

# Transmission d'ondes acoustiques ultrasonores par effet tunnel dans un guide d'onde à section variable

Z. HAMITOUCHE <sup>a</sup>, M. ECH-CHERIF EL-KETTANI <sup>a</sup>, H. DJELOUAH <sup>b</sup>, J.L. IZBICKI <sup>a</sup>

a. Laboratoire Ondes et Milieux Complexes, LOMC, FRE CNRS 3102, Université du Havre,  
Place Robert Schuman, 76610 LE HAVRE

b. Faculté de physique, Université d'Alger, ALGÉRIE.

## Résumé :

La propagation d'une onde de Lamb dans un guide d'onde à section variable est étudiée expérimentalement et numériquement (méthode des éléments finis). Pour certaines valeurs du produit « fréquence-épaisseur » l'onde atteint sa fréquence de coupure au cours de sa propagation dans la zone de section variable et est donc réfléchi. Une partie de l'énergie incidente est cependant transmise lorsque la propagation d'une onde de Lamb redevient possible : le phénomène mis en jeu est analogue à un effet tunnel.

## Abstract :

The propagation of a Lamb wave in a waveguide with a varying section is studied experimentally and numerically (finite element method). For particular values of the frequency-thickness product, the wave reaches its cut-off while it propagates. The incident wave is then reflected. Nevertheless, a part of the incident energy is transmitted when the propagation regime becomes again possible. The phenomenon of transmission is physically explained by a tunnel effect.

**Mots clefs :** ondes de Lamb, guide à section variable, effet tunnel

## 1 Introduction

Ce travail traite de la propagation d'une onde guidée ultrasonore de type Lamb dans une plaque de section linéairement variable. Les ondes de Lamb se propageant dans une plaque élastique d'épaisseur constante sont bien connues [1], cependant certaines structures réelles correspondent à un guide contenant une section variable. Les études théoriques montrent l'existence d'ondes adiabatiques lorsque le guide d'onde change de section [2]. Quelques études expérimentales et numériques ont déjà montré ce comportement adiabatique [3]. Dans ce travail, nous présentons les études expérimentale et numérique de la propagation dans une plaque comportant une zone dont l'épaisseur varie de 5 mm à 2 mm. Le guide d'onde étudié est en duraluminium, caractérisé par l'angle de la pente de sa zone variable :  $\alpha = \text{Arctan} \left( \frac{\Delta d}{L_v} \right)$ . Le profil de ce guide est montré sur la figure 1.

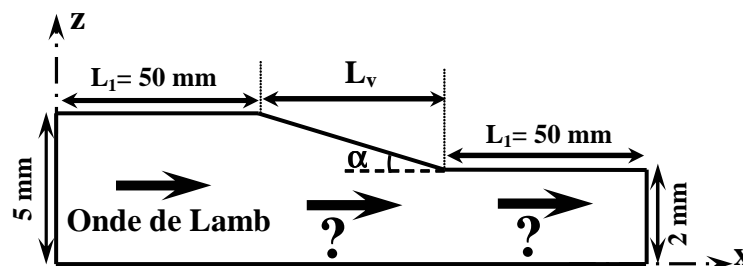


FIG. 1 – Profil du guide d'onde.

Le mode de Lamb  $S_2$  est généré dans la zone d'épaisseur plus épaisse (nommée zone d'incidence), se propage ensuite vers la zone de section variable puis vers la zone d'épaisseur moins épaisse (nommée zone de transmission). Son comportement adiabatique et sa réflexion totale à son épaisseur de coupure sont attendus avant la fin de la zone de section variable. L'originalité de cette étude est la conversion du mode  $S_2$  incident en un autre mode  $S_1$  qui est réfléchi dans la zone de section variable puis se propage dans la zone d'épaisseur 5 mm. De plus, une petite partie de l'énergie incidente est transmise à la zone plus mince. Les résultats expérimentaux sont comparés aux résultats obtenus à partir de la modélisation numérique par éléments finis du même guide d'onde.

## 2 Étude expérimentale et traitement du signal appliqué

Le dispositif expérimental est décrit sur la figure 2.

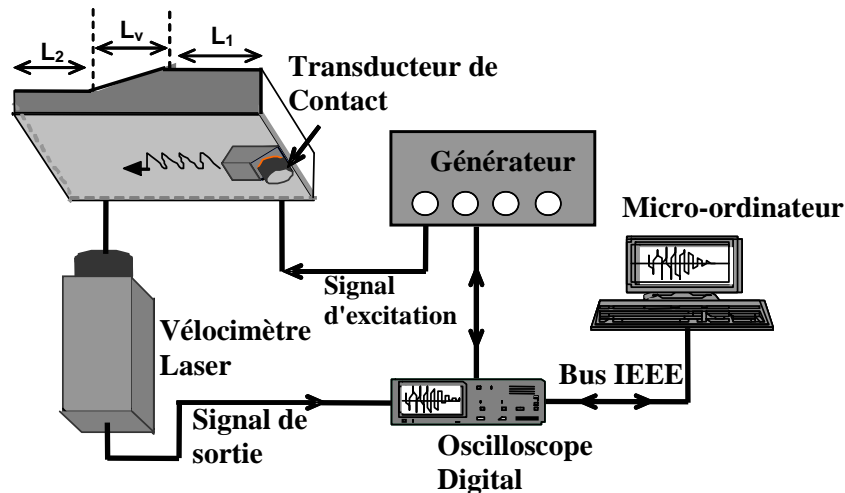


FIG. 2 – Dispositif expérimental.

Le générateur de signaux délivre une tension d'amplitude 5 V crête au transducteur de contact piézo-électrique Krautkramer® placé dans un sabot en plexiglas. La fréquence centrale de ce transducteur est de 1 MHz (bande utile comprise entre 0,5 MHz et 1,5 MHz). L'angle du sabot de  $14^\circ$  permet de déterminer la vitesse de phase de l'onde de Lamb  $S_2$  qui sera générée. La réception est assurée par un vélocimètre laser de type Polytec® OFV-550. Ce vélocimètre est translaté pas à pas, parallèlement à la surface de la plaque dans la direction de propagation  $Ox$ , afin de relever le déplacement normal en fonction de la position des ondes guidées dans la structure. Les mesures sont faites par pas de 0,2 mm sur 140 mm de distance. Pour chaque pas de mesure, le signal temporel est échantillonné par un oscilloscope numérique Leroy 9400 puis enregistré sous forme d'une matrice dans un micro-ordinateur. Les lignes de cette matrice correspondent aux échantillons temporels et les colonnes aux positions des mesures. Chaque élément de cette matrice représente l'amplitude du déplacement normal. La représentation de l'amplitude du déplacement en fonction de la position et du temps est nommée "temps-position", elle est donnée en niveaux de couleurs. Ce type de représentation permet de suivre la propagation des ondes à la surface de la plaque, mais ne donne aucune information sur leur composition fréquentielle, ni sur les nombres d'onde des modes de Lamb. Le premier traitement consiste à appliquer au signal temporel initial  $s(x,t)$  deux transformées de Fourier successives, temporelle puis spatiale [4]. Le signal est alors situé dans l'espace "tout-fréquence" dual de l'espace spatio-temporel. Dans cet espace, le signal résultant s'exprime en fonction du nombre d'onde  $k_x$  et du produit  $fd$ . Nous superposons à cette représentation les courbes de dispersion des modes de Lamb théoriques correspondant au produit  $fd$ . De même, ce traitement sera appliqué aux données numériques.

## 3 Étude numérique

La méthode des éléments finis (MEF) est utilisée pour simuler le guide étudié expérimentalement, en régime transitoire en 2D avec le code COMSOL®. Pour générer le mode de Lamb  $S_2$ , les déplacements théoriques de ce mode sont appliqués sur les nœuds du bord gauche du guide dans les

directions  $x$  et  $z$ . L'excitation est quasi-harmonique, appliquée durant 10 périodes. Deux grandeurs doivent être paramétrées : le pas temporel utilisé pour la résolution numérique  $\Delta t$  et la taille des éléments composant le maillage spatial de la structure à étudier  $\Delta x$ . Pour notre cas nous avons choisi  $\Delta x = 0,2$  mm suivant l'axe  $Ox$  et  $\Delta t = 0,08$   $\mu s$ . Ces deux grandeurs vérifient largement la condition de Shannon. Les déplacements normaux sont relevés sur la surface plane du guide d'onde puis rangés dans une matrice similaire à celle de l'étude expérimentale.

## 4 Résultats expérimentaux et numériques

Le mode  $S_2$  est généré à la fréquence 0,84 MHz dans la zone où sa vitesse de groupe varie fortement et se propage vers les épaisseurs décroissantes. L'évolution spatio-temporelle des déplacements normaux  $U_z$  en surface obtenue expérimentalement et numériquement est représentée dans les figures 3.a et 3.b respectivement. Le profil du guide d'onde est représenté au dessus de chaque figure. Nous observons des fronts d'onde avec une pente constante se propageant dans la zone d'incidence puis dans la zone variable. Dans la figure 3.a, un front secondaire est présent dû à la génération d'un mode supplémentaire lié au mode de génération dans le sabot. Les ondes générées sont principalement réfléchies avant d'atteindre la fin de la zone de section variable. Une faible partie est transmise vers la zone la moins épaisse (parties agrandies), probablement en plusieurs modes. À  $f = 0,84$  MHz l'épaisseur de coupure du mode  $S_2$  dans la zone de section variable est égale à 3,8 mm, bien avant la zone de transmission (2 mm). Les fronts d'onde deviennent horizontaux, indiquant une vitesse de phase infinie, caractéristique de l'onde à sa fréquence de coupure.

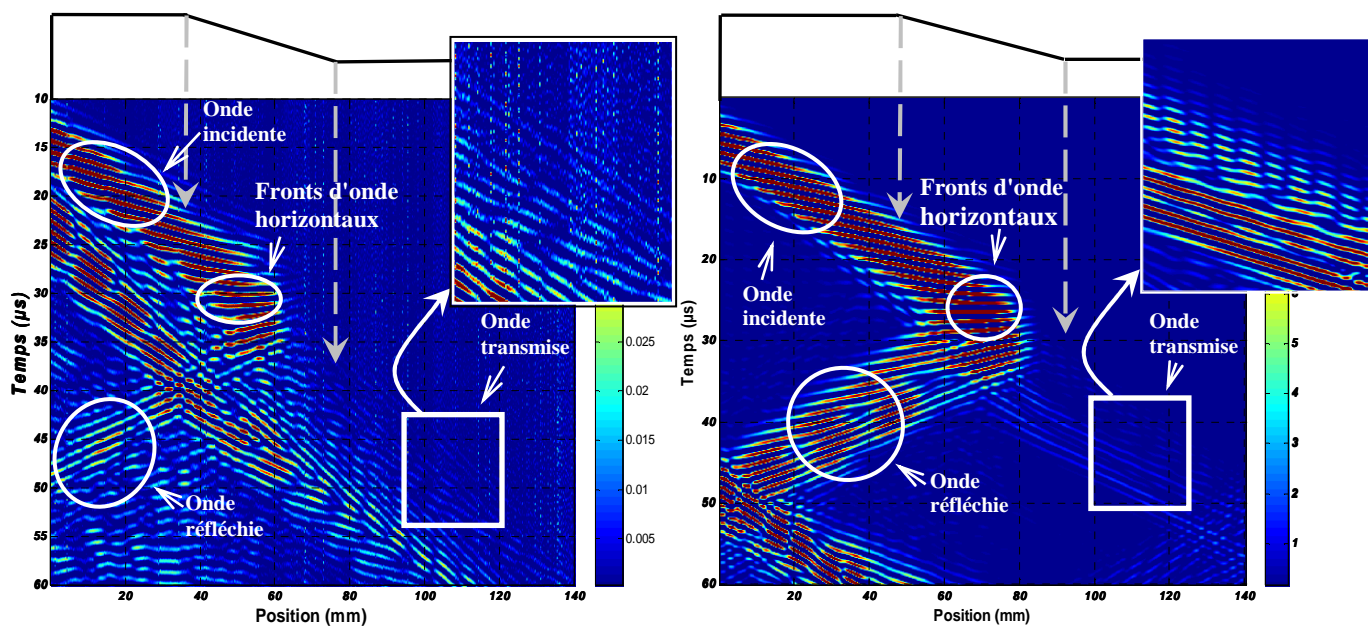


FIG. 3 a – Étude expérimentale.

FIG. 3 b – Étude numérique.

FIG. 3 – Représentation spatio-temporelle des déplacements normaux.

Mode  $S_2$  incident,  $f = 0,84$  MHz.

### 4.1 Identification des modes incidents et réfléchis

Une double FFT est appliquée dans la zone d'incidence (épaisseur 5 mm). Les figures 4 et 5 montrent la représentation "tout-fréquence" dans cette zone pour les données expérimentales et numériques respectivement. Les valeurs positives des nombres d'onde dans les figures 4.a et 5.a sont liées aux modes incidents générés. Les courbes théoriques de dispersion des modes de Lamb sont superposées sur ces deux figures. La figure 5.a montre bien la génération du seul mode  $S_2$  dans la gamme [0,7; 0,95] MHz, alors que ce dernier est généré expérimentalement conjointement aux modes  $A_1$ ,  $A_0$  et  $S_0$  dans la figure 4.a. Pour la fréquence minimale, l'épaisseur correspondant à la fréquence de coupure du mode

$S_2$  est  $d_{cut} = \frac{3,19}{0,7} = 4,56$  mm et  $d_{cut} = \frac{3,19}{0,95} = 3,36$  mm pour la fréquence maximale. Le mode  $S_2$

devrait donc être réfléchi dans toute cette gamme de fréquence, ceci est confirmé par les figures 4.b et 5.b. Sur ces figures, nous remarquons la présence du mode  $S_1$  dans le champ réfléchi (zone d'épaisseur 5 mm), obtenu par conversion de mode. On remarque qu'au voisinage de 0,8 MHz l'amplitude du mode  $S_2$  est très faible en simulation et en expérience (repéré par "creux" dans les figures 4.b et 5.b). Le mode  $A_1$  supplémentaire généré expérimentalement est dans la gamme [0,83; 0,92] MHz et son produit fréquence-épaisseur n'atteint pas sa fréquence de coupure. Il est donc totalement transmis et par conséquent ne participe pas au champ réfléchi.

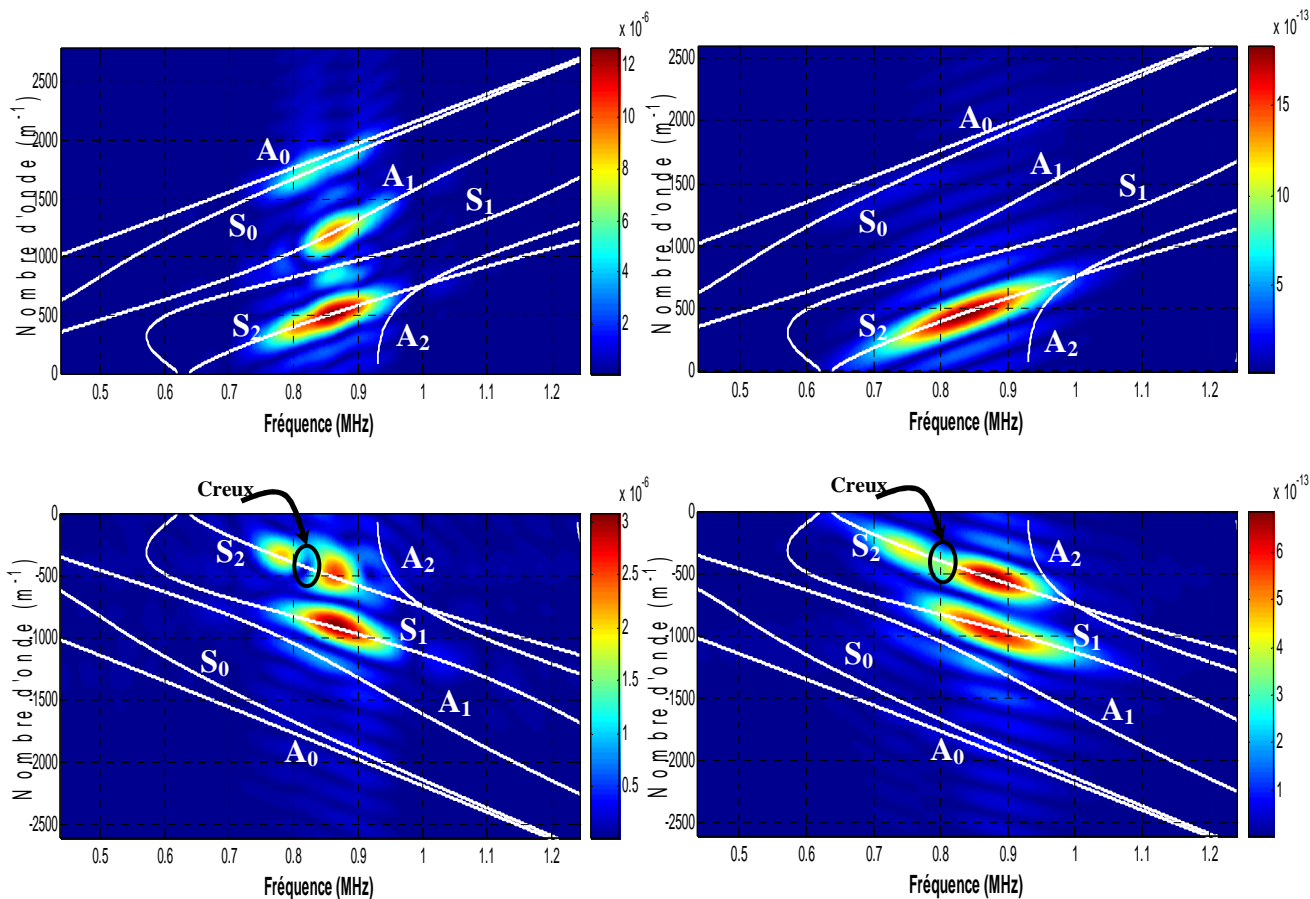


FIG. 4 a – Mode incident  $S_2$ .

FIG. 4 b – Mode réfléchi  $S_2$ .

FIG. 5 a – Mode incident  $S_2$ .

FIG. 5 b – Mode réfléchi  $S_2$ .

FIG. 4-5 – Études expérimentale et numérique: résultats de la double FFT dans la zone d'incidence.

## 4.2 Les modes transmis et leurs énergies

Comme précédemment, nous présentons les modes de Lamb dans l'espace  $(k_x, f)$ , afin d'identifier les modes transmis dans la zone de transmission (épaisseur 2 mm). Les figures 6.a et 6.b montrent les résultats obtenus des études expérimentale et numérique respectivement. Trois modes  $S_0$ ,  $A_0$  et  $A_1$  sont transmis dans la zone d'épaisseur 2 mm. Nous remarquons, pour les modes  $S_0$  et  $A_1$ , une très bonne concordance entre les deux figures, y compris le "creux" du mode  $S_0$ . Par contre, une forte différence est observée pour le mode  $A_0$ , probablement due à la conversion du mode  $A_1$  supplémentaire dans l'étude expérimentale. Dans l'étude numérique, l'énergie incidente est véhiculée par le seul mode  $S_2$ , or ce mode a été réfléchi dans toute la gamme de fréquence d'excitation, avant de quitter la zone de section variable. En fait, au-delà de l'épaisseur correspondant à la fréquence de coupure, il existe un champ acoustique évanescent qui s'étend de l'épaisseur de coupure jusqu'à l'épaisseur de 2 mm. Ces vibrations, de faible amplitude par rapport à celle du champ incident, donnent naissance à des ondes propagatives à partir de la zone d'épaisseur constante de 2 mm. Les points vibrants, correspondant à

l'entrée de la zone de transmission, donnent naissance à des ondes propagatives : ces points agissent comme des sources de Huygens.

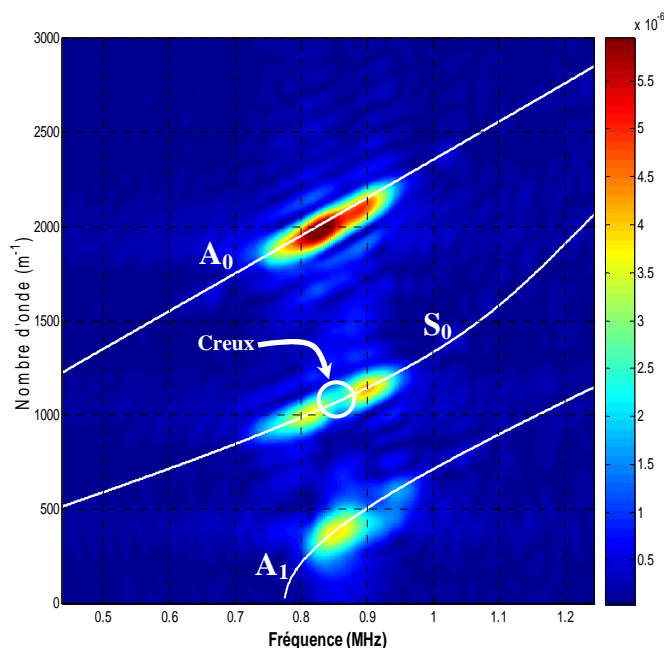


FIG. 6 a – Étude expérimentale.

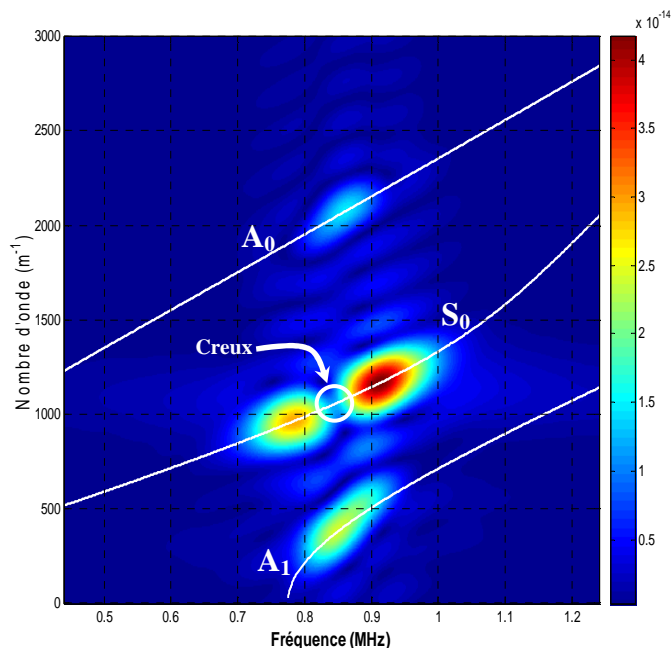


FIG. 6 b – Étude numérique.

FIG. 6 – Représentation "tout-fréquence", zone de transmission (épaisseur 2mm).

Le champ transmis est composé des modes de Lamb possibles aux produits  $fd$  disponibles, soit ici les modes  $S_0$ ,  $A_0$  et  $A_1$ . Pour étayer cette hypothèse, nous pouvons vérifier que l'énergie transmise est d'autant plus importante que la fréquence est grande car la largeur de la zone où existe le champ évanescent est plus faible. Il en découle une meilleure transmission.

L'énergie d'un mode de Lamb est déterminée en utilisant la relation  $\zeta = \frac{|U_z|}{\sqrt{\Phi}}$  [3], où  $\zeta$  est le coefficient

théorique (connu pour un guide d'onde d'épaisseur constante),  $U_z$  est le déplacement normal et  $\Phi$  est l'énergie du mode considéré. Dans l'étude numérique, un bilan d'énergie est calculé dans la zone de transmission. Expérimentalement nous sommes gênés par le fait que les modes  $A_1$ ,  $A_0$  et  $S_0$  sont générés en plus du mode  $S_2$ . Nous relevons l'amplitude des modes incident et transmis à partir des coupes réalisées à différentes fréquences sur la représentation tout-fréquence. Le rapport entre la somme des énergies des modes transmis et celle du mode  $S_2$   $\frac{\Phi_{S_0} + \Phi_{A_0} + \Phi_{A_1}}{\Phi_{S_2}}$  est représenté en fonction

de la fréquence, sur la figure 7. Le résultat obtenu conforte bien notre hypothèse. L'énergie totale transmise est très faible comparée à l'énergie du mode incident : elle ne dépasse pas 1,6%. Plus la fréquence est grande, plus l'épaisseur de coupure est petite et plus la largeur du champ évanescent est petite : la transmission d'énergie est donc meilleure. On peut donc considérer, comme Alippi et al. [5], que la transmission d'énergie entre la zone incidente et la zone de transmission a été réalisée par effet tunnel.

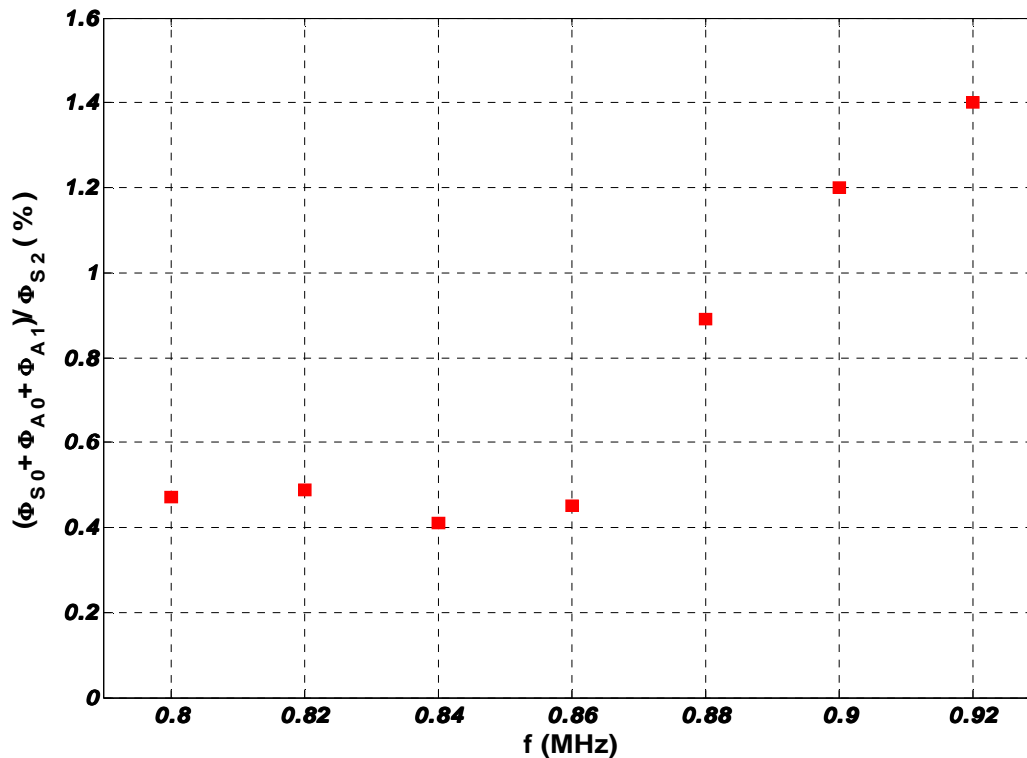


FIG. 7 – Étude numérique : rapport entre l'énergie totale transmise et l'énergie incidente.

## Conclusion

Nous avons présenté les études expérimentale et numérique de la réflexion du mode  $S_2$  et sa conversion en mode  $S_1$  quand il atteint un produit fréquence-épaisseur correspondant à la fréquence de coupure dans la zone de section linéairement variable du guide étudié. Si la majeure partie de l'énergie est alors réfléchi, des ondes propagatives sont cependant observées au-delà la zone de section variable. Les résultats fournis par la modélisation éléments finis sont, d'un point de vue qualitatif, en bon accord avec les résultats expérimentaux. Grâce à l'étude numérique nous avons pu expliquer le phénomène physique observé. Une petite partie de l'énergie du mode incident est transmise par effet tunnel en modes de Lamb au-delà de la zone de section variable.

## Références

- [1] I.A. Viktorov, "Rayleigh and Lamb waves", Plenum press New York, 121, 1967.
- [2] V. Pagneux, A. Maurel, "Lamb wave propagation in elastic waveguides with variable thickness". Proc. Royal. Soc. A, 462, 1315-1339, 2006.
- [3] Z. Hamitouche, M. Ech-Cherif El-Kettani, J.L. Izbicki, H. Djelouah, "Multi resonances of the  $S_0$  adiabatic mode propagating in a linearly varying cross section waveguide, experimental and numerical results". IEEE Ultrasonics Symposium, New York, USA, P5E-7, 2303-2306, 28-31 October 2007.
- [4] L. Martinez, B. Morvan, J.L. Izbicki, "Short space-time wave number-frequency analysis of Lamb wave propagation and conversion at the edge of a plane plate". WCU 2003.
- [5] A. Alippi, A. Bettucci, M. Germano, "Anomalous propagation characteristics of evanescent waves". Ultrasonics, 38, 817-820, 2000.