

# Allocation dynamique optimisée des ressources spectrales d'un système multi-utilisateurs et multi-porteuses (OFDM) en voie descendante

François Marx<sup>1</sup>, Joumana Farah<sup>2</sup>

<sup>1</sup>France Telecom ROSI, Paris, France

francois.marx@orange-ftgroup.com

<sup>2</sup>Faculté des Sciences et de Génie Informatique, Université Saint-Esprit de Kaslik, B.P.446, Jounieh Liban

joumanafarah@usek.edu.lb

**Résumé** – Dans ce travail, nous proposons une nouvelle technique d'optimisation de l'allocation dynamique du spectre dans les systèmes multi-porteuses. Le but est de minimiser le nombre de canaux attribués, de façon à garantir un débit de transmission à chaque utilisateur en voie descendante, sous la contrainte d'une puissance totale de transmission. Nous montrons comment, par une approche itérative, on peut résoudre le problème d'optimisation combinatoire et atteindre des performances presque similaires à une technique quasi-optimale inspirée du domaine de la physique statistique, mais avec une complexité calculatoire nettement inférieure.

**Abstract** – In this paper, we propose a novel approach for optimizing the allocation of the spectrum bandwidth in downlink cognitive radio systems based on Orthogonal Frequency Division Multiplexing. An iterative greedy technique, which assigns the users with the smallest transmission rate the most favorable subcarriers, is introduced in order to maximize the overall system throughput. We show how an optimal solution for the combinatorial optimization problem can be determined by complex algorithms inspired by the field of statistical mechanics. Fortunately, our results show that for moderate values of the required data rates and the number of users, our greedy approach performs almost as well as the simulated annealing technique but with a much more affordable complexity.

## 1. Introduction et formulation du problème d'optimisation

L'allocation dynamique du spectre a connu dernièrement un énorme succès dans le but d'améliorer l'efficacité et la flexibilité des systèmes de communication sans-fil. Afin de comprendre l'importance de l'optimisation de l'occupation spectrale, considérons un système de transmission constitué de  $K$  utilisateurs mobiles en voie descendante, uniformément distribués sur une cellule. Chaque utilisateur  $k$  requiert un débit de  $R_k$  [bit/s]. La bande passante totale  $B$  du système est divisée en un nombre  $N$  de sous-porteuses (abrév. s-p). On suppose que la station de base reçoit des utilisateurs des informations sur l'état des canaux estimé à partir de pilotes insérés dans les symboles OFDM [1]. On notera  $P_{max}$  la puissance de transmission maximale émise par la station de base,  $P_{k,n}$  la puissance transmise sur la s-p  $n$  allouée à l'utilisateur  $k$ ,  $H_{k,n}$  le gain (dans le domaine fréquentiel) de la s-p  $n$  vue par l'utilisateur  $k$ ,  $S_k$  l'ensemble des s-p allouées à  $k$  et  $N_0$  la densité spectrale de puissance du bruit additif gaussien (supposé constant sur les s-p).

Dans un système classique d'allocation de spectre par multiplexage fréquentiel (OFDM-FDMA), la station de base attribue les s-p séquentiellement aux différents utilisateurs, sans aucune considération pour leurs gains  $H_{k,n}$ , jusqu'à ce que leurs débits cibles soient atteints. Par

suite, on aura:  $P_{k,n} = P_{max} / N, \forall n \in S_k$ . En supposant que les utilisateurs transmettent à la limite de la capacité du canal, le débit de transmission total de  $k$  est:

$$R_{k,tot} = \sum_{n \in S_k} \frac{B}{N} \log_2 \left[ 1 + P_{k,n} H_{k,n}^2 / (N_0 \cdot B / N) \right].$$

L'inconvénient majeur d'une telle technique d'allocation est qu'une s-p  $n$  peut être attribuée à un certain utilisateur  $k_1$  alors qu'il existe un utilisateur  $k_2$  pour lequel l'attribution de cette s-p serait beaucoup plus profitable ( $H_{k_2,n} > H_{k_1,n}$ ). Dans ce cas, le débit supplémentaire apporté par cette s-p à  $k_1$  est négligeable devant celui qu'on aurait par son attribution à  $k_2$ . Par conséquent, un grand nombre de s-p devra être alloué pour satisfaire tous les utilisateurs. Par ailleurs, les utilisateurs traités à la fin auront très peu de chance d'atteindre leur débit cible. Afin de résoudre ces problèmes, nous proposons, dans ce travail, une stratégie d'allocation dynamique qui tend à minimiser le nombre total de s-p utilisées sous les contraintes des débits cibles et de la puissance de transmission maximale. Notons que la plupart des études déjà réalisées dans le domaine [2-6] ont pour but de maximiser la capacité des systèmes ou de minimiser la puissance totale de transmission. Quant à notre problème d'optimisation, il peut être formulé de la façon suivante:

$$\min_{P_{n,k}, S_k} \sum_{k=1}^K \text{card}(S_k)$$

sous les contraintes:

$$\sum_{n \in S_k} \frac{B}{N} \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k,n} H_{k,n}^2}{N_0 \frac{B}{N}} \right) = R_k, \forall k \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{n \in S_k} P_{n,k} \leq P_{\max} \quad (2)$$

$$P_{k,n} \geq 0, \forall k, \forall n \in S \quad (3)$$

$$S_i \cap S_j = \emptyset \quad (4)$$

$$\bigcup_{k=1}^K S_k \subseteq \{1, 2, \dots, N\} \quad (5)$$

La contrainte (1) spécifie le débit cible. (2) et (3) spécifient les contraintes de puissance. (4) et (5) spécifient le nombre total de s-p allouées et le fait qu'une s-p ne peut être attribuée qu'à un seul utilisateur à un moment donné. Ce problème de minimisation est un problème d'optimisation combinatoire. Par suite, obtenir une solution optimale avec une complexité de calcul et un temps raisonnables est très difficile vu le grand nombre de combinaisons possibles. Dans la suite, nous décrivons différentes stratégies pour la détermination d'une solution quasi-optimale de ce problème à l'aide d'approches itératives.

## 2. Stratégies d'allocation du spectre

A un certain étage du processus d'optimisation, nous considérerons:  $S$  le nombre de s-p disponibles,  $U$  l'ensemble des utilisateurs n'ayant pas atteint leur débit cible,  $S_U$  l'ensemble des s-p attribuées aux utilisateurs dans  $U$ ,  $l_U$  le nombre de s-p dans  $S_U$ ,  $R_{k,tot}$  le débit de transmission actuel de l'utilisateur  $k$ ,  $P_{rem}$  la puissance de transmission restante après qu'un utilisateur ait atteint son débit cible et  $P_{tot}$  la puissance de transmission totale pour la ligne d'eau (ou "waterline") courante et correspondant aux utilisateurs dans l'ensemble  $U$ . Au début de l'algorithme itératif que nous appellerons SIMS (Simple Iterative Method for Spectrum optimization) (fig. 1), les puissances  $P_{k,n}$  sont toutes nulles et  $P_{rem} = P_{\max}$ . Tant que l'ensemble  $S$  des s-p disponibles n'est pas vide et que les débits cibles des utilisateurs n'ont pas été atteints avec une certaine précision  $R_{tol}$ , on identifie à chaque fois l'utilisateur  $k_c$  dont le débit de transmission actuel est le plus éloigné de son débit cible. On attribue à  $k_c$  la s-p la plus favorable et qui sera enlevée de l'ensemble  $S$ . L'étape suivante consiste en un Waterfilling sur les s-p attribuées, en utilisant la puissance restante  $P_{rem}$  et en considérant uniquement les utilisateurs n'ayant pas atteint leur cible. A la suite du Waterfilling, la puissance de transmission est estimée sur les s-p ainsi que le débit actuel de  $k_c$ :  $R_{k_c,tot}$ . Si  $R_{k_c,tot}$  est supérieur au débit cible  $R_{k_c}$ , la puissance de transmission de  $k_c$  sur la s-p de plus faible amplitude est

réduite de façon à ajuster le débit total exactement au débit cible  $R_{k_c}$ .  $k_c$  est alors enlevé de l'ensemble  $U$  et la puissance restante  $P_{rem}$  est remise à jour.

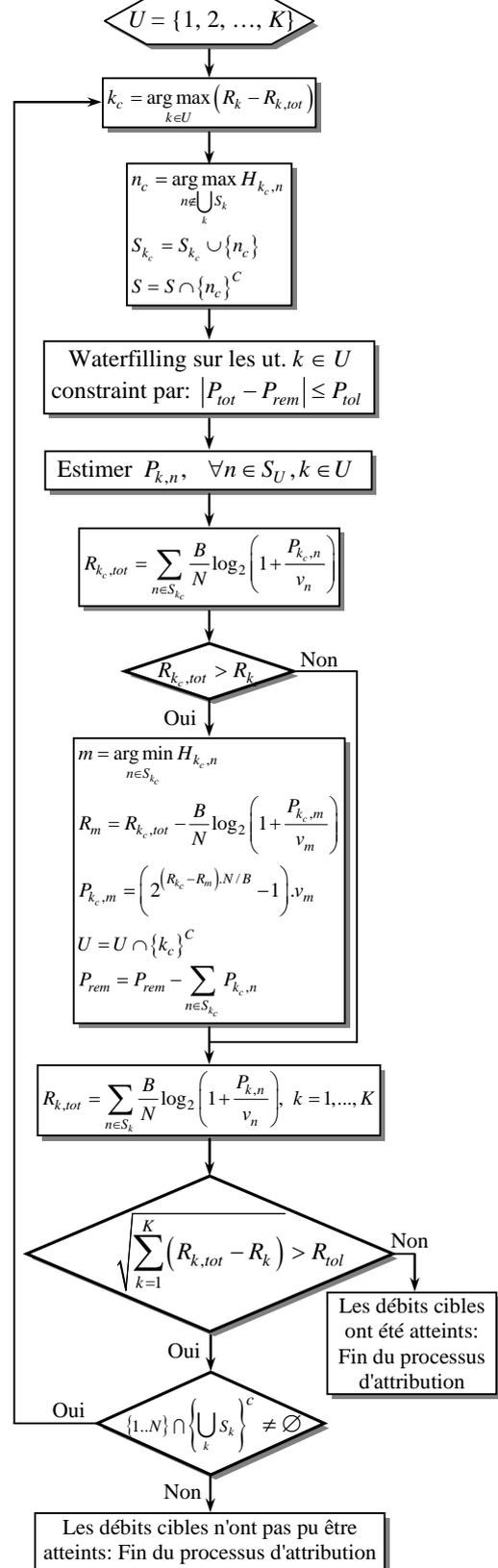


Fig. 1. Algorithme itératif pour l'optimisation de l'allocation dynamique du spectre.

Quant au waterfilling, il est réalisé itérativement de façon à ce que la valeur absolue de la différence entre  $P_{tot}$  et  $P_{rem}$  ne dépasse pas une erreur absolue  $P_{tol}$ . Ainsi, si l'on pose  $v_n = N_0 \cdot (B/N) / (H_{k,n})^2, \forall n \in S_U$ , à chaque itération la ligne d'eau  $w$  est incrémentée de la quantité  $(P_{rem} - P_{tot}) / 1_U$  et  $P_{tot}$  est estimée par:

$$P_{tot} = \sum_{n \in S_U} \max(w - v_n, 0).$$

Une autre approche possible pour l'allocation des canaux est l'application d'une technique d'optimisation séparée pour l'attribution des s-p aux utilisateurs de façon à minimiser une fonction de coût. Cette étape sera alors suivie d'une allocation des puissances. Pour cela, nous comparons les résultats de la méthode SIMS à une autre dans laquelle nous appliquons séparément l'algorithme d'optimisation de Munkres connu aussi sous le nom de la méthode Hongroise [7], sans prendre en compte les débits de transmission actuels des utilisateurs. Dans notre cas d'application, la fonction de coût est la somme des opposés des gains des canaux  $-H_{k,n}$ . Dans cette nouvelle technique que nous appellerons HIMS (Hungarian Iterative Method), chaque itération comporte principalement deux étapes: Tout d'abord l'attribution, par l'algorithme de Munkres, d'une s-p à chaque utilisateur n'ayant pas encore atteint sa cible. Ensuite, la réalisation d'un waterfilling sur les s-p allouées avec la puissance restante  $P_{rem}$  et la soustraction de l'ensemble  $U$  des utilisateurs ayant atteint leur cible.

Dans la recherche d'une solution optimale à notre problème combinatoire, on pourrait penser à une recherche exhaustive qui permettrait de déterminer une limite inférieure aux méthodes alternatives. Cependant, une telle stratégie étant impraticable à cause du grand nombre de paramètres en jeu, nous avons utilisé une technique venant de la physique statistique [8] et servant à la détermination de l'état fondamental d'un système par un processus de recuit simulé. Dans [9], l'analogie de ce processus a été montrée avec les problèmes d'optimisation multi-variables à larges échelles. Dans l'algorithme que nous appellerons SAS (Simulated Annealing Solution), nous appliquerons l'algorithme de Metropolis un certain nombre de fois à la suite de la procédure itérative SIMS. Dans chaque itération, une première étape consistera à choisir au hasard l'une des trois actions suivantes: 1- Choisir au hasard deux utilisateurs  $k_1$  et  $k_2$ , interchanger deux de leurs s-p et réaliser, séparément pour chacun d'entre eux, un waterfilling contraint par le débit cible. 2- Enlever aléatoirement une s-p à un utilisateur aléatoire  $k$  et réaliser un waterfilling pour  $k$  sur ses s-p allouées. 3- Ajouter une s-p libre choisie au hasard à un utilisateur aléatoire  $k$ . L'étape suivante à chaque action consiste à déterminer si elle est acceptée ou non. Pour cela, on estime le nombre total  $L$  de s-p allouées ainsi que la puissance de transmission totale  $P$ . Dans le cas où  $L$  a été diminuée, l'action est acceptée à condition que la contrainte de puissance soit toujours respectée ( $P \leq P_{max}$ ). Il en va de même si  $P$  a été diminuée pour un même nombre de s-p  $L$ . Dans le cas où ni  $L$  ni  $P$  n'a pu être diminuée, mais  $P \leq$

$P_{max}$ , l'action est acceptée avec la probabilité  $\Pr(\Delta L) = \exp(-\Delta L/K\lambda)$ , où  $\Delta L$  est l'augmentation du nombre de s-p,  $K$  une constante et  $\lambda$  un paramètre de contrôle ("température" du système). En cas d'acceptation de l'action, la configuration actuelle du système, i.e. le schéma d'allocation des s-p, est adopté comme condition initiale de l'itération suivante.

### 3. Analyse des résultats de simulation

Nous avons testé les performances des différentes techniques d'optimisation en simulant le système OFDM en voie descendante avec une bande  $B = 100$  MHz et  $N = 1024$  s-p par symbole OFDM. Le milieu de transmission est un canal de Rayleigh variable, sélectif en fréquence, de rms (Root Mean Square) 150 nanosecondes. Le rayon de la cellule est de 10 Km avec un facteur d'affaiblissement (path loss) maximal de 20 dB entre les utilisateurs. La puissance de transmission totale permmissible est de 1000 mW avec les limites de tolérance:  $P_{tol} = 10^{-5}$  mW et  $R_{tol} = 10^{-3}$  bit. Les fig. 2 et 3 représentent le nombre total de s-p en fonction du débit cible puis du nombre d'utilisateurs, dans le cas d'un même débit cible entre utilisateurs. Dans la fig. 4, les résultats sont obtenus avec des débits cibles différents entre utilisateurs:  $R_k = R_0 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot (k-1)$ ,  $k = 1, \dots, K$ , où  $R_0$  est choisie de façon à ce que, pour  $K = 20$ , le débit de transmission total varie entre 48 et 88 Mbit/s. Nous avons également testé une approche basée sur l'accès multiple à répartition du temps (TDMA) dans laquelle la trame de transmission est divisée en  $K$  slots temporels pendant lesquels la totalité du spectre est allouée à un seul utilisateur. Cependant, pour permettre une comparaison équitable avec les autres algorithmes, dans le système OFDM-TDMA nous n'attribuons à l'utilisateur que les s-p qui permettent d'augmenter effectivement son débit de transmission. Chaque étape de l'algorithme consiste à attribuer à l'utilisateur considéré la s-p la plus favorable suivie d'un waterfilling sur les s-p allouées, jusqu'à ce que l'utilisateur atteigne son débit cible. Nous mesurerons le maximum et la moyenne du nombre de s-p nécessaires pour cette méthode.

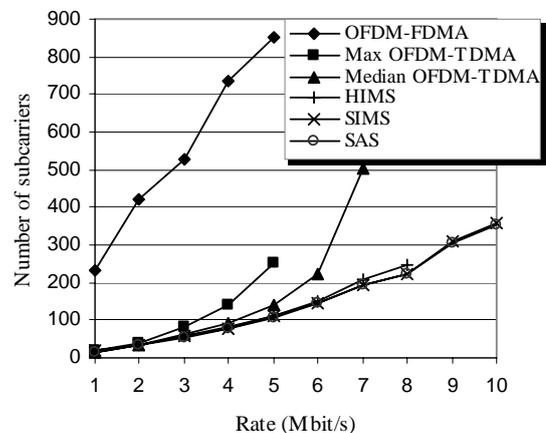


Fig. 2. Nombre total de sous-porteuses en fonction du débit cible pour  $K = 10$  utilisateurs.

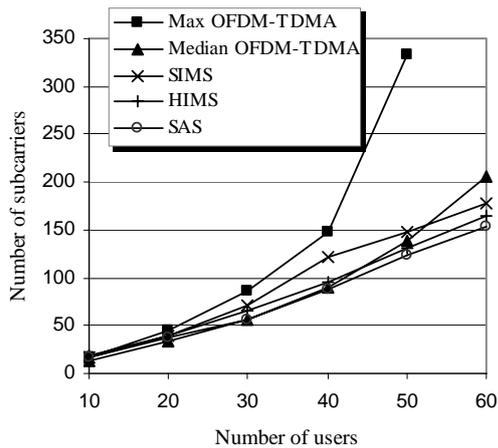


Fig. 3. Nombre total de sous-porteuses en fonction du nombre d'utilisateurs pour un débit cible de 1 Mbit/s.

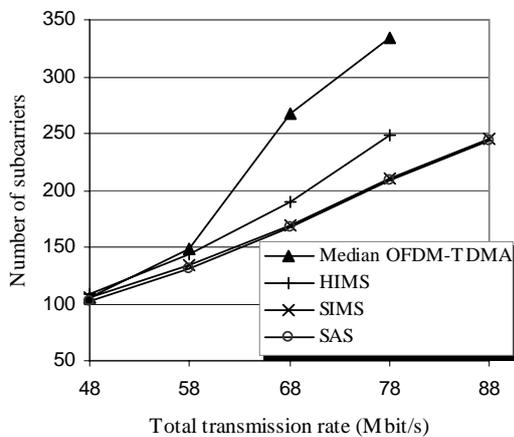


Fig. 4. Nombre total de sous-porteuses en fonction du débit total de transmission, dans le cas de classes de services différentes entre utilisateurs ( $K = 20$ ).

Nous remarquons que les performances de nos stratégies d'optimisation (SIMS, HIMS et SAS) de l'allocation spectrale sont nettement supérieures à celles de l'approche OFDM-FDMA. A partir de  $R_k = 6$  Mbit/s, la technique OFDM-FDMA est incapable de satisfaire les débits cibles des utilisateurs sous la contrainte de puissance. Pour  $R_k = 5$  Mbit/s et  $K = 10$ , le gain de nos trois techniques itératives par rapport à l'OFDM-FDMA atteint environ 750 s-p (plus de 70 % des s-p disponibles). Ce gain est d'environ 300 par rapport à l'OFDM-TDMA médian. A partir de 9 Mbit/s, même la technique HIMS est incapable d'aboutir à une solution au problème d'allocation, tandis que la méthode SIMS continue à fournir des résultats presque aussi performants que la stratégie SAS. En fait, cette dernière technique permet d'améliorer les performances du système lorsque le nombre d'utilisateurs est important (fig. 3). Lorsque les utilisateurs présentent des débits différents, SIMS est plus performante que HIMS, surtout pour un débit total de transmission important. Ceci est dû au fait que la stratégie HIMS attribue à chaque itération une s-p à chaque utilisateur, indépendamment de son débit actuel. Ceci aboutit à un

nombre élevé de s-p attribuées, par rapport à la technique SIMS qui donne à l'utilisateur le plus éloigné de son débit cible le "droit de choisir" une s-p favorable. Cependant, lorsque le nombre d'utilisateurs est important (fig. 3), HIMS est légèrement meilleure que SIMS. En effet, lorsque le nombre de s-p par utilisateurs diminue, la probabilité qu'une s-p soit favorable à plus d'un utilisateur augmente. Dans ces conditions, l'application de l'algorithme optimal Munkres pour l'attribution des s-p peut améliorer les performances globales du système. Ces performances tendront à être optimales pour la technique HIMS lorsque le nombre d'utilisateurs tend vers  $N$ .

En conclusion, la technique HIMS présente l'avantage d'optimiser l'attribution des s-p entre les utilisateurs; cependant, elle ne prend pas en compte les débits actuels des utilisateurs dans le processus d'optimisation. La SIMS prend non seulement en compte ces débits, mais elle présente aussi une complexité beaucoup plus abordable par rapport à celle de la HIMS et surtout la SAS.

## Références

- [1] IEEE Standard 802.11a-1999, part 11. Wireless LAN Medium Access Control and Physical Layer Specifications.
- [2] Rhee W et Cioffi J. Increase in capacity of multiuser OFDM system using dynamic subchannel allocation. Proc. Vehicular Technology Conference, 2000, p. 1085-89.
- [3] Kim K, Kim H, Han Y et Kim S. L. Iterative and Greedy Resource Allocation in an Uplink OFDMA System. Proc. International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2004, p. 2377-81.
- [4] Toufik I et Knopp R. Channel allocation algorithms for multi-carrier systems. Proc. IEEE Vehicular Technology Conference, Septembre 2004, vol. 2, p. 1129-33.
- [5] Wong C. Y, Cheng R. S, Ben Letaief K et Murch R. D. Multiuser OFDM with Adaptive Subcarrier, Bit, and Power Allocation. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 17, no. 10, Octobre 1999, p. 1747-58.
- [6] Kivanc D, Li G et Liu H. Computationally Efficient Bandwidth Allocation and Power Control for OFDMA. IEEE Trans. Wireless Communications, vol. 2, no. 6, Novembre 2003, p. 1150-58.
- [7] Munkres J.R. Algorithms for the assignment and transportation problems. J. Soc. Indust. Appl. Math., vol. 5, 1957, p. 32-8.
- [8] Metropolis N, Rosenbluth A, Rosenbluth M, Teller A et Teller E. Equations of state calculations by fast computing machines. J. Chem. Phys. Vol. 21, 1953, pp. 1087-91.
- [9] Kirkpatrick S, Gelatt C.D et Vecchi M.P. Optimization by simulated annealing. Science, Mai 1983, vol. 220, no. 4598, p. 671-80.