different masses. *Journal of Sound and Vibration*, 286, 1–19, 2005.
- [11] Gendelman O. and Lamarque C. Dynamics of linear oscillator coupled to strongly nonlinear attachment with multiple states of equilibrium. *Chaos, Solitons and Fractals*, 24, 501–509, 2005.
- [12] Vakakis A. and Gendelman O. Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators : Part II - Resonance capture. *Journal of Applied Mechanics*, 68, 42–48, 2001.
- [13] Cochelin B., Herzog P., and Mattei P.-O. Experimental evidence of energy pumping in acoustics. *C. R. Mecanique*, 2006.