

# Étude en inter-didactique des mathématiques et de la physique de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : changement de cadre de rationalité

## Study in inter-didactics of mathematics and physics about acquisition of Ohm's law in high school : change of frame

Didier MALAFOSSE, Alain LEROUGE,  
Jean-Michel DUSSEAU

Laboratoire ERES de l'Université Montpellier II  
Groupe IUFM  
2, place M. Godechot, BP 4152  
34092 Montpellier cedex 5, France.

### **Résumé**

*La loi d'Ohm est une des premières lois physiques écrite sous forme mathématique que les élèves français rencontrent dans leur cursus scolaire. L'obtention de cette relation fonctionnelle par induction à partir d'un nombre discret de mesures repose sur un homomorphisme supposé entre le concept de proportionnalité dans le cadre des mathématiques, et la loi d'Ohm dans le cadre de la physique. Pour comprendre les raisons des difficultés rencontrées par les élèves au cours de cette phase de modélisation, une*

*séquence d'ingénierie didactique a été construite. L'analyse des résultats de cette expérimentation, articulée autour des notions de registre sémiotique, de cadre de rationalité et d'espace de réalité, interprète ces difficultés en termes de rupture de rationalité entre les mathématiques et la physique pour trois éléments particuliers : la dimensionnalité des nombres, le concept de proportionnalité et la différence de nature des règles de validation.*

**Mots clés :** *inter-didactique mathématiques/physique, cadre de rationalité, registre sémiotique, loi d'Ohm.*

### **Abstract**

*Ohm's law is one of the first laws of physics written in mathematical form which pupils find in a french high school. This functional relation is obtained from a discrete number of measurements by a process built on a supposed homomorphism between the concept of proportionality in the mathematical frame, and Ohm's law in the physical frame. To understand the reasons of the difficulties encountered by pupils in this phase of mathematical modelling, a didactic engineering sequence has been built. The analysis of the experimental results, based on the didactical notions of semiotic register, frame and space of reality interpret these difficulties in term of a break in rationality for three particular elements : the dimensionality of numbers, the transportability of the concept of proportionality and the difference in kind of the laws of ratification.*

**Keys words :** *physics and mathematics inter relation, frame, semiotic register, Ohm's law.*

### **Resumen**

*La ley de Ohm es una de las primeras leyes físicas escritas en forma matemática que los alumnos franceses encuentran en sus cursos escolares. La obtención de esta relación funcional por inducción a partir de un número discreto de medidas reposa sobre un homomorfismo supuesto entre el concepto de proporcionalidad en el marco de las matemáticas, y la ley de Ohm en el marco de la física. Para comprender las razones de las dificultades encontradas por los alumnos en cursos de esta fase de modelización, una secuencia de ingeniería didáctica fue construída. El análisis de los resultados de esta experimentación, articulada alrededor de las nociones de registro semiótico, del marco de la racionalidad y del espacio de realidad, interpreta esas dificultades en terminos de ruptura de racionalidad entre las matemáticas y la física para tres elementos particulares : la dimension de los numeros, el concepto de proporcionalidad y la diferencia de naturaleza de las reglas de validacion.*

**Palabras claves :** *interdidáctica matemática/física, marco de racionalidad, registro semiótico, ley de Ohm.*

## 1. INTRODUCTION

La loi d'Ohm a été introduite dans l'enseignement français, à la fois en classe de troisième moderne (sans langues anciennes) [14-15 ans] et en classe de première scientifique (section C et D) [16-17 ans] en 1902. Elle était récemment enseignée en classes de troisième et de seconde. Aujourd'hui presque tous les élèves français la rencontrent dans leur scolarité puisqu'elle figure explicitement aux programmes des classes de troisième des collèges et de BEP, et qu'elle est ensuite généralisée au lycée à l'occasion de l'étude des circuits en courant alternatif.

La loi d'Ohm établit la relation de proportionnalité  $U = R \cdot I$  entre la tension  $U$  aux bornes de dipôles électriques d'un certain type (les « conducteurs ohmiques » ou « résistors ») et l'intensité  $I$  qui les traverse. C'est, en fait, une des premières lois physiques écrites sous forme mathématique que les élèves rencontrent dans leur cursus, même s'ils ont fréquenté à l'école primaire les surfaces, les volumes, les vitesses, etc. qui font aussi intervenir des relations mathématiques entre grandeurs physiques. La loi d'Ohm donne lieu à une étude expérimentale au cours de laquelle les élèves construisent des circuits électriques et procèdent à un nombre discret de mesures d'intensités et de tensions, puis à un travail de modélisation reposant sur une généralisation de type inductif des résultats expérimentaux pour obtenir une relation fonctionnelle entre grandeurs physiques (toute approche déductive étant impossible à cause du manque de connaissance des élèves à propos des propriétés microscopiques de la matière). Son étude nécessite de faire appel aux notions mathématiques de proportionnalité et d'application linéaire qui sont antérieurement enseignées en cours de mathématiques. Cette opération de « mathématisation » est réalisée dans un but évident de modélisation, mais aussi, semble-t-il, pour aider l'élève dans la compréhension du phénomène physique. Une coordination entre l'enseignement des sciences physiques et celui des mathématiques est donc prônée depuis près d'un siècle par les programmes officiels et les recommandations qui les accompagnent, mais elle semble reposer uniquement sur l'idée de complémentarité des deux disciplines dont les enseignements simultanés seraient source de synergie au cours des apprentissages. Cependant, dans la pratique, il semble que l'écart entre la réalité expérimentale et sa présentation épurée sous forme d'une relation fonctionnelle mathématique puisse générer un certain nombre de difficultés pour les élèves, et donc aussi pour leurs enseignants de sciences physiques,

qu'ils soient novices ou experts. Ces difficultés constatées par de nombreux didacticiens de la discipline se situent aussi bien au moment de l'établissement de la relation fonctionnelle entre U et I à partir des données expérimentales qu'au moment de son emploi pour résoudre des problèmes de physique, et il faut donc se résoudre à admettre « *la fréquente mauvaise compréhension de la loi d'Ohm* » qui est « *plutôt utilisée comme une formule, que comme un modèle traduisant des événements qui se passent dans le circuit* » (Clavel-Marinacce, 1997, p. 130). Ainsi, au delà des difficultés rencontrées par les élèves dans la gestion des relations faisant intervenir simultanément deux variables (Viennot, 1992), la question de la présentation de la loi d'Ohm sous forme mathématisée en fin de collège est posée.

Pour notre part, nous émettons l'hypothèse que ces difficultés reposent en partie sur la différence de nature des objets conceptuels manipulés dans les deux disciplines mais aussi, et surtout, sur une divergence de rationalité entre le cadre des sciences physiques et celui des mathématiques. La question générale de cette divergence, jamais évoquée dans les documents d'accompagnement des programmes, n'apparaît non plus à aucun moment dans les manuels scolaires qui semblent postuler la transparence des « outils mathématiques » lorsqu'ils sont utilisés par les élèves en sciences physiques. Nous avons cherché à mettre à l'épreuve notre hypothèse par l'analyse d'une séquence d'ingénierie didactique centrée sur le thème de la loi d'Ohm en classe de troisième, à l'aide des notions déjà présentées (Malafosse et al., 2000) d'**espace de réalité**, de **cadre de rationalité**, et de **registre sémiotique**.

## 2. RAPPELS SUR LES NOTIONS D'ESPACE DE RÉALITÉ, DE CADRE DE RATIONALITÉ, ET DE REGISTRE SÉMIOTIQUE

### 2.1. Notion d'« espace de réalité »

Le didacticien de la physique est amené à réfléchir sur la différence entre les objets de la réalité, les concepts et quantités abstraits élaborés par la communauté scientifique, et les représentations sémiotiques qui en sont faites dans l'enseignement. Cette réflexion de nature didactique, différente de celle menée par les philosophes (qui s'intéressent à la nature épistémologique du monde, aux mécanismes de sa perception et à la structure des théories scientifiques), a pour objectif la production d'outils d'analyse du fonctionnement des apprentissages en sciences expérimentales. Elle repose néanmoins sur un postulat épistémologique implicite mais commode, celui d'un réalisme objectif que d'Espagnat décrit

comme « *la foi – indémontrable, bien entendu, mais acceptée comme évidence – en une réalité physique définie qui existerait même s'il n'existait aucun observateur et qui, d'autre part, est accessible à la recherche, à la connaissance quantitative et au calcul* » (D'Espagnat, 1956, p. 24).

Pour construire un modèle théorique, rendant compte des processus de conceptualisation en physique, situant à la fois les objets et événements postulés réels du monde matériel, les signifiés associés dans leurs cadres théoriques d'interprétation de la réalité, et leurs signifiants dans les registres concernés, nous avons été conduits à introduire un élément faisant référence épistémologiquement au monde dont l'individu, comme la collectivité scientifique, cherche à s'approprier une description raisonnée, et auquel ils cherchent tous deux à se référer pour valider leurs productions. Nous avons appelé cet élément « espace de réalité » (Malafosse et al., 2000). Nous posons que l'**espace de réalité** est l'ensemble des objets réels et des événements hors de tout espace psychique. C'est sur ses constituants que vont porter aussi bien l'activité mentale de construction de modèles mentaux et de conceptions de tout individu que la réflexion collective d'une communauté conduisant à la production de concepts et de théories scientifiques.

## 2.2. Notion de « cadre de rationalité »

Cette notion a été construite par Lerouge (1992) à partir de celle de « cadre » (Douady, 1984) pour tenir compte de la dualité familier/scientifique mise en évidence par Vygotski (1934) au sujet des processus de conceptualisation. Nous posons qu'un **cadre de rationalité** est un ensemble cohérent du fonctionnement de la pensée caractérisé essentiellement par son monde d'objets et ses règles de raisonnement et de validation. C'est au sein de cette structure que prennent sens, de manière dialectique, les informations sémiotiques et situationnelles. Dans notre propos, nous aurons recours à trois types de cadres de rationalité : les cadres culturels (des mathématiques ou des sciences physiques), les cadres didactiques construits dans un but de transposition des savoirs entre une communauté scientifique et l'élève en situation d'apprentissage scolaire, et enfin, les cadres personnels des élèves.

Les cadres culturels des mathématiques et des sciences physiques ont un statut de cadre scientifique dans la mesure où leurs mondes d'objets sont constitués de concepts scientifiques et où les règles de raisonnement et de validation mises en œuvre sont reconnues par une communauté scientifique. On verra plus loin ce qui distingue ces deux cadres, mais on peut déjà noter que les objets du cadre culturel des sciences physiques

doivent être construits en référence aux objets et événements de l'espace de réalité, le devoir de proposition d'une représentation du réel étant un des objectifs premiers de cette discipline. Le fait que les conceptions antérieures à un apprentissage continuent à fonctionner, parallèlement aux concepts « *acquis* » (Giordan & De Vecchi, 1987) semble indiquer que ce que l'on considère habituellement comme le cadre personnel de l'apprenant, n'est pas un véritable cadre de rationalité car il est le lieu d'expression de rationalités différentes, voire contradictoires. On admettra donc que l'espace psychique de l'apprenant est constitué de cadres disciplinaires personnels, dont les concepts et la rationalité sont co-produits par les relations de l'individu avec l'espace de réalité et par la médiation didactique, et d'un cadre de rationalité personnel du sens commun. Le cadre personnel de la physique sera différent d'un élève à l'autre et, *a fortiori*, d'un élève à son professeur.

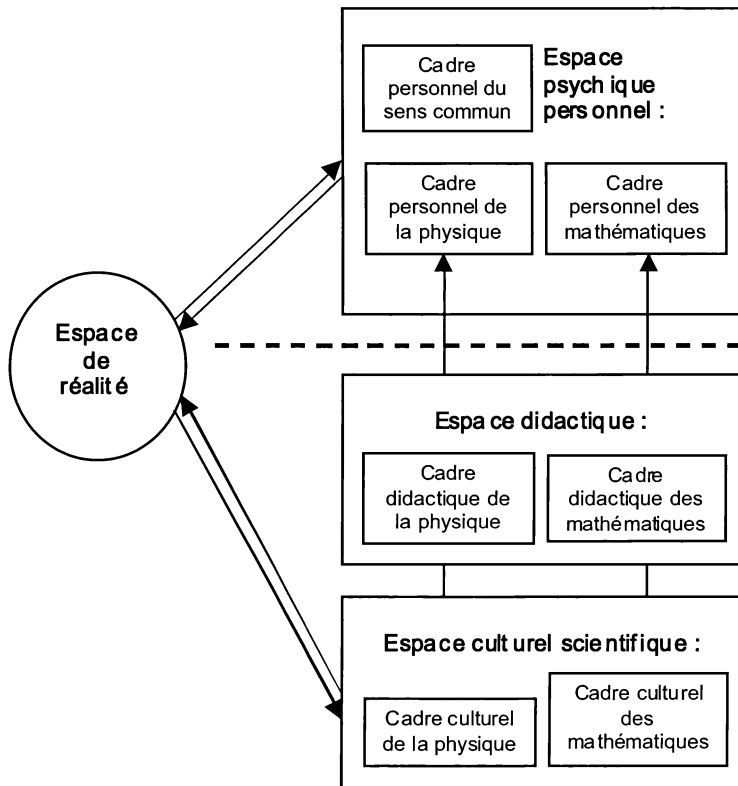


Figure 1 : Espace de réalité et cadres de rationalité

Le modèle de l'espace psychique personnel ainsi modifié permet d'interpréter plusieurs constats :

– la parcellisation de l'espace de pensée en plusieurs cadres entraîne la coexistence de conceptions concurrentes et, comme le soulignent Johsua & Dupin, « *ceci peut aboutir à de très fortes contradictions logiques entre les raisonnements utilisés dans chaque cas, un raisonnement pouvant, par exemple, et en toute rigueur, invalider l'autre. Mais alors que l'exigence de cohérence interne est constitutive du discours scientifique, elle ne l'est pas au même titre dans le comportement d'un individu donné. La règle ici est au contraire celle de la cohabitation de conceptions différentes, relativement étanches entre elles, correspondant à une classe de problèmes semblables (au yeux de l'élève), conceptions qui appellent des registres différents de fonctionnement cognitif* » (Johsua & Dupin, 1993, pp. 127-128), le terme « *registres de fonctionnement cognitif* » recouvrant exactement notre notion de cadre personnel de rationalité, mais présentant l'inconvénient d'une possible confusion avec la notion de registre sémiotique ;

– la médiation didactique, même quand elle cherche à tenir compte des structures cognitives en place dans l'espace psychique de l'apprenant, ne modifie dans un premier temps que le seul cadre personnel disciplinaire. Elle est donc sans effet sur les concepts et la rationalité du sens commun. Il faudra donc attendre un certain temps et une certaine sollicitation intellectuelle de l'individu pour que les produits de la médiation didactique soient consolidés puis intégrés et qu'ils diffusent dans la totalité de l'espace psychique, ce qui correspond alors à un niveau croissant d'expertise de l'individu dans la discipline concernée ;

– les processus de conceptualisation mis en œuvre par un élève en classe de mathématiques et/ou de sciences physiques sont donc gérés à un instant donné par deux cadres de rationalité inter-réagissant : le cadre personnel du sens commun de l'élève (ou « familier » selon la terminologie de Vygotski) et son cadre personnel des mathématiques et/ou son cadre personnel des sciences physiques.

### 2.3. Notion de « registre sémiotique »

En mathématiques, l'objet sur lequel s'appuie le processus de conceptualisation n'a pas de réalité matérielle et doit être appréhendé par le biais de ses représentations sémiotiques culturelles. L'approche sémiotique de l'étude de l'acquisition de connaissances scientifiques, qu'elles soient mathématiques, physiques ou autres, amène donc à se poser la question de la représentation des signifiés de façon systémique. C'est tout le sens du travail de Duval (1993), pour qui un **registre** est un système sémiotique permettant les trois activités fondamentales de la pensée :

- la formation d'une représentation identifiable ;
- le traitement de cette représentation dans le registre même où elle a été formée ;
- et la conversion de cette représentation en une représentation d'un autre registre.

Nous verrons intervenir dans cet article les registres suivants : le registre de la langue maternelle (les élèves auront souvent à expliciter oralement ou par écrit leurs représentations dans ce registre), le registre numérique (ici les nombres seront souvent présentés sous forme de tableaux), le registre de l'écriture symbolique de type analytique (expression littérale des fonctions mathématiques et des lois physiques, relation de proportionnalité, etc.), le registre graphique (représentation cartésienne de l'application linéaire, tracé de caractéristiques de dipôles).

### **3. OBJECTIF DE RECHERCHE ET ANALYSE *A PRIORI***

#### **3.1. Objectif de recherche**

Nous avons cherché à tester la pertinence de notre modèle associant les notions d'espace de réalité, de cadre de rationalité et de registre sémiotique, dans l'analyse d'une séquence d'électricité montée en classe de troisième d'un collège classé en « zone d'éducation prioritaire » (ou ZEP : zone géographique dont la population socialement défavorisée nécessite et bénéficie de moyens pédagogiques supplémentaires). La méthodologie retenue a été celle de l'ingénierie didactique (Artigue, 1988). Notre objectif n'étant pas l'optimisation d'une séquence d'apprentissage, l'ingénierie a consisté à organiser une séquence support sur le thème de l'établissement de la loi d'Ohm et de la construction du concept de résistance, autour des trois points particuliers suivants, que nous avons identifiés par analyse *a priori* :

- l'influence de la perception de la nature des objets sur l'activité de production d'un schéma de circuit électrique ;
- la recherche de régularités numériques et le passage traditionnellement fait par induction à une « formule physique » traduisant la loi d'Ohm, à partir d'un ensemble de groupes de nombres correspondant aux mesures expérimentales des diverses tensions et intensités d'un circuit série simple ;
- la représentation graphique de la loi d'Ohm sous forme d'une droite passant par l'origine du plan (U, I) et la détermination graphique de la résistance du résistor.



Chacune de ces étapes a permis la mise en œuvre de notre modèle sur un point particulier :

- passage de l'espace de réalité au(x) cadre(s) de rationalité familier(s) et/ou scientifique(s) (Malafosse et al., 2000) ;
- choix de cadres de rationalité et passages entre cadre physique et cadre mathématique ;
- changement de registres sémiotiques (numérique, analytique, graphique).

Dans cet article, nous ne présentons que les résultats concernant le deuxième point, c'est-à-dire que nous centrons notre travail sur les cadres choisis spontanément par l'élève au cours du passage de l'espace de réalité à son espace psychique, puis sur les changements de cadres de rationalité nécessaires pour arriver à la formulation usuelle de la loi d'Ohm. Bien que cette analyse soit centrée sur le concept de cadre de rationalité, les notions d'espace de réalité et de registre nous seront nécessaires à tout moment. Les résultats concernant le troisième point seront prochainement publiés.

### **3.2. Hypothèses de recherche**

Tout sujet appréhende les objets et événements de l'espace de réalité par l'entremise d'observables qui, pour prendre un sens, ont besoin d'un cadre de rationalité dans lequel des modèles peuvent être conçus et des concepts élaborés. On se propose donc d'étudier le comportement des élèves au cours des diverses phases qui les conduisent des mesures à la loi physique (ici la loi d'Ohm), et en particulier, au moment de la projection des observables quantifiées issues de l'expérience. Cette étape est déterminante par le choix du cadre de rationalité retenu car c'est en grande partie de lui que dépendent la nature des concepts et la forme (qualitative et quantitative) des lois, mais surtout leur pertinence. Par exemple, en cours de sciences physiques, la projection d'une observable dans le cadre des sciences physiques peut conduire à une quantité physique, ce qui est équivalent, dans le cas particulier où elle est mesurable, au doublet (mesure, grandeur) associé à la quantité physique. Par contre, si cette même observable est projetée dans le cadre de rationalité des mathématiques, la mesure est interprétée comme un nombre pur, et la perte d'information dimensionnelle qui s'ensuit peut conduire à des lois physiques fausses. Ainsi, la mobilisation d'un cadre de rationalité inadapté dès l'étape de projection d'éléments de l'espace de réalité peut conduire à des règles en contradiction avec les lois du cadre de rationalité scientifique adéquat. Notre première hypothèse consiste à supposer que les élèves choisissent

spontanément leur cadre personnel des mathématiques pour effectuer le traitement sur les observables quantifiées accessibles lors de l'activité expérimentale menée en cours de sciences physiques. Quant aux raisons de ce choix inadapté de cadre de rationalité, nous émettons l'hypothèse qu'il est dû à une surdétermination de la rationalité des mathématiques qui conduit à oublier la spécificité de la rationalité du cadre physique et en particulier son indispensable référence à l'espace de réalité. Cette surdétermination du cadre des mathématiques que Gil-Perez (1985) qualifie d'« *opérativisme mécanique* », souvent encouragée par le choix des situations de classe proposées par les enseignants et les manuels scolaires, repose implicitement sur l'idée abusive d'un homomorphisme des registres d'un cadre à l'autre : le tableau du cadre mathématique serait le même que le tableau en sciences physiques ; de même pour le graphique. Nous montrerons que cela n'est pas vrai car tout traitement dans un registre donné dépend de la rationalité du cadre choisi. Nous montrerons aussi que les contraintes de traitement imposées par la spécificité de la rationalité du cadre de la physique ne sont presque jamais explicitées en classe.

### 3.3. Analyse *a priori*

Dans les activités de classe proposées aux élèves au cours des séances décrites dans le présent article, les observables (quantifiées) sont les *digits* visibles sur quatre appareils de mesure d'un circuit électrique très simple et connu de tous. Pour l'enseignant qui, par sa pratique professionnelle quotidienne, n'a plus conscience de l'existence de l'espace de réalité, ces *digits* sont automatiquement transposés dans son cadre personnel de la physique qui peut être confondu avec le cadre didactique de la physique, ce qui lui fait dire : « *on lit directement une tension sur le voltmètre et une intensité sur l'ampèremètre* », les quantités étant représentées par des couples (nombre - unité), les unités étant définies dans un cadre de rationalité scientifique bien identifié. Les observables sont donc implicitement devenues des quantités physiques mesurables. Mais pour l'élève, dont la pratique expérimentale de l'électricité est très limitée (et ce, souvent aux seuls aspects qualitatifs), les nombres affichés par les appareils de mesure sont projetés dans le cadre de rationalité dans lequel ils semblent les plus familiers, à savoir son cadre personnel des mathématiques. L'observable devient donc un nombre. Cette opération prive l'élève de certains moyens de contrôle de cet objet devenu numérique, par l'oubli du contexte (objets et événements) liés à ce nombre dans l'espace de réalité. Cet oubli correspond, après projection dans le cadre mathématique, à l'amputation des situations de référence correspondantes dans le cadre physique (dispositifs expérimentaux, protocoles et limites

d'utilisation des appareils de mesure, etc.) et des concepts attachés à ces situations (courant électrique, tension et intensité, effets thermiques du courant, etc.) avec leurs caractéristiques dimensionnelles.

**Première conséquence** : les observables quantifiées devenues nombres sont manipulées par les élèves en tant que tels dans des registres (numérique, graphique, tableau, etc.), mais à l'intérieur de leur cadre personnel des mathématiques.

**Deuxième conséquence** : les règles de combinaison de ces nombres sont celles de l'arithmétique, règles qui ne sont que rarement cohérentes avec celles des grandeurs physiques mesurables reposant sur la compatibilité dimensionnelle.

**Troisième conséquence** : l'obtention de la loi physique littérale nécessite un retour au cadre de la physique avec transposition des résultats du cadre mathématique. Ce changement de cadre censé aider l'élève dans sa structuration du concept physique de résistance électrique *via* le concept mathématique de proportionnalité, correspond à une rupture de rationalité telle que toute synergie inter-conceptuelle est illusoire.

## 4. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

### 4.1. Les prélèvements d'émergence

L'expérimentation s'est déroulée sur trois séances avec chacun des groupes d'une classe de troisième [14–15 ans] de vingt-quatre élèves scindée en deux. Nos données expérimentales sont donc le fruit de six réalisations de deux heures, avec quelques légères variantes d'un groupe à l'autre. Les résultats que nous présentons ici ont été obtenus au cours des deux versions de la deuxième séance. Elles étaient organisées autour de deux « *prélèvements d'émergence* » (Lerouge, 1992), c'est-à-dire des doublets des deux activités suivantes :

- recherche individuelle sur fiche visant à repérer l'émergence de conceptions ou de procédures ;
- puis mise en commun en petits groupes se déroulant sous forme d'un débat (enregistré) animé par un chercheur en didactique.

Le premier prélèvement d'émergence était centré sur la lecture et la présentation des données que sont les *digits* des appareils de mesure et n'a été réalisé qu'auprès du groupe n° 1 de la classe. Le second prélèvement d'émergence avait pour cible le traitement de l'ensemble des données numériques en vue de l'établissement de la loi de proportionnalité entre les

deux quantités physiques  $U_{\text{résistor}}$  (tension aux bornes du résistor) et  $I$  (intensité du courant le traversant).

## 4.2. Déroutement de la séance (première version)

### 4.2.1. Premier prélèvement d'émergence

La séance commence par une introduction expérimentale avec la présentation d'un montage électrique constitué d'un générateur, d'une lampe à incandescence, d'un résistor et d'un ampèremètre, tous branchés en série, et par la présentation simultanée d'une fiche de recherche sur laquelle figurent le dessin et le schéma du montage. Dans un premier temps, il est demandé aux élèves de placer sur le schéma les symboles des trois voltmètres qui permettraient de mesurer les tensions aux bornes du générateur, de la lampe et du résistor. Tous les élèves s'acquittent de cette tâche parfaitement, ce qui indique que tous différencient sans problèmes les conditions de mesure d'une tension et d'une intensité. Le professeur branche tous les appareils de mesure (à affichage par LCD). Les valeurs affichées sous forme de *digits* sont toutes nulles. Après un petit commentaire sur cette observation, le professeur met en marche le générateur. Les nouvelles valeurs affichées sont lues collectivement, en précisant bien à quelles grandeurs elles correspondent. Enfin, on montre aux élèves qu'une variation de la tension aux bornes du générateur de tension continue ajustable entraîne une variation de toutes les quantités affichées. Après cette introduction expérimentale, on explique aux élèves qu'on souhaite étudier comment varient toutes ces quantités physiques, et que, pour ce faire, on a procédé à une série de six groupes de mesures, chaque groupe correspondant aux valeurs affichées par les trois voltmètres et par l'ampèremètre pour une valeur choisie de la tension d'alimentation du circuit. On leur présente les résultats des mesures à l'aide d'un transparent représentant six fois le circuit avec ses appareils de mesures et indiquant la valeur relevée à l'intérieur du symbole de chaque appareil (mais sans indication de l'unité, ce qui correspond à la situation réelle de mesure en classe puisque la plupart des appareils numériques utilisés dans l'enseignement secondaire n'indique aucune unité sur le cadran de mesure). On arrive alors à la phase de prélèvement d'émergence à proprement parler, au cours de laquelle on met les élèves en activité avec les consignes suivantes :

Présente de la manière la plus claire possible les résultats expérimentaux correspondant aux six groupes de mesures (deux groupes relevés directement en classe et quatre présentés au rétroprojecteur).

Justifie ta façon de présenter et explique pourquoi cette façon de présenter te paraît la plus claire.

As-tu une idée de ce que l'on va te demander de faire de ces résultats ?

#### 4.2.2. Deuxième prélèvement d'émergence

On propose ensuite aux élèves un tableau dans lequel figurent tous les résultats des mesures avec indication des grandeurs et des unités correspondantes. Les consignes données aux élèves sont les suivantes :

Observe les valeurs du tableau de la fiche de recherche n° 5 (tableau 1 ci-dessous) et repère des régularités.

Groupe de mesures n°	$U_{\text{générateur}}$ (V)	$U_{\text{résistor}}$ (V)	$U_{\text{lampe}}$ (V)	I (A)
1	0	0	0	0
2	5,1	5	0,05	0,05
3	10,8	10	0,70	0,10
4	16,7	15	1,55	0,15
5	23,1	20	2,90	0,20
6	29,5	25	4,25	0,25

Tableau 1 : Première série de mesures de tensions et d'intensités (groupe n° 1)

Écris toutes les lois que respectent  $U_{\text{générateur}}$ ,  $U_{\text{résistor}}$ ,  $U_{\text{lampe}}$  et I.

a. *Remarque sur la formulation des consignes*

Bien que longuement pensée dans le souci de ne pas orienter les réponses des élèves, la formulation des consignes a été source de problèmes en cours de séance. Ainsi, nous avons choisi le terme de « régularité » pour évoquer des observations relatives aux valeurs du tableau qui se confirmeraient d'une ligne à l'autre, mais nous avons dû revenir oralement sur la signification de ce terme en demandant aux élèves de bien regarder le tableau et de noter sur leur fiche de recherche tout ce

qu'ils remarquaient. De même, pour la deuxième consigne, nous avons choisi le mot « loi » mais les élèves sont très rapidement intervenus pour demander si « loi » voulait dire « formule ».

*b. Remarques sur les valeurs du tableau*

Les caractéristiques des composants du circuit (notamment des appareils de mesure) et les valeurs consignées dans le tableau proposé aux élèves ont été choisies avec beaucoup de soin. Leur examen attentif permet de faire trois remarques :

– la première, et la plus surprenante, est que la valeur de la tension aux bornes du générateur est égale à la somme des valeurs des tensions aux bornes du résistor et de la lampe, augmentée de la mesure exprimée en ampères de l'intensité circulant dans le circuit. Ceci n'est pas le fruit du hasard mais est dû au fait que l'ampèremètre a été délibérément choisi avec une résistance interne égale à  $1 \Omega$ , ce qui fait que la loi d'additivité des tensions de la maille, qui s'écrit littéralement dans le cadre de rationalité de la physique :

$$U_{\text{générateur}} = U_{\text{résistor}} + U_{\text{lampe}} + R_{\text{ampèremètre}} \cdot I$$

devient, dans le cadre de rationalité des mathématiques, et à condition d'utiliser le système d'unités MKSA :

$$\text{mesure}[U_{\text{générateur}}] = \text{mesure}[U_{\text{résistor}}] + \text{mesure}[U_{\text{lampe}}] + \text{mesure}[I] \quad (\text{Relation 1})$$

Cette nouvelle égalité, cohérente avec les règles de rationalité du cadre des mathématiques (due à la valeur numérique très particulière de la résistance interne de l'ampèremètre) ne peut être prise en considération dans le cadre de rationalité des sciences physiques car ne satisfaisant pas aux lois dimensionnelles. Ce choix très particulier est motivé par la volonté de placer ultérieurement l'élève dans une situation permettant de tester la stabilité de ses représentations sur les règles dimensionnelles liées à divers cadres de rationalité. Pour cela :

– les valeurs de la tension aux bornes du générateur ont été ajustées de façon à ce que la tension aux bornes du résistor suive une progression arithmétique (par pas de 5 V) ;

– la proportionnalité entre la tension aux bornes du résistor et l'intensité le traversant (loi d'Ohm) entraîne que la valeur de l'intensité croît aussi régulièrement (raison de 0,05 A).

On propose ensuite aux élèves un nouveau tableau de mesures (tableau 2) obtenues avec le même circuit, mais avec des appareils de mesure légèrement différents (sensibilité, choix des calibres, caractéristiques internes). Les valeurs consignées diffèrent alors légèrement de celles présentées dans le tableau 1.

Groupe de mesures n°	U générateur (V)	U résistor (V)	U lampe (V)	I (A)
1	0	0	0	0
2	5,1	5	0,1	0,05
3	10,8	10	0,8	0,10
4	16,8	15	1,8	0,15
5	23,1	20	3,1	0,20
6	29,6	25	4,6	0,25

Tableau 2 : Deuxième série de mesures de tensions et d'intensités (groupe n° 1)

L'observation attentive des nouvelles mesures révèle qu'elles ne satisfont plus à la surprenante relation I mais qu'elles vérifient néanmoins, comme les mesures du tableau 1, la relation approchée :

$$U_{\text{générateur}} \approx U_{\text{résistor}} + U_{\text{lampe}} \quad (\text{Relation II})$$

Notre choix de présenter ensemble ces deux tableaux de mesures légèrement différentes d'un point de vue numérique, mais conduisant à des « régularités » contradictoires, est fait pour placer les élèves dans une situation déstabilisante permettant de recueillir leurs conceptions de la « loi » ou de la « formule », mais surtout de tester la stabilité de leurs représentations sur l'homogénéité dimensionnelle des grandeurs physiques. Les consignes données aux élèves sont les suivantes :

Compare les valeurs des tableaux de mesures. Qu'en penses-tu ?

Observe bien ces nouvelles valeurs, repère des régularités, et écris toutes les lois que respectent  $U_{\text{générateur}}$ ,  $U_{\text{résistor}}$ ,  $U_{\text{lampe}}$  et I.

En comparant les valeurs des deux tableaux (et qui semblent contradictoires) penses-tu pouvoir affirmer que certaines d'entre elles sont fausses ? Explique ce qui motive ton idée.

#### 4.3. Déroulement de la séance (deuxième version)

Les élèves du groupe n° 2 assistent, eux aussi, à la présentation du montage électrique et aux mesures de tensions et d'intensités mais, par contre, il ne leur est pas demandé de présenter sous la forme la plus claire possible les résultats expérimentaux des séries de mesures, car ces derniers

figurent au verso de leur fiche de recherche sous la forme suivante (tableau 3) :

<b>Premier groupe de mesures</b>			
$U_{\text{générateur}} = 0 \text{ V}$	$U_{\text{résistor}} = 0 \text{ V}$	$U_{\text{lampe}} = 0 \text{ V}$	$I = 0 \text{ A}$
<b>Deuxième groupe de mesures</b>			
$U_{\text{générateur}} = 5,1 \text{ V}$	$U_{\text{résistor}} = 5 \text{ V}$	$U_{\text{lampe}} = 0,05 \text{ V}$	$I = 0,05 \text{ A}$
<b>Troisième groupe de mesures</b>			
$U_{\text{générateur}} = 13 \text{ V}$	$U_{\text{résistor}} = 12 \text{ V}$	$U_{\text{lampe}} = 0,88 \text{ V}$	$I = 0,12 \text{ A}$
<b>Quatrième groupe de mesures</b>			
$U_{\text{générateur}} = 23 \text{ V}$	$U_{\text{résistor}} = 20 \text{ V}$	$U_{\text{lampe}} = 2,80 \text{ V}$	$I = 0,20 \text{ A}$
<b>Cinquième groupe de mesures</b>			
$U_{\text{générateur}} = 34 \text{ V}$	$U_{\text{résistor}} = 28 \text{ V}$	$U_{\text{lampe}} = 5,72 \text{ V}$	$I = 0,28 \text{ A}$

Tableau 3 : **Série de mesures de tensions et d'intensités (groupe n° 2)**

Les consignes sont les suivantes :

Observe très attentivement les groupes de valeurs. Que remarques-tu ?  
 En respectant l'ordre chronologique, détaille le cheminement de ta pensée lorsque tu as observé les divers groupes de valeurs.  
 Que cherchais-tu en observant les valeurs des mesures ? Explique.

Puis, plus tard :

Écris les différentes relations (d'égalité, d'inégalité ou de voisinage, etc.) que respectent  $U_{\text{générateur}}$ ,  $U_{\text{résistor}}$ ,  $U_{\text{lampe}}$  et  $I$ .

Ensuite, une fois que les élèves ont écrit les lois physiques reliant les données expérimentales du tableau 3, on leur propose la consigne suivante :

Tu as peut-être remarqué que dans chaque ligne, la valeur de la première cellule est :

1. d'une part égale à la somme des valeurs de toutes les autres cellules de la ligne ;
2. d'autre part très voisine de la somme des valeurs des deux cellules suivantes.



Par exemple, pour la ligne n° 2, on a :

$$5,1 = 5 + 0,05 + 0,05 \quad \text{et} \quad 5,1 \approx 5,05 \quad (5 + 0,05)$$

Parmi les deux formules suivantes,

$$U_{\text{générateur}} = U_{\text{résistor}} + U_{\text{lampe}} + I \quad \text{et} \quad U_{\text{générateur}} \approx U_{\text{résistor}} + U_{\text{lampe}}$$

laquelle te satisfait le plus et pourquoi ?

Enfin, un travail leur est demandé, dans le but de les faire s'exprimer sur leurs représentations de la proportionnalité, et pour déterminer dans quelle mesure ils sont capables de repérer une relation de proportionnalité entre  $U_{\text{résistor}}$  et  $I$ .

a. *Remarques à propos des consignes*

On peut noter que la formulation des consignes a changé entre les deux groupes pour devenir très vague et ne rappeler ni le vocabulaire du cadre des mathématiques (« régularité », « formule »), ni celui du cadre de la physique (« loi »).

b. *Remarques à propos des valeurs des mesures*

Les caractéristiques des composants du circuit et notamment celles des appareils de mesure ainsi que les valeurs consignées dans le tableau proposé aux élèves ont été choisies de façon identique pour les deux groupes. Cependant, l'observation attentive du nouveau tableau de mesures révèle que les valeurs de la tension  $U_{\text{résistor}}$  et de l'intensité  $I$  ne sont plus en progression arithmétique.

## 5. ANALYSE DES PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

Notre analyse des productions d'élèves s'articule autour de trois thèmes :

– le premier de ces thèmes est relatif au choix spontané de cadre de rationalité (mathématique ou physique) fait par l'élève pour projeter les observables que sont les résultats expérimentaux. Il est fortement connecté au problème de la nature dimensionnelle des quantités physiques, ou a-dimensionnelle des nombres mathématiques ;

– le deuxième thème est celui de la transportabilité d'un concept (ici, le concept de proportionnalité) d'un cadre à l'autre ;

– enfin, le dernier thème est celui de la différence de nature des règles de validation propres aux cadres de rationalité physique et mathématique.

## 5.1. Choix spontané d'un cadre de rationalité

### 5.1.1. Présentation des données expérimentales

Alors que plusieurs types de présentations des résultats étaient possibles, c'est le registre des tableaux qui a été majoritairement employé par les élèves (7/12) du groupe n° 1. Très peu nombreux (2/12) sont ceux qui ont recours à des listes mais la mise en page employée laisse encore penser à une mise en colonne des données. La justification du choix du tableau, lorsqu'elle est exprimée, fait référence à la « *précision* » (?) et à la nature courante de l'utilisation de ce mode de présentation.

« *Tout le monde sait lire un tableau et c'est précis* » (Cécile).

Les autres élèves (3/12) ne respectent pas la consigne et cherchent tout de suite des régularités dans l'ensemble des nombres fournis. Cette prédominance du choix du registre tableau nous incitait à penser que la disposition des données expérimentales pousserait les élèves à les comparer comme des nombres et non comme des quantités physiques. C'est effectivement ce que nous avons constaté.

« *Dans un tableau, les résultats sont alignés. Ainsi, on peut les comparer* » (Benoît).

Le choix systématique, mais implicite, du cadre de rationalité des mathématiques au dépend du cadre de la physique a alors entraîné une disparition massive de renseignements relatifs à la nature physique des grandeurs mesurées, soit par l'oubli des unités, soit par l'absence de titres de colonnes et/ou de lignes du tableau. Ainsi, seulement deux élèves conservent, dans leur présentation, toutes les données physiques correspondant aux mesures (nature de la grandeur mesurée et unité). Le premier organise les données en regroupant sur une même ligne les quatre mesures correspondant à une valeur donnée de la tension aux bornes du générateur, en précisant les unités et en indiquant bien, en tête de colonne, la grandeur mesurée, et, en tête de ligne, le groupe de mesures. Une couleur différente est même affectée aux grandeurs (rouge pour les trois tensions, vert pour l'intensité). C'est pourtant lui qui invoque l'influence favorable de l'alignement sur la comparaison des données, preuve que la prise de conscience de la nature dimensionnelle des quantités physiques n'implique pas l'impossibilité de les comparer. Pour présenter les résultats des mesures, le deuxième élève combine schéma et tableau sans unité ni titres de colonnes, mais en couplant par une flèche chaque colonne au symbole, sur le schéma, de l'appareil de mesure correspondant. Bien qu'implicites, les informations relatives aux mesures (grandeur mesurée et unité) ne sont donc pas perdues pourvu que le lecteur du tableau soit capable de coupler

grandeur physique et unité correspondante (ce qui était le cas de tous les élèves de cette classe). L'élève confirme cela en affirmant :

« *Quand je relirai le tableau, je comprendrai tout grâce au circuit* » (Christophe).

Tous les autres élèves ayant eu recours à une présentation de type tableau oublient, soit partiellement, soit totalement, d'indiquer les grandeurs mesurées et/ou les unités. Ainsi, au cours de la saisie de l'information par les élèves, la perte de renseignements sur la nature et/ou la dimension des grandeurs mesurées s'effectue de la façon suivante :

- perte totale d'information pour 6/12 élèves ;
- perte partielle d'information pour 2/12 élèves ;
- perte partielle d'information pour une élève à cause d'une erreur (intensité mesurée en volts).

Parmi les élèves qui ont perdu toute l'information dimensionnelle, on retrouve tous ceux (4/6) qui n'ont pas eu recours au tableau (ou à une forme approchée), et en particulier tous ceux qui sont passés directement par le registre algébrique pour rechercher des lois d'additivité régissant les valeurs numériques, sans travail de présentation des données sur leur fiche de recherche (3/3). Le passage direct de l'espace de réalité au registre algébrique par la recherche immédiate de lois semble donc fortement corrélé à une perte totale d'informations dimensionnelles. Notons enfin que les seuls élèves ayant fait référence au dispositif expérimental (3/12) sont aussi les seuls à expliciter l'intérêt du tableau (bien qu'un seul d'entre eux ait conservé toute l'information dimensionnelle). La simple opération de lecture et de présentation des observables que sont les *digits* d'appareils de mesure en fonctionnement dans un circuit peut donc se faire dans des registres différents (tableau, algébrique, etc.) et dans des cadres différents de rationalité (cadre personnel de la physique ou des mathématiques), mais la grande majorité des élèves fait le choix de projeter les observables dans le cadre mathématique (avec une prédominance du registre des tableaux), ce qui se traduit par une perte de l'information sur les grandeurs mesurées et en particulier sur les unités. La référence au dispositif expérimental, et donc à l'espace de réalité, est ainsi perdue avant tout traitement des données.

### **5.1.2. Anticipation sur le traitement des données**

À la question « *as-tu une idée de ce que l'on va te demander de faire de ces résultats ?* », les élèves du groupe n° 1 semblent indiquer, dans leur grande majorité (11/12), que la présentation des résultats doit être suivie d'un traitement. En particulier, presque tous ceux qui ont proposé

une présentation des résultats des mesures (7/9) s'attendent à utiliser leur dispositif de présentation plutôt que les données brutes du transparent sur lequel figurent pourtant toutes les informations relatives aux mesures. Plusieurs élèves (8/12) proposent de comparer ou d'additionner les nombres pour chercher à « vérifier ». Parmi eux se trouvent les trois élèves qui n'ont pas respecté la consigne de présentation des résultats et qui sont passés directement à la recherche d'une « loi ». Enfin, et surtout, il faut noter que les termes tension, intensité, volt, ampère, générateur, résistor, lampe, etc. disparaissent presque totalement du discours des élèves au moment de leur argumentation. Ainsi, rares (3/12) sont les élèves qui utilisent au moins un mot du vocabulaire du cadre culturel de la physique. Ce sont d'ailleurs ces mêmes élèves qui relient dans leurs explicitations les données numériques et le dispositif expérimental.

« On va me demander de chercher une relation entre les résultats mais aussi de voir si l'augmentation des valeurs entraîne que la lampe va plus ou moins s'éclairer » (Cécile).

« On va me demander d'expliquer pourquoi les mesures sont différentes entre la lampe, le résistor et l'ampèremètre, alors que le générateur fournit une tension appropriée aux divers éléments du circuit » (Coralie) (noter la confusion entre tension et intensité).

« On va me demander de faire un tableau de proportionnalité entre la tension de la pile et des autres éléments, et l'intensité » (Benoît).

Le choix du cadre de rationalité des mathématiques est donc perceptible jusque dans le vocabulaire employé, c'est-à-dire dans le registre de la langue naturelle.

### **5.1.3. Recherche de régularités dans le tableau de mesures**

Cette étape, préalable à l'activité de recherche de lois entre les quantités physiques mesurées devait permettre d'identifier les procédures suivies par les élèves pour repérer des régularités dans un ensemble de mesures. L'hypothèse *a priori* d'une dérive spontanée vers le cadre des mathématiques nous laissait augurer un repérage massif de lois numériques sans qu'aucune attention ne soit portée à la grandeur des quantités mesurées. Ainsi, outre la relation de proportionnalité entre la tension aux bornes du résistor  $U_{\text{résistor}}$  et l'intensité  $I$  du courant le traversant (loi d'Ohm), le choix des valeurs du tableau 1 nous portait à attendre la relation  $I$  :

$$\text{mesure } [U_{\text{générateur}}] = \text{mesure } [U_{\text{résistor}}] + \text{mesure } [U_{\text{lampe}}] + \text{mesure } [I] \quad (\text{Relation } I)$$

(mais présentée de manière moins élégante par confusion des mesures avec les quantités mesurées). Nous nous attendions aussi à ce que les

élèves remarquent les évolutions des quantités aussi bien d'un groupe de mesures à un autre (dus à l'augmentation de la valeur de la tension aux bornes du générateur) qu'à l'intérieur d'un groupe de mesures (classement comparatif des valeurs des tensions et de l'intensité). Par contre nous ne comptons pas que soient spontanément proposées des relations de voisinage telles que la loi approximative d'additivité des tensions :

$$U_{\text{générateur}} \approx U_{\text{résistor}} + U_{\text{lampe}} \quad (\text{Relation II})$$

En fait, les réponses des élèves diffèrent assez d'un groupe à l'autre et cela est dû au fait que, pour cette phase d'ingénierie, trois variables didactiques varient simultanément :

- la formulation de la consigne et en particulier l'usage ou non du mot « régularité »,
- la présentation des résultats sous forme soit d'un tableau, soit d'une liste,
- et les valeurs des mesures (progression régulière ou non des valeurs de la tension  $U_{\text{résistor}}$  et de l'intensité  $I$ ).

Les deux premières variables didactiques semblent n'avoir eu qu'un effet très limité confirmé par les remarques des élèves au cours du mini-débat. Par contre, la troisième va jouer un rôle parasite plus important sur lequel nous reviendrons en détail plus loin car il n'influe fortement que sur la découverte de la loi de proportionnalité entre  $U_{\text{résistor}}$  et  $I$ . Ainsi, aucun élève des deux groupes ne relève que les valeurs dans un même groupe de mesures (ou sur une même ligne) satisfont la relation :

$$\text{mesure } [U_{\text{générateur}}] = \text{mesure } [U_{\text{résistor}}] + \text{mesure } [U_{\text{lampe}}] + \text{mesure } [I] \quad (\text{Relation I})$$

que nous nous attendions pourtant à trouver massivement. Nous verrons que ce n'est qu'ultérieurement que cette relation apparaîtra aux élèves. Leurs autres observations peuvent être classées en trois types :

- relations d'inégalité (4/23) :

$$\text{« } U_{\text{générateur}} > U_{\text{résistor}} \text{ »}$$

$$\text{« } U_{\text{résistor}} > U_{\text{lampe}} \text{ »}$$

$$\text{« } U_{\text{lampe}} > I \text{ » ;}$$

- relations de voisinage (2/23) :

$$\text{« } U_{\text{générateur}} \approx U_{\text{lampe}} \text{ »}$$

$$\text{« } U_{\text{lampe}} \approx I \text{ » ;}$$

- relations d'évolution (6/23) :

$$\text{« Quand } U_{\text{générateur}} \text{ augmente, alors } U_{\text{résistor}}, U_{\text{lampe}} \text{ et } I \text{ augmentent aussi » .}$$

On constate que les élèves proposent des relations, sans se soucier particulièrement des règles d'homogénéité dimensionnelle spécifiques de la rationalité du cadre de la physique. Les réponses écrites dans les fiches de recherche et les commentaires formulés pendant le mini-débat confirment cette insouciance quasi générale aussi bien face aux grandeurs des quantités mesurées qu'aux unités qui accompagnent les valeurs numériques des mesures. Ainsi, nombreux (10/12) sont les élèves du groupe n° 1 qui, lorsqu'ils recherchent des régularités dans le tableau 1 des mesures, qui indiquait pourtant très clairement pour chaque colonne la grandeur mesurée et l'unité associée, omettent les mots « tension » ou « intensité » :

- « *Je vois une régularité du résistor* » (Ragina) ;
- « *La lampe et l'ampère donnent des valeurs proches* » (Souad) ;
- « *Générateur > résistor > lampe > intensité* » (Anta).

De même, lorsqu'ils veulent indiquer que la tension aux bornes du résistor progresse entre chaque groupe de mesures de 5 V (idem pour la progression de l'intensité de 0,05 A), presque tous les élèves (9/10) n'indiquent, à aucun moment, d'unité :

« *Le résistor augmente de 5 en 5 et l'intensité de 0,05 en 0,05* » (Christophe).

Le même type de comportement est constaté avec les élèves du groupe n° 2 :

- « *La valeur qui passe aux bornes du résistor est toujours supérieure à la lampe* » (Farid) ;
- «  *$U_{\text{lampe}}$  est toujours supérieur à I* » (Naouel).

Lorsque, exceptionnellement, les unités sont conservées, on note un malaise pour exprimer les observations :

- « *Lorsque le volt est transformé en ampère, la valeur de U se divise par 100 ; exemple :  $20 \text{ V} : 100 = 0,20 \text{ A}$*  » (Naouel) ;
- « *Pour convertir les volts en ampère, il suffit de diviser par 100* » (Hafida).

Ainsi, la majorité des élèves du groupe n° 2 perd l'information dimensionnelle contenue dans les données expérimentales, soit totalement (5/11), soit de façon partielle (2/11). Il ne faudrait pas croire pour autant que, parmi les élèves restants, les observations soient satisfaisantes. Par exemple, deux élèves n'arrivent à formuler que l'observation suivante :

« *Dans les trois premières colonnes, les valeurs sont exprimées en volts, alors que dans la dernière elles sont exprimées en ampères* » (Noémie).

En conclusion, nous pouvons affirmer que l'oubli de toute information dimensionnelle, déjà constaté dans le relevé et la présentation de résultats expérimentaux (première phase du prélèvement d'émergence) se retrouve encore lors de l'activité d'observation d'un ensemble de données dimensionnées. Cet oubli systématique ne peut donc plus être considéré comme tel et nous devons admettre que le traitement des données expérimentales du registre des tableaux se fait dans le cadre mathématique.

#### **5.1.4. Commentaires sur la stratégie de recherche**

Seuls les élèves du groupe n° 2 étaient invités à expliciter par écrit leur stratégie d'observation de données expérimentales. On apprend ainsi que, pour les élèves ayant repéré des lois numériques, la stratégie la plus couramment employée (4/7) consiste à comparer d'abord les nombres d'une même colonne avant de regarder ligne par ligne. L'élève s'intéresse donc d'abord aux diverses valeurs d'une même grandeur physique, ce qui révèle qu'il n'a pas compris que le choix des valeurs d'une même colonne est fixé arbitrairement par l'expérimentateur au cours du réglage du générateur. Les élèves commencent souvent par rechercher dans le tableau des nombres égaux, puis des propriétés d'additivité et enfin des relations de proportionnalité. Une analyse du vocabulaire employé révèle un emploi majoritaire des mots « nombres » et « chiffres » au dépend des mots « tension », « intensité » ou « mesure » du cadre de la physique. Ainsi, au delà d'informations sur leur façon de lire les données contenues dans un ensemble structuré, nous avons encore confirmation que les élèves ont une lecture exclusivement numérique de ces données. Tensions et intensités perdent leur identité et, si les mots qui les désignent apparaissent quelques fois, ce n'est que par pure raison de commodité, pour identifier la colonne concernée par leurs observations. Certains n'hésitent d'ailleurs pas à exprimer les limites de l'activité demandée en affirmant :

« *Je voyais dans ce tableau des valeurs qui n'avaient aucune signification* » (Maguy).

#### **5.1.5. Passage des régularités numériques aux lois physiques**

Un des buts de cette deuxième phase de prélèvement d'émergence était d'étudier, par ses productions, l'activité de l'élève cherchant à proposer des lois physiques après avoir découvert des régularités numériques dans un ensemble de données expérimentales. Comme le constatent Robardet & Guillaud (1997), cette étape de nature inductive est fréquemment employée dans l'enseignement de la physique au collège et au lycée, et elle peut conduire à des dérives qui mettent en évidence la dualité de la démarche inductiviste. En effet, pour Joshua, « *la relation à l'expérimental est*

*massivement présente dans l'enseignement secondaire de la physique, mais ce rapport est essentiellement ambigu. Il est profondément marqué par l'inductivisme, lequel est à la fois une option épistémologique concernant la physique, et une option pédagogique proprement dite* » (Joshua, 1989, p. 29). Notre objectif de recherche étant de tester *in situ* un modèle permettant l'analyse des processus de conceptualisation, nous avons retenu aussi cette démarche inductive pour pouvoir « coller à la réalité des pratiques de classe ». Néanmoins, d'importantes différences ont été introduites dans le déroulement de la séquence par rapport au fonctionnement usuellement mis en œuvre, car la stratégie d'ingénierie impose de privilégier les seules options pédagogiques qui peuvent conduire à une optimisation du recueil d'informations à visée de recherche. Dit en d'autres termes, nous avons choisi de mettre l'élève dans une situation d'inductivisme épistémologique en évitant, de notre part, tout inductivisme pédagogique.

L'étape demandée aux élèves était donc la dernière d'une succession que nous avons modélisée de façon simpliste ainsi :

– relevé des mesures (passage de l'espace de réalité au registre numérique du cadre mathématique) ;

– recherche de régularités numériques (traitement dans le registre numérique du cadre mathématique) ;

– formulation de lois (passage du registre numérique du cadre mathématique au registre analytique du cadre physique). À ce propos, on notera que des recherches ont déjà été menées, aussi bien en didactique des mathématiques qu'en didactique de la physique, sur les problèmes liés au passage d'un ensemble discret de données numériques à une expression analytique, mais qu'aucune d'elles ne repose sur une analyse en termes de changement de cadre et/ou de registre sémiotique.

Ayant eu confirmation que les élèves avaient fonctionné, jusqu'à cette étape, dans le registre numérique du cadre mathématique, la formulation de la loi demandait de leur part des changements simultanés de registre et de cadre. La première observation que nous pouvons tirer des productions d'élèves et des commentaires oraux formulés pendant le mini-débat qui a suivi, est le constat d'une confusion entre les « régularités » numériques et les « lois » physiques. Nous reviendrons sur ce point dans le paragraphe traitant de la procédure inductive d'élaboration des lois dans le cadre de la physique. La deuxième observation obtenue à partir des fiches de recherche traduit le fait que les lois proposées ne correspondent pas forcément aux observations numériques sur les mesures. Ainsi, seules les égalités sont considérées comme pouvant conduire à des lois. On se retrouve donc avec une majorité d'élèves (9/12) écrivant la relation littérale suivante :



$$U_{\text{générateur}} = U_{\text{résistor}} + U_{\text{lampe}} + I$$

alors qu'aucune relation littérale d'inégalité ou de voisinage n'est proposée. De plus, une régularité du type progression arithmétique des valeurs de la tension  $U_{\text{résistor}}$  ou de celles de l'intensité  $I$  ne leur paraît pas pouvoir conduire à une loi, non pas parce qu'elle n'est pas une règle reliant des quantités physiques différentes entre elles, mais parce qu'elle ne leur semble pas pouvoir s'écrire sous une forme algébrique familière (addition, multiplication, rapport). Enfin, la phase (menée de façons très différentes d'un groupe à l'autre) de comparaison des relations :

$$U_{\text{générateur}} = U_{\text{résistor}} + U_{\text{lampe}} + I \quad \text{et} \quad U_{\text{générateur}} \approx U_{\text{résistor}} + U_{\text{lampe}}$$

a conduit les élèves à affirmer leur préférence pour l'égalité stricte. Parmi les justifications de ce choix, on trouve, de façon massive, une remarque sur la hiérarchie entre les égalités exactes ou approximatives :

« *La première loi est la meilleure parce qu'on a un signe = alors que l'autre n'est qu'une loi approximative* » (Maggy).

Le mot précis revient souvent :

« *Une formule pas précise n'est pas juste* » (Hajera).

De nombreux élèves justifient aussi leur choix en affirmant que la formule la meilleure est celle qui n'oublie aucune des données proposées par l'enseignant :

« *On doit utiliser toutes les valeurs car sinon, ce n'est pas la peine de les mettre dans le tableau* » (Frédéric).

Il s'agit ici de la manifestation d'un problème de contrat didactique déjà repéré, notamment en mathématiques, et l'on pense immédiatement à « l'âge du capitaine » (Baruk, 1985). Quelques rares élèves invoquent enfin des raisons physiques mais qui dénotent toujours une confusion entre les objets de l'espace de réalité et les quantités physiques :

« *La tension du générateur est égale à la somme des autres parce que  $U_{\text{résistor}}$ ,  $U_{\text{lampe}}$  et  $I$  sont en série* » (Hajera).

D'autres, qui ont mémorisé des connaissances d'électricité, essaient de les appliquer en se heurtant à des difficultés dimensionnelles liées à une distinction insuffisante des grandeurs physiques tension et intensité :

« *La tension du générateur est égale à la somme des autres tensions. Je ne suis pas arrivée à convertir  $I$*  » (Nadia).

Enfin, les réponses orales des élèves laissent penser que le fait que  $U_{\text{résistor}}$ ,  $U_{\text{lampe}}$ ,  $U_{\text{générateur}}$  et  $I$  varient simultanément implique de les faire intervenir dans une seule et même relation.

Comme on peut le constater, les raisons liées à la différence de nature dimensionnelle des objets des cadres de rationalité des mathématiques et de la physique sont totalement absentes du discours permettant la discrimination de lois physiques à partir de relations numériques. Cet état de fait repose sur la supposition implicite, de la part des élèves, d'un homomorphisme des registres et d'une transportabilité des relations d'un cadre de rationalité à l'autre. Ainsi, les critères qui permettraient de valider une loi dans le cadre de la physique sont des critères de hiérarchisation des relations du cadre des mathématiques.

### ***5.1.6. Conclusion à propos de la dimensionnalité des données numériques***

Lorsque, en cours de sciences physiques, l'enseignant propose à ses élèves un ensemble de mesures (la plupart du temps présenté sous forme de tableau), en leur demandant de rechercher des propriétés que respecteraient ces données expérimentales, il apparaît entre lui et ses élèves un malentendu dont aucun des acteurs n'est réellement conscient et que révèlent ces premiers résultats de notre travail de recherche, fondé sur une analyse du fonctionnement de la classe, en termes de cadre de rationalité. En effet, pour le maître, les données expérimentales sont des quantités physiques et non des mesures, c'est-à-dire qu'il affecte à chaque nombre (la mesure) une grandeur associée (souvent abusivement confondue avec une unité). L'enseignant se situe donc implicitement et de façon absolument inconsciente dans le cadre de la physique. Or ce cadre est régi par des règles de rationalité propres, dont la compatibilité dimensionnelle. Il sait donc que les mesures qu'il propose à ses élèves ne peuvent pas être traitées n'importe comment, et en particulier comme des nombres. De leur côté, les élèves considèrent les mesures consignées dans le tableau comme des données purement numériques, c'est-à-dire qu'ils se placent, pour leur recherche, dans le cadre didactique des mathématiques dont la rationalité est bien différente de celle du cadre culturel des sciences physiques. Ils supposent implicitement que toute propriété régissant ces nombres pourra être transposée telle quelle dans le cadre physique pour établir des lois liant les quantités physiques mesurées par ces nombres. La transparence entre cadre étant donc implicitement acceptée comme postulat de travail par le maître et ses élèves, c'est sur la sélection des registres que se porte l'attention des élèves. Cette analyse, construite sur une séance faisant intervenir le seul registre des tableaux, écriture symbolique et langue maternelle, est confirmée par les résultats de la suite de l'expérimentation (Malafosse et al., à paraître) où intervient aussi le registre graphique.

## 5.2. Importation du concept de proportionnalité dans le cadre de la physique

### 5.2.1. Anticipation sur le traitement des données

Dès le début des activités de recherche, les élèves du groupe n° 1 étaient confrontés au problème de la proportionnalité. Cependant, à la question « *as-tu une idée de ce que l'on va te demander de faire de ces résultats ?* », rares sont ceux qui pensent qu'on va leur demander de chercher une loi de proportionnalité (2/11) ou qu'on va leur faire construire un graphique (2/11). Deux d'entre eux se distinguent par leur capacité d'anticipation. Ainsi, Frédéric, qui a présenté les résultats des mesures alignés sous forme de série, suggère la recherche de règles de proportionnalité :

*« Je pense que l'on va nous demander de comparer les résultats pour savoir s'ils sont dans des rapports égaux. Ainsi on aura un moyen pour trouver un nombre manquant »* (Frédéric).

Benoît, qui avait proposé une présentation parfaite sous forme de tableau, va même plus loin en affirmant :

*« On va me demander de faire un tableau de proportionnalité... »* (Benoît),

mais surtout il dessine sur sa copie un repère cartésien où sont indiquées en abscisse l'intensité et en ordonnée une tension (celle aux bornes de la pile).

### 5.2.2. Recherche de régularités dans le tableau de mesures

Les valeurs des données expérimentales proposées aux élèves et consignées dans les tableaux 1 et 3 étaient telles que nous nous attendions au repérage massif des deux relations suivantes :

$$\text{mesure } [U_{\text{générateur}}] = \text{mesure } [U_{\text{résistor}}] + \text{mesure } [U_{\text{lampe}}] + \text{mesure } [I] \quad (\text{Relation I})$$

$$\text{mesure } [U_{\text{résistor}}] = 100 \cdot \text{mesure } [I] \quad (\text{Relation III})$$

cette dernière correspondant à la relation de proportionnalité entre la tension aux bornes du résistor  $U_{\text{résistor}}$  et l'intensité  $I$  du courant le traversant (loi d'Ohm). Or, les réponses données par les élèves diffèrent fortement d'un groupe à l'autre. Cela est dû au rôle parasite important joué par la troisième variable didactique relative aux valeurs de  $U_{\text{résistor}}$  et de  $I$ . En effet, les élèves du groupe n° 1 disposent de valeurs plus particulières que celles proposées au groupe n° 2, puisque la tension aux bornes du résistor, et donc l'intensité du circuit, croissent suivant une progression arithmétique (voir tableaux 1

et 3). On note ainsi que presque tous les élèves (10/12) du premier groupe repèrent dans le tableau n° 1 que  $I$  augmente par pas de 0,05 et autant, mais pas toujours les mêmes, relèvent que la tension  $U_{\text{résistor}}$  varie de 5 en 5. Bien sûr, cette remarque ne peut être faite par les élèves du groupe n° 2 qui disposent, pour leur part, des valeurs du tableau n° 3 qui ne présentent pas cette particularité. Le repérage de cette propriété par les élèves du groupe n° 1 semble avoir fortement perturbé, voire empêché, leur éventuelle découverte de la loi d'Ohm. En effet, ils ne sont que très peu (2/12), dans ce groupe, à noter la relation de proportionnalité entre  $U_{\text{résistor}}$  et  $I$ , alors qu'ils sont majoritaires (7/11) dans l'autre groupe. Les remarques écrites et orales des élèves confirment que cet écart est dû au fait que leur attention parasitée a été orientée vers les progressions régulières des valeurs de  $U_{\text{résistor}}$  et  $I$ , sans qu'ils les mettent en relation entre elles. Ainsi, alors que nous avons volontairement choisi des valeurs de  $U_{\text{résistor}}$  et de  $I$  afin que les élèves repèrent des progressions régulières simultanées de ces deux grandeurs et découvrent ainsi plus aisément un lien entre elles, c'est l'effet inverse qui a été obtenu.

### **5.2.3. Commentaires sur la stratégie de recherche**

Les élèves indiquent souvent qu'ils commencent par rechercher, dans un tableau, des nombres égaux, puis des propriétés d'additivité et enfin des relations de proportionnalité, mais il semble que leurs stratégies soient influencées par le vocabulaire employé dans la formulation des consignes. Ainsi, pour les élèves du groupe n° 1, qui ont pu expliciter leur démarche de recherche de régularités pendant le mini-débat, le sens du mot « régularité » qui avait nécessité un bref commentaire en début d'activité a pu être affiné. Pour eux, il y a régularité si, à l'aide des données numériques proposées, on peut retrouver la valeur d'une donnée manquante. Selon cette proposition, il devient évident que la progression de l'intensité par pas de 0,05 A est une régularité. L'élève est en effet persuadé de pouvoir prédire que l'intensité pour le prochain groupe de mesures sera de 0,3 A, alors qu'on sait bien que toutes les valeurs d'un nouveau groupe de mesures sont fixées arbitrairement par le choix de la tension délivrée par le générateur. Ces mêmes élèves affirment avoir recherché d'abord des régularités verticales, en regardant la progression des valeurs d'une même colonne, puis horizontale en comparant les valeurs d'une même ligne et en découvrant une loi d'additivité. Invités à proposer d'autres types de régularités que les progressions arithmétiques et les relations d'additivité, ils découvrent, tardivement pour la plupart, que la proportionnalité peut être considérée comme une régularité et que le tableau est d'ailleurs souvent un outil utilisé pour mettre en évidence une relation de proportionnalité. Malheureusement, comme nous le verrons plus loin, leur conception de la proportionnalité

semble limitée au produit en croix et ils paraissent incapables de mettre en application cette technique lorsqu'ils disposent de plus de quatre données numériques. En particulier, la presque totalité du groupe (10/12) ne voit pas de lien entre la proportionnalité et la comparaison des valeurs des deux colonnes  $U_{\text{résistor}}$  (V) et I (A).

#### 5.2.4. Formulation de la loi d'Ohm

En grande partie à cause de la progression arithmétique des valeurs de la tension  $U_{\text{résistor}}$  et de l'intensité I, le passage du repérage d'une régularité de type proportionnalité entre  $U_{\text{résistor}}$  et I à la formulation littérale conduit un seul des 12 élèves du groupe n° 1 à une expression de la loi d'Ohm sous la forme :  $I = U_{\text{résistor}} / 100$ .

De leur côté, les élèves du groupe n° 2 sont en grande majorité (9/11) capables d'écrire correctement la loi littérale sous la forme :  $U_{\text{résistor}} = 100 \cdot I$ .

Pourtant une grande prudence doit être de mise dans l'interprétation de ce dernier résultat. En effet, il ne semble pas évident que les élèves interprètent bien cette relation littérale comme une relation de proportionnalité entre  $U_{\text{résistor}}$  et I, car à la question :

Cette formule correspond-elle à une relation de proportionnalité ? Pourquoi ?

ils sont peu nombreux (6/10) à répondre par l'affirmative. Parmi eux, aucun, dans ses explications, n'a recours aux mots « tension » et « intensité ». Par contre, presque tous (5/6) justifient leur réponse en évoquant un « coefficient » :

- « *Oui, parce qu'ils ont le même coefficient* » (Hafida) ;
- « *Ils ont le même coefficient. C'est donc une conversion et je sais qu'une conversion est une relation de proportionnalité* » (Hajera).

Cette absence, déjà constatée, de référence au cadre de la physique nous a poussés à sonder les élèves sur leurs représentations de la proportionnalité. Pour ce faire, un enseignant de mathématiques de l'équipe de recherche a dirigé deux mini-débats sur ce thème, suivis d'entretiens (voir un extrait présenté en annexe). Ils permettent de mesurer les difficultés rencontrées par les élèves, qui, bloqués dans le registre numérique qu'ils couplent abusivement au cadre mathématique, ne parviennent que difficilement à situer les nombres qu'ils manipulent dans le cadre de rationalité dans lequel ils ont un sens, celui de la physique. De plus, ils confirment que le concept de proportionnalité n'est pas structuré à l'intérieur même du cadre mathématique. En particulier, l'existence d'un coefficient

de proportionnalité conçu comme le facteur multiplicatif permettant de passer d'un ensemble ordonné de nombres à un autre ensemble ordonné de nombres de même cardinal n'est pas connecté à la fonction linéaire. Ce même coefficient de proportionnalité n'est pas conçu comme opérationnel dans la technique du produit en croix. Enfin, cette technique semble limitée à la seule vérification de la proportionnalité appliquée à un ensemble de quatre nombres et jamais plus.

### **5.2.5. Conclusion à propos du transport du concept de proportionnalité**

Dans l'étude de la loi d'Ohm, l'enseignant de sciences physiques fait traditionnellement référence, auprès de ses élèves, au concept de proportionnalité du cadre mathématique car il pense que le passage d'un cadre à l'autre permettra de structurer le concept de résistance par l'entremise du concept de proportionnalité. Or les résultats de notre expérimentation indiquent clairement que, dans le seul cadre de rationalité des mathématiques, la trame conceptuelle de la proportionnalité repose sur plusieurs registres et que les congruences inter-registres qui devraient lui donner un sens ne sont pas forcément construites. En particulier la constance du rapport des couples de nombres ne semble pas liée fortement à l'application linéaire, le coefficient de proportionnalité n'étant pratiquement jamais interprété comme le nombre « a » de la relation fonctionnelle  $y = a.x$ . Le concept de proportionnalité / linéarité du cadre des mathématiques est donc un concept éclaté. Par ailleurs, la différence de rationalité entre les cadres culturels mathématique et physique, notamment du point de vue dimensionnel impose la plus grande prudence au sujet d'une présentation trans-cadre de la proportionnalité. En effet, les mini-débats révèlent que l'élève de troisième qui considère sans peine le rapport de deux nombres du cadre mathématique rencontre d'importantes difficultés pour interpréter le rapport de deux quantités physiques de grandeurs différentes. Il ne faudrait pas en déduire naïvement que cela n'est dû qu'à un manque de pratique et que l'expérience scolaire lui permettra de manipuler les volts par ampère avec autant d'aisance que les kilomètres par heure ou que des nombres sans dimensions. À cela, plusieurs raisons liées à la structure des théories physiques et identifiées par les théories de l'analyse dimensionnelle, mais dont la complexité peut être mise en évidence par les questions suivantes :

- les théories physiques permettent-elles de faire le rapport de n'importe quelles grandeurs physiques ?
- le rapport de deux grandeurs physiques a-t-il toujours un sens et conduit-il à une grandeur mesurable ?

– pourquoi la rationalité de la physique permet-elle de faire des rapports de quantités physiques de grandeurs différentes et pas des sommes par exemple ?

D'autres questions viennent aussi à l'esprit si l'on rapproche les cadres de rationalité du sens commun et de la physique. Par exemple :

– la rationalité du sens commun, qui permet aussi de faire des rapports de grandeurs différentes comme le prix par kilogramme de pommes de terre, le rendement à l'hectare ou le PNB par habitant, satisfait-elle les règles dimensionnelles de la rationalité de la physique ?

– est-ce que cela a un sens de parler du rapport du poids d'un individu à sa taille ? Pourquoi ? Etc.

Toutes ces questions ne sont pas simples, et il faut donc admettre que la proportionnalité des mathématiques par sa nature a-dimensionnelle évacue un grand nombre de difficultés que la physique doit gérer. Le transport du concept de proportionnalité dans le cadre de la physique impose donc un travail réflexif sur quelques règles dimensionnelles caractéristiques de la rationalité des sciences physiques. Ainsi, la parcellisation de la notion de proportionnalité du cadre des mathématiques d'une part, et sa non transportabilité dimensionnelle du cadre des mathématiques à celui de la physique d'autre part, constituent deux obstacles majeurs à la construction du concept de résistance dans sa globalité :

– en tant que rapport constant de valeurs particulières de la tension et de l'intensité ;

– en tant que coefficient de proportionnalité entre les grandeurs  $U$  et  $I$  conçues comme variables continues, et, *a fortiori*, comme nous le verrons dans la troisième séance de cette séquence d'ingénierie didactique (Malafosse et al., à paraître), en tant que pente de la caractéristique du dipôle.

### **5.3. Nature des règles de validation des cadres de rationalité de la physique et des mathématiques**

La démarche traditionnellement mise en œuvre au collège comme au lycée pour établir la loi d'Ohm consiste à induire, à partir d'un nombre limité de couples de valeurs, la relation analytique entre les fonctions  $U$  <sup>résistor</sup> et  $I$ . L'apprenti physicien est donc invité par le maître à interpoler et à extrapoler pour passer d'un ensemble discret à un continuum. Cette même démarche est absolument proscrite du cours de mathématiques où la logique déductive prévaut. On passe de la relation fonctionnelle à la détermination d'éléments respectant la relation. Par exemple, le passage du registre de

l'écriture formelle au registre numérique conduit à déterminer des couples de nombres proportionnels à partir d'une relation fonctionnelle de type linéaire. Il est bien sûr possible de vérifier si des couples satisfont à la relation fonctionnelle mais cette dernière est connue *a priori*. De même, lors du passage du registre de l'écriture formelle au registre graphique, on détermine l'appartenance d'un point du plan à une droite en vérifiant que les coordonnées du point respectent la relation fonctionnelle de linéarité, mais on ne construit pas une droite à partir de plus de deux points !

L'enseignant de physique semble donc se permettre des « fantaisies » que s'interdit l'enseignant de mathématiques. En réalité, les règles de validation de ces deux cadres de rationalité diffèrent mais ne peuvent être jugées hors de leur domaine de rationalité. La démarche déductiviste est liée au caractère axiomatique des mathématiques, alors que la démarche inductiviste est liée au caractère expérimental de la physique. Pour contrôler la marge de liberté laissée par la démarche inductiviste, les sciences expérimentales se dotent d'éléments de rationalité, de règles de validation, qui leur sont propres et qui permettent de valider ou d'invalider des modèles et des théories. Elles construisent des théories adaptatives et donc évolutives.

Le problème didactique que posent nos travaux est relatif à l'influence de la différence de ces règles de validation (d'un cadre de rationalité à l'autre) sur la pertinence du transport de certains concepts fortement liés à ces éléments de rationalité, comme c'est le cas pour le concept de proportionnalité/linéarité des mathématiques, ce qui revient à poser la question suivante : est-il raisonnable de transporter le concept de proportionnalité/linéarité des mathématiques, concept fondé sur des règles de validation de type déductiviste, dans le cadre de rationalité de la physique à propos d'une activité expérimentale de type inductiviste ? Nos travaux ne nous permettent pas, pour l'instant, d'y répondre, mais des éléments de réponse existent, notamment dans l'analyse du comportement des élèves dans l'activité de tracé d'une droite expérimentale et de détermination de son coefficient directeur à partir d'un ensemble de points non exactement alignés, ou dans l'activité de détermination expérimentale d'un coefficient de proportionnalité à partir d'un ensemble de couples de valeurs expérimentales non exactement proportionnelles.

Pour notre part, nous avons mis provisoirement ce problème de côté en postulant que le fait de choisir comme valeurs expérimentales des nombres respectant exactement la règle de proportionnalité n'induisait pas chez les élèves de phénomènes parasites dus aux différences de nature des règles de validation. Ainsi, nous avons supposé que la prédominance chez les élèves du cadre de rationalité des mathématiques les poussait à



se placer spontanément dans la situation de tenter de vérifier, à partir d'un ensemble de couples de nombres, leur appartenance à un ensemble continu, connu *a priori*, et décrit par la loi d'Ohm. La suite de nos recherches devrait nous permettre d'étudier en détail les conséquences liées à la spécificité des règles de validation des cadres de rationalité des mathématiques et des sciences physiques.

## 6. CONCLUSIONS

Notre modèle fondé sur les notions d'espace de réalité, de cadre de rationalité et de registre sémiotique semble être une aide précieuse pour analyser la parcellisation de certains concepts à l'intérieur d'un cadre de rationalité donné, comme par exemple le concept de proportionnalité/linéarité. Il permet aussi de relativiser l'intérêt de certaines séquences d'apprentissage de concepts de la physique basées sur des changements de cadres mathématiques/physique dont les rationalités diffèrent très fortement. Notre recherche ne s'est intéressée qu'à la stabilité d'un concept, celui de proportionnalité/linéarité au cours d'un changement de cadre, et à l'influence de la dimensionnalité des quantités appréhendées dans le cadre de la physique. L'étude de l'influence d'autres éléments de rationalité qui diffèrent fortement entre les mathématiques et la physique reste à faire, en particulier à propos de la nature des règles de validation.

## BIBLIOGRAPHIE

- ARTIGUE M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9, n° 3, pp. 281-308.
- BARUK S. (1985). Quel est l'âge du capitaine ? *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public*, n° 323.
- CLAVEL-MARINACCE J. (1997). *Rôle et place de l'appareil de mesure dans l'apprentissage*. Thèse de Doctorat, Université Lyon II.
- CHEVALLARD Y. (1992). *La transposition didactique*. Grenoble, La Pensée sauvage.
- D'ESPAGNAT B. (1956). *Conceptions de la physique contemporaine*. Paris, Hermann.
- DOUADY R. (1984). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet*. Thèse d'État, Université Paris VII.
- DUVAL R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg*, n° 5, pp. 37-65.
- GIL-PEREZ D. (1985). Science learning as a conceptual and methodological change. *European Journal of Sciences Education*, n° 7, pp. 231-236.
- GIORDANA. & DE VECCHI G. (1987). *Les origines du savoir. Des conceptions des apprenants aux concepts scientifiques*. Neuchâtel, Paris, Delachaux & Niestlé.
- JOHSUA S. (1989). Le rapport à l'expérimental dans la physique de l'enseignement secondaire. *Aster*, n° 8, pp. 29-53.

- JOHSUA S. & DUPIN J.-J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris, PUF.
- LEROUGE A. (1992). *Représentation cartésienne, rationalité mathématique et rationalité du quotidien chez des élèves de collège*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II.
- MALAFOSSE D., LEROUGE A. & DUSSEAU J.-M. (2000). Étude en inter-didactique des mathématiques et de la physique de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : espace de réalité. *Didaskalia*, n° 16, pp. 81-106.
- MALAFOSSE D., LEROUGE A. & DUSSEAU J.-M. (à paraître). Changement de registres sémiotiques en didactique de la physique : exemple de la loi d'Ohm au collège. *Actes des 2èmes rencontres de l'ARDIST*.
- ROBARDET G. & GUILLAUD J.-C. (1997). *Éléments de didactique des sciences physiques*. Paris, PUF.
- VIENNOT L. (1992). Raisonner à plusieurs variables : tendances de la pensée commune. *Aster*, n° 14, pp. 127-141.
- VYGOTSKI L.S. (1934). *Thought and language*. Cambridge (Massachusset), MIT Press.

## ANNEXE (extrait de mini-débat)

- L'enseignant (Alain) : *on vient donc de remarquer que les nombres de la quatrième colonne du tableau sont obtenus en divisant ceux de la deuxième par 100. À quoi cela vous fait penser ?*
- Naouel : *Aux maths !*
- Alain : *Aux maths ? Et à quoi aux maths ?*
- Nadia : *Aux conversions ...*
- Naouel : *Quand on change des kilomètres en hectomètres ou en mètres.*
- Alain : *Aux conversions. Et ici, est-ce qu'on peut penser à des conversions ?*
- Naouel : *Non parce que là, c'est des volts. On aurait pu croire que c'est des millivolts, mais ici, il faut passer des volts aux ampères.*
- Alain : *Donc ça ressemble à des conversions mais ce ne sont pas des conversions parce qu'on a des volts et des ampères. Cela pourrait être des conversions ...*
- Naouel : *... si on avait des ampères et des milliampères ...*
- Alain : *... ou des volts et des millivolts. Donc ce n'est pas des conversions.*
- Naouel : *J'ai trouvé. C'est de la proportionnalité.*
- Alain : *Alors, c'est quoi la proportionnalité ?*

- Mounir : *C'est quand on a des chiffres dans un tableau et que pour passer d'un chiffre à l'autre, on multiplie toujours par le même chiffre. Soit on divise, soit on multiplie, mais c'est toujours par le même chiffre.*
  - Alain : *Et là, on multiplie ou on divise par quoi ?*
  - Mounir : *Par 10 ;*
  - Hajera : *Non ! Par 100. On divise par 100.*
  - Alain : *On divise par 100.*
  - Hajera : *Ça, c'est pour passer du résistor à l'ampère et pour faire le contraire, on multiplie par 100.*
  - Alain : *Donc ça veut dire que l'intensité dans le circuit (les ampères, c'est l'intensité) et la tension aux bornes du résistor ...*
  - Nadia : *... sont proportionnelles.*
  - ...
  - Alain : *Quelqu'un a dit qu'avec un tableau, on peut chercher de la proportionnalité. Pour vous, qu'est-ce ça veut dire « proportionnalité » ?*
  - Anta : *Si les valeurs sont régulières.*
  - Alain : *Explique-nous un peu.*
  - Coralie : *S'il y a un coefficient commun.*
  - Alain : *Alors, as-tu trouvé un coefficient commun ?*
  - Coralie : *Je n'ai pas pu vérifier.*
  - Alain : *Comment faire pour chercher un coefficient commun ?*
- Long silence
- Alain : *Que faites-vous habituellement pour voir de la proportionnalité ?*
  - Coralie : *Des produits en croix ...*
  - Alain : *... entre quoi et quoi ?*
  - Cédric : *On peut prendre n'importe quelle valeur.*
  - Alain : *Par exemple ?*
- Long silence
- Alain : *Bon. En regardant simplement le tableau, est-ce que vous voyez de la proportionnalité ?*

- Coralie : *Oui ! Pour le résistor, il y a déjà de la proportionnalité.*
- Alain : *Avec quoi ?*
- Coralie : *Avec ses valeurs. On a 5, 10, 15, 20 ...*
- Benoît : *... avec l'intensité. La tension du résistor est proportionnelle à l'intensité.*
- Alain : *Vous êtes d'accord ?*

Long silence

- Alain : *Comment vois-tu que la tension du résistor est proportionnelle à l'intensité ?*
- Benoît : *Parce que c'est toujours le même coefficient.*
- Alain : *Explique.*
- Benoît : *Parce qu'on peut passer des valeurs de la colonne du résistor à celles de l'intensité en divisant toujours par le même coefficient.*
- Alain : *Par exemple...*

Explications et exemples numériques proposés à partir du tableau de mesures

Consensus

- Alain : *Mais dans toutes vos explications, je n'ai pas entendu « produit en croix ». Alors comment feriez-vous avec les produits en croix ?*

Long silence puis débat avec arguments confus

- ...
- Alain : *Est-ce que le poids et la taille sont des grandeurs proportionnelles ?*
- Coralie : *Non !*
- Alain : *Et pourquoi ?*
- Coralie : *D'abord parce qu'ils n'ont pas les mêmes unités*
- Cédric : *Mais si, ça peut. ...Tu pourras les multiplier.*
- Alain : *Les multiplier ?*

Long silence puis débat avec arguments confus

- ...

– Alain : *Je prends un autre exemple. J'achète des tomates à 5 F le kilogramme. J'achète 1 kg ou 2 kg ou 3 kg et je paye. Est ce que le poids de tomates est proportionnel au prix que je paye à la caisse ?*

– Tous : *Oui !*

– Cédric : *C'est normal. Si on double le poids de tomates, on double le prix.*

Consensus

– Alain : *Essayez de trouver chacun un exemple de deux grandeurs qui soient proportionnelles.*

Long silence

– Cédric : *Les litres et les kilos ...*

– Alain : *...de quoi ?*

– Cédric : *d'eau.*

– Alain : *D'autres exemples ?*

Long silence

– Alain : *Vous avez entendu parler, en maths, de l'application linéaire ? Ça vous dit quelque chose ?*

– Tous : *Oui.*

– Alain : *Alors, est-ce que l'application linéaire, ça a quelque chose à voir avec la proportionnalité ?*

– Coralie : *Oui.*

– Cédric : *Moi je ne trouve pas.*

– Coralie : *Mais si. D'abord le lien, c'est que tu as deux données.*

– Cédric : *Et alors ?*

Long silence

– Alain : *Bon, c'est quoi une application linéaire ?*

Long silence

– Alain : *Si je vous dis  $y = a \cdot x$ , ça vous fait penser à quoi ?*

– Benoît : *C'est les fonctions.*

Long silence

- Alain : *Dans  $y = a \cdot x$ , (par exemple  $y = 2 \cdot x$ ) quoi est proportionnel à quoi ?*
- Cédric : *Les  $x$  sont proportionnels.*
- Alain : *À quoi ?*

Long silence

Cet article a été reçu le 21/10/98 et accepté le 01/06/99.