COMPARAISON ENTRE LES FORMULES DU FONDS, DU BÉNÉFICE ACTUALISÉ ET DE LA RENTABILITÉ

PAR

P. DUTILLOY

La formule du Fonds peut servir à déterminer la valeur d'un quelconque de ses éléments considéré comme l'inconnue, lorsque l'on connaît tous les autres.

Généralement, on prend comme inconnue soit la valeur du Fonds, soit celle de l'intérêt.

Les formules du Bénéfice actualisé et de la Rentabilité ont été présentées dans leur forme générale et dans leurs applications forestières, par un article paru dans la *Revue Forestière Française* d'octobre 1959.

Qu'il s'agisse de l'une quelconque de ces formules, le nombre des données qu'elles comportent peut être très variable suivant les cas. Pour comparer le plus simplement possible leurs structures respectives, on simplifiera le plus possible en se bornant aux données essentielles, à savoir :

— Le Fonds ou sol forestier que l'on appellera « F » quand il sera l'inconnue et « S » quand la valeur du sol sera donnée, la valeur étant la même au début et à la fin de l'opération.

— L'Intérêt que l'on appellera « r » quand il sera l'inconnue (et c'est alors le taux de rentabilité, aussi bien dans la formule du fonds que dans celle de la rentabilité, puisque l'opération se solde sans bénéfice ni perte à ce taux de capitalisation) et « t » quand il sera prédéterminé.

— L'Eclaircie « E » à l'âge « a » ; on n'en retiendra ici qu'une seule.

— La coupe définitive « C » à l'âge « u » qui correspond à la durée de la révolution.

— Les dépenses occasionnelles « D » à l'âge « b » ; on n'en retiendra ici qu'une seule.

— Les dépenses annuelles « e » effectuées chaque année de l'année « 1 » à l'année « u ».

Dans ces conditions, on peut écrire 4 formules :

PREMIÈRE FORMULE DU FONDS (F inconnue)

$$(1) \qquad F = \frac{C + E\ 1{,}0t^{u-a} - D\ 1{,}0t^{u-b}}{1{,}0t^{u} - 1} - \frac{e}{t}$$

DEUXIÈME FORMULE DU FONDS (r inconnue)

$$(II) \qquad S = \frac{C + E\ 1{,}0r^{u-a} - D\ 1{,}0r^{u-b}}{1{,}0r^{u} - 1} - \frac{e}{r}$$

FORMULE DU BÉNÉFICE ACTUALISÉ *B.A.*

Dans cette formule, le Bénéfice actualisé est l'inconnue et le taux « t » est prédéterminé.

Les données sont actualisées par la formule générale d'escompte $\frac{1}{1{,}0t^{n}}$ et les dépenses annuelles bloquées sont actualisées par la formule générale d'escompte d'un versement annuel :

$$\frac{1}{t}\left(1 - \frac{1}{1{,}0t^{n}}\right).$$

ou ce qui revient au même :

$$\frac{1}{t}\left(\frac{1{,}0t^{n} - 1}{1{,}0t^{n}}\right)$$

On a alors :

$$(III) \quad B.A. = \frac{C}{1{,}0t^{u}} + \frac{E}{1{,}0t^{a}} + \frac{S}{1{,}0t^{u}} - \frac{D}{1{,}0t^{b}} - \frac{e}{t}\left(\frac{1{,}0t^{u} - 1}{1{,}0t^{u}}\right) - S$$

FORMULE DE LA RENTABILITÉ (r inconnue)

$$(IV) \quad o = \frac{C}{1{,}0r^{u}} + \frac{E}{1{,}0r^{a}} + \frac{S}{1{,}0r^{u}} - \frac{D}{1{,}0r^{b}} - \frac{e}{r}\left(\frac{1{,}0r^{u} - 1}{1{,}0r^{u}}\right) - S$$

Considérons maintenant la première formule du Fonds. Sous sa forme (I) la signification de chaque terme est peu claire ; elle ne l'est pas davantage si on isole chaque terme en effectuant la division ; par exemple $\frac{C}{1{,}0t^u - 1}$ n'est ni la valeur de C au début ou à la fin de l'opération, ni aucune valeur tombant sous le sens.

Si l'on multiplie les deux membres de l'égalité par $(1{,}0t^u - 1)$, on obtient une présentation plus explicite :

$$\text{(I')} \quad F\,(1{,}0t^u - 1) = C + E\,1{,}0t^{u-a} - D\,1{,}0t^{u-b} - \frac{e}{t}\,(1{,}0t^u - 1)$$

L'on constate en effet que, se plaçant à l'issue de l'opération, les différents termes ont la signification suivante :

Le premier terme $(F\,(1{,}0t^u - 1)$ représente la valeur du Fonds augmentée de ses intérêts composés et diminuée de la valeur de revente en fin d'opération.

C est la valeur touchée pour la coupe finale l'année u.

$E\,1{,}0t^{u-a}$ est la valeur capitalisée de l'éclaircie.

$D\,1{,}0t^{u-b}$ est la valeur capitalisée des dépenses occasionnelles.

$\frac{e}{t}\,(1{,}0t^u - 1)$ est la valeur du capital d'administration (voir Schaeffer - Principes d'Estimation Forestière) capitalisée et diminuée de la valeur de ce capital récupéré, comme le fonds, en fin d'opération.

Pour plus de clarté encore, on pourrait faire passer dans le premier membre de l'égalité les recettes C et E capitalisées et dans le deuxième membre les dépenses F, D et e capitalisées et diminuées par imputation des valeurs récupérées en fin de période pour F et e. On aurait ainsi matérialisé l'égalité des dépenses et recettes.

Si l'on reprend maintenant la formule du bénéfice actualisé (III), on peut pour la rapprocher de celle du Fonds (I') multiplier les deux membres par $1{,}0t^u$, ce qui revient à considérer l'opération en fin de période. On a alors, en faisant passer les valeurs de S dans le premier membre :

$$\text{(III')} \quad S\,(1{,}0t^u - 1) = C + E\,1{,}0t^{u-a} - D\,1{,}0t^{u-b} - \frac{e}{t}\,(1{,}0t^u - 1) - B.A.\,1{,}0t^u$$

Si l'on soustrait (III') de (I'), on a :

$$\text{(V)} \qquad F\,(1{,}0t^u - 1) - S\,(1{,}0t^u - 1) = B.A.\,1{,}0t^u$$

ou

$$\text{(V')} \qquad F = S + B.A. \frac{1{,}0t^u}{1{,}0t^u - 1}$$

Ceci veut dire que la valeur trouvée pour le fonds lorsqu'on le considère comme l'inconnue dans la formule du Fonds est égale à la valeur marchande du sol augmentée du Bénéfice actualisé multiplié par le coefficient $\frac{1{,}0t^u}{1{,}0t^u - 1}$ toujours un peu supérieur à l'unité.

(De l'ordre de 10 % pour 2 1/2 % et 100 ans, 3 % et 80 ans, 4 % et 60 ans).

La véritable nature de F étant ainsi précisée, on se rend compte de la prudence avec laquelle on doit utiliser la formule du Fonds lorsque l'on prend F pour inconnue.

Si l'on rapproche maintenant la deuxième formule du Fonds (II) de celle de la rentabilité (IV), on se rend compte que c'est la même formule sous deux présentations différentes. Il suffit de multiplier (IV) par

$$\left(\frac{1{,}0r^u}{1{,}0r^u - 1}\right)$$

pour retomber sur (II).

Celle de la rentabilité a l'avantage de présenter chaque terme sous une forme significative, celle de sa valeur actualisée alors que le diviseur ($1{,}0r^u - 1$) de la formule du Fonds ne correspond à aucune notion facile à interpréter. C'est la raison pour laquelle, là encore, il semble plus clair et logique d'utiliser la formule de rentabilité pour déterminer le taux de placement « r ».

EXEMPLE DE COMPARAISON ENTRE LA FORMULE DU BENEFICE ACTUALISE ET CELLE DU FONDS

Formule du Bénéfice actualisé — Taux : 4 %.

Données	Valeur	Année	Facteur d'actualisation	Résultat
Sol (achat)	50 000	0	1	50 000,00
Dépenses occas. ..	10 000	15	$\frac{1}{1{,}04^{15}} = 0{,}555264$	5 552,64
Dépenses annuelles.	2 000	0 à 60	$\frac{1}{1{,}04}\left(1 - \frac{1}{1{,}04^{60}}\right) = 22{,}62349$	45 246,98
			Total dépenses	100 799,62

Eclaircies	40 000	30	$\frac{1}{1,04^{30}} = 0,3083187$	**12 332,74**
Coupe	800 000	60	$\frac{1}{1,04^{60}} = 0,0950604$	76 048,32
Sol (revente)	50 000	60	$\frac{1}{1,04^{60}} = 0,0950604$	4 753,02
			TOTAL RECETTES	93 134,08
			B.A. =	— 7 665,50

FORMULE DU FONDS (l'inconnue est la valeur de F) — Taux : 4 %.

Dépenses occas. ..	10 000	15	$\frac{1,04^{45}}{1,04^{60} - 1} = 0,61357$	6 135,70
Dépenses annuelles.	2 000	0 à 60	$\frac{1}{0,04} = 25$	50 000,00
			TOTAL DÉPENSES	56 135,70
Eclaircies	40 000	30	$\frac{1,04^{30}}{1,04^{60} - 1} = 0,34070$	13 628,00
Coupe	800 000	60	$\frac{1}{1,04^{60} - 1} = 0,10504$	84 032,00
			TOTAL RECETTES	97 660,00

VALEUR DE F = 97 660 — 56 136 = 41 524,00

VÉRIFICATION DES CALCULS

$$F = S + B.A. \frac{1,ot^{u}}{1,ot^{u} - 1}$$

$$F = 41,524$$

$$S + B.A. \frac{1,ot^{u}}{1,ot^{u} - 1} = 50\,000 - 7\,665,50 \frac{10,5196}{9,5196} = 41\,523$$

Aux erreurs de décimales près, l'égalité est réalisée.