

Stratégies pratiques de relayage sans prise de décision

Brice DJEUMOU, Samson LASAULCE, Andrew G. KLEIN

Laboratoire des Signaux et Systèmes, CNRS, Supélec, Paris 11
3 rue Joliot-Curie, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex
{djeumou, lasaulce, klein}@lss.supelec.fr

Résumé – Dans cet article nous nous intéressons au canal à relais à trois terminaux pour lequel le signal reçu du relais est supposé orthogonal au signal reçu de la source [2]. Sans perte de généralité, cette orthogonalité est supposée être réalisée dans le domaine fréquentiel. Dans ce contexte nous proposons de modifier la stratégie AF en introduisant un seuillage optimal au sens de la l'erreur quadratique (MSE) entre le signal source et le signal relayé reçu par la destination. Étant donné que le protocole AF n'est implantable que dans un transmetteur analogique, nous étudions également une autre manière de relayer l'information sans prise de décision sur le message de la source. Nous proposons une stratégie qui quantifie le signal reçu par le relais (appelée QF pour quantize-and-forward) de manière à minimiser la distorsion entre le signal source et le signal relayé reçu par la destination. Pour cela nous supposons que le relais connaît les rapports signal-à-bruit du canal source-relais et du canal relais-destination. Cela nous permet d'élaborer une stratégie qui donne de bonnes performances pour une large gamme de conditions de propagation (mesurées par les SNRs). Le quantificateur (uniforme) proposé est alors optimisé selon un codage source-canal conjoint.

Abstract – In this paper we focus on the relay channel for which we assume that the relay-destination link is orthogonal to the downlink [2]. Without loss of generality, this orthogonality is achieved in frequency. In this context we propose to modify the Amplify-and-Forward (AF) protocol by introducing an optimal clipping at the relay in term of mean square error (MSE) between the signal at the source and the forwarded signal received at the destination. Since the AF protocol requires analog devices, we study another way of relaying information at the relay without taking decisions on the message. We propose a digital protocol called Quantize-and-Forward (QF) that quantizes the received signal at the relay in order to minimize the distortion between the signal at the source and the forwarded reconstructed version at the destination. This joint source-channel optimized quantizer in our QF protocol yields excellent raw bit error rates at the destination for a large range of SNRs.

1 Introduction

La stratégie de relayage est un élément-clé dans l'optimisation des performances des réseaux de communications à terminaux coopératifs. Depuis l'introduction formelle du canal à relais [1] à trois terminaux (un émetteur, un relais et un récepteur), essentiellement trois types de stratégies (ou protocoles) de relayage ont été étudiées: amplify-and-forward (AF), decode-and-forward (DF) et estimate-and-forward (EF). Les études théoriques telle que [2] montrent clairement que le choix de la meilleure de ces stratégies, au sens des performances, dépend notamment des rapports signal-à-bruit (SNR) des différents canaux. Il faut également noter que la stratégie AF ne fait rien perdre en information puisque qu'aucune décision n'est prise au relais. D'un point de vue complexité, le protocole AF apparaît comme le plus simple des trois, au moins dans sa version de base. Cette simplicité a pour conséquence de nécessiter un relais peu complexe et de ne pas compliquer le récepteur. De plus, le protocole AF est facile à exploiter pour mettre au point des stratégies de codage élaborées en émission et caractériser leurs performances (voir par ex. [3]). Le protocole AF possède cependant au moins deux inconvénients pour lesquels nous proposons des solutions d'amélioration: (a) Le bruit contenu dans le signal reçu par le relais est amplifié. (b) Le protocole AF n'est implantable, dans sa version utilisée dans la littérature, que dans un transmetteur analogique alors que de nom-

breux réseaux utilisent des transmetteurs numériques (les réseaux radio-mobiles par exemple).

On s'intéresse au canal à relais à trois terminaux pour lequel le signal reçu du relais est supposé orthogonal au signal reçu de la source [2]. Dans ce contexte nous proposons de modifier la stratégie AF en introduisant un seuillage optimal au sens de la l'erreur quadratique (MSE) entre le signal source et le signal relayé reçu par la destination. Étant donné que le protocole AF n'est implantable que dans un transmetteur analogique, nous étudions également une autre manière de relayer l'information sans prise de décision sur le message de la source. Nous proposons une stratégie qui quantifie le signal reçu par le relais (appelée QF pour quantize-and-forward) de manière à minimiser la distorsion entre le signal source et le signal relayé reçu par la destination. Pour cela nous supposons que le relais connaît les rapports signal-à-bruit du canal source-relais et du canal relais-destination. Cela nous permet d'élaborer une stratégie qui donne de bonnes performances pour une large gamme de conditions de propagation (mesurées par les SNRs). Le quantificateur (uniforme) proposé est alors optimisé selon un codage source-canal conjoint.

En Section 2 nous définissons les modèles de signaux pris en compte. Les protocoles AF seuillé et QF sont développés respectivement en Section 3 et en Section 4. Et, en Section 5, on analyse les performances de ces protocoles.

2 Modèle du système

Tout d'abord précisons quelques hypothèses de travail et quelques notations utilisées dans ce résumé. Tous les canaux mis en jeu sont supposés gaussiens. Les signaux émis par la source X et le relais X_r sont supposés de puissances unitaires: $E|X|^2 = 1$, $E|X_r|^2 = 1$. Les signaux reçus par le relais (X_{sr}) et la destination (Y_{rd} , Y_{sd}) s'écrivent comme suit:

$$\begin{cases} X_{sr} &= X + W_{sr} \\ Y_{sd} &= X + W_{sd} \\ Y_{rd} &= X_r + W_{rd} \end{cases}$$

où W_{sr} , W_{sd} , W_{rd} sont des bruits gaussiens complexes centrés de variances respectives σ_{sr}^2 , σ_{sd}^2 , σ_{rd}^2 . De plus nous supposons que la source est sans mémoire.

3 Protocole AF avec seuillage

Le relais est supposé sans mémoire et sans retard ce qui s'écrit à l'instant $n \in \mathbb{Z}$: $x_r(n) = f(x_{sr}(n))$. Le problème de l'optimisation de la fonction de relaying $f(\cdot)$ pour le protocole AF a été abordé par [4] et [5]. Dans [4] les auteurs ont étudié le cas du canal à relais gaussien sans trajet direct entre la source et la destination lorsque la source émet des symboles binaires (BPSK). Dans cette configuration les auteurs ont déterminé analytiquement la meilleure fonction de relaying au sens du taux d'erreur binaire brut (avant décodage canal). Toujours pour le canal à relais sans lien direct les auteurs de [5] ont déterminé la meilleure fonction de relaying au sens de l'information mutuelle. Notre approche est différente de ces travaux en ce sens que nous cherchons à limiter l'amplification du bruit par le relais grâce à une fonction relativement facile à mettre à oeuvre pratiquement, et ce pour n'importe quel type de modulation. En effet la généralisation de [4] au cas d'une modulation d'amplitude en quadrature (QAM) ne semble pas triviale. Ainsi, au lieu de minimiser le taux d'erreur binaire brut nous minimisons la distorsion sur les symboles de source et ce grâce à une fonction définie par un seul paramètre à optimiser (noté β):

$$f_\beta^R(x^R) = \begin{cases} x^R & |x^R| \leq \beta \\ \beta \cdot \text{sgn}(x^R) & |x^R| > \beta \end{cases} \quad (1)$$

où nous avons introduit les notations $(\cdot)^R$ pour indiquer que ce traitement s'applique à la partie réelle des signaux reçus, le traitement étant identique pour la partie imaginaire. En effet le signal produit par le relais s'écrit: $x_r(n) = \alpha \left[f_\beta^R(x_{sr}^R(n)) + j \cdot f_\beta^I(x_{sr}^I(n)) \right]$ où $x_{sr}^R = \text{Re}(x_{sr})$ et $x_{sr}^I = \text{Im}(x_{sr})$. Pour un paramètre β donné le coefficient d'amplification α doit satisfaire la contrainte de puissance $E|X_r|^2 = 1$. En calculant les deux premiers mo-

ments d'une gaussienne saturée on peut montrer que:

$$\begin{aligned} E|X_r|^2 &= \frac{2\alpha^2}{\sqrt{M_s}} \sum_{x^R} \left\{ \frac{\sigma_{sr}^2}{2} + (x^R)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[\beta^2 - \frac{\sigma_{sr}^2}{2} - (x^R)^2 \right] \left[Q\left(\frac{\beta + x^R}{\frac{\sigma_{sr}}{\sqrt{2}}}\right) + Q\left(\frac{\beta - x^R}{\frac{\sigma_{sr}}{\sqrt{2}}}\right) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sigma_{sr}}{2\sqrt{\pi}} \left[(\beta + x^R)e^{-\frac{(\beta + x^R)^2}{\sigma_{sr}^2}} + (\beta - x^R)e^{-\frac{(\beta - x^R)^2}{\sigma_{sr}^2}} \right] \right\} \end{aligned}$$

avec $Q(x) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt$. La solution correspondante est notée α_β . Le paramètre de seuillage β est alors choisi de manière à minimiser la distorsion en sortie du canal relais-destination:

$$\begin{aligned} J(\beta) &= E \left[\left| \frac{1}{\alpha_\beta} Y_{rd} - X \right|^2 \right] \\ &= E \left[\left| f_\beta(X_{sr}^R) + j \cdot f_\beta(X_{sr}^I) + \frac{1}{\alpha_\beta} W_{rd} - X \right|^2 \right] \\ &= \frac{2}{\sqrt{M_s}} \sum_{X^R} \left\{ E \left[f_\beta^2(X^R + w_{sr}^R) - 2X^R f_\beta(X^R + W_{sr}^R) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sigma_{rd}^2}{\alpha_\beta^2} + 1 \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

En général, cette fonction doit être optimisée numériquement. Cette minimisation ne suppose que la connaissance des SNRs des canaux source-relais et relais-destination et celle des deux premiers moments d'une gaussienne saturée. Il est donc possible de déterminer une fois pour toutes les paramètres (α, β) optimaux, ce qui rend possible l'implantation du seuillage proposé. Dans la version longue de cet article nous décrirons également une fonction de coût plus performante (pondération optimisée pour y_{rd}) mais qui rajoute un paramètre à optimiser.

4 Protocole QF optimisé

Dans [6] les auteurs ont optimisé leurs quantificateurs pour que la source puisse être transmise sur un canal gaussien avec le minimum de distorsion en sortie de déquantificateur. Notre approche consiste à exploiter cette idée dans le contexte du canal à relais. Dans notre cas il nous faut aussi tenir compte de la présence du canal en amont du quantificateur. Dans le cas du quantificateur uniforme, l'optimisation est faite sur un seul paramètre: le pas de quantification Δ . Celui-ci est déterminé en minimisant numériquement la distorsion:

$$\begin{aligned} D_{11}^R &\triangleq E (X_{rd}^R - X^R)^2 \\ &= \sum_{j,k,\ell} p_j P_{k,\ell} (x_j^R - v_\ell^R)^2 \int_{u_k^R}^{u_{k+1}^R} \phi(t - x_j^R) dt \end{aligned} \quad (3)$$

où les niveaux de transitions sont donnés par $u_1^R = -\infty$, $u_{L+1}^R = \infty$, $\forall i \in \{2, \dots, L\}$, $u_i^R = (i - \frac{L+1}{2}) \Delta$, les représentants des cellules de quantification sont donnés par $\forall j \in \{1, \dots, L\}$,

$v_j^R = (j - \frac{L+1}{2})\Delta$, les symboles de la source sont caractérisés par $p_j = \Pr[X^R = x_j^R]$ et les probabilités de transition du canal relais-destination équivalent sont données par $\forall(k, \ell) \in \{1, \dots, L\}^2$, $P_{k,\ell} = \Pr[\hat{x}_{rd}^R = v_\ell^R | \hat{x}_{sr}^R = v_k^R]$. Ici encore la même opération de quantification doit être effectuée sur la partie imaginaire du signal x_{sr} .

Pour le cas du quantificateur optimal (non-uniforme), l'optimisation est faite sur chacun des représentants v_j^R , $\forall j \in \{1, \dots, L\}$, et chacun des niveaux de transition u_i^R , $\forall i \in \{2, \dots, L\}$. Ici aussi $u_1^R = -\infty$ et $u_{L+1}^R = \infty$. Contrairement au cas uniforme on trouve une expression explicite pour les représentants du quantificateur. De plus, si l'ordre de la modulation est faible (exemple de la 4-QAM avec $(x^R, x^I) \in \{-A, +A\}^2$), les niveaux de transitions peuvent être explicités. Dans ce dernier cas, pour des niveaux de transition fixés, on a pour tout $\ell \in \{1, \dots, L\}$

$$v_\ell^{R,*} = A \times \frac{\sum_{k=1}^L P_{k,\ell}^R \int_{u_k^R}^{u_{k+1}^R} \phi(t-A) - \phi(t+A) dt}{\sum_{k=1}^L P_{k,\ell}^R \int_{u_k^R}^{u_{k+1}^R} \phi(t-A) + \phi(t+A) dt} \quad (4)$$

Et, pour des représentants fixés, on a pour tout $\ell \in \{2, \dots, L\}$

$$u_\ell^{R,*} = \frac{\sigma_{sr}^2}{2A} \ln \left[\frac{\sum_{k=1}^L (P_{\ell,k}^R - P_{\ell-1,k}^R) \left(A + \frac{1}{2} v_k^R \right) v_k^R}{\sum_{k=1}^L (P_{\ell,k}^R - P_{\ell-1,k}^R) \left(A - \frac{1}{2} v_k^R \right) v_k^R} \right]. \quad (5)$$

Où $\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_{sr}} \exp\left(-\frac{t^2}{\sigma_{sr}^2}\right)$ est la densité de probabilité gaussienne de la partie réelle du bruit $\text{Re}(w_{sr})$ du signal reçu au relais.

5 Simulations

Les simulations sont effectuées sur des canaux gaussiens en absence de codage canal. Le schéma de combinaison au récepteur est le Maximum Ratio Combining (MRC). La source utilise une 4-QAM. Dans le cas des protocoles QF optimal et uniforme, le relais quantifie le signal reçu sur b bits et utilise par conséquent une 2^b -QAM pour transmettre son signal au récepteur. On s'intéresse au taux d'erreur binaire (BER) en sortie de combineur en fonction de la puissance d'émission à la source. Le relais est supposé avoir un de SNR de 10 dB supérieur à celui du lien source-récepteur. La figure 1 représente le gain qu'apporte le seuillage dans le protocole AF avec une pondération de y_{rd} en $\frac{1}{\alpha}$ (S_{10}) et une pondération optimisée (S_{11}) (Cf version longue). Le gain atteint sur la puissance d'émission est typiquement de 1 dB, ce qui est appréciable compte tenu du très faible surcoût de complexité apporté par cette opération. Ce gain atteint 4 dB lorsque la pondération est aussi optimisée. La figure 2 montre que le protocole QF uniforme est généralement plus efficace qu'AF en terme de taux d'erreur binaire. Pour un nombre de bits de quantifications suffisamment élevé, une puissance de coopération suffisante et un "bon" relais, les protocoles AF seuillé et

QF sont quasiment équivalents en termes de BER. Le gain qu'apporte le quantificateur est plus important lorsqu'on regarde le protocole QF optimal. La figure 3 montre que ce gain peut atteindre 4 dB par rapport au protocole AF classique et 3 dB par rapport au protocole AF seuillé S_{10} sur la puissance d'émission. En présence d'un "mauvais" relais (selon la figure 4), les pertes dues au protocole QF uniforme ne dépassent 1 dB sur la puissance d'émission. En plus ces diminuent quand la puissance d'émission augmente. Ces pertes sont la conséquence du schéma de combinaison au récepteur. On pourrait y pallier par l'usage d'un combineur beaucoup plus efficace tel que le Maximum de Vraisemblance.

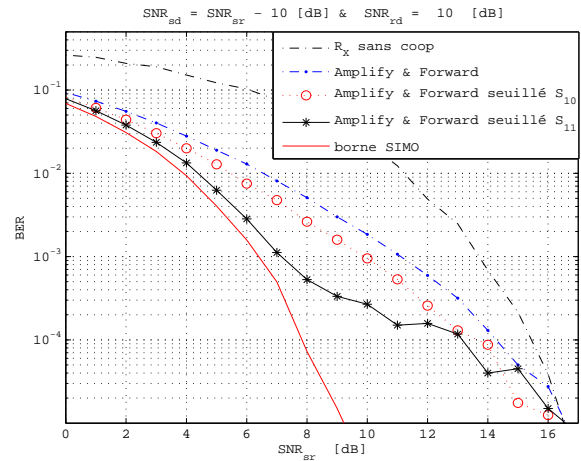


FIG. 1: Comparaison des protocoles AF et AF seuillé

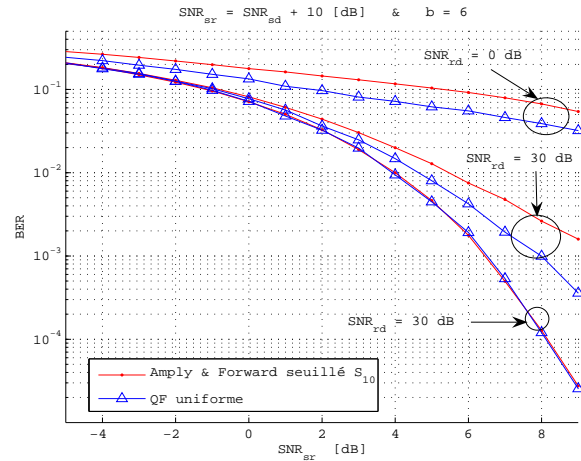


FIG. 2: Comparaison des protocoles AF seuillé et QF uniforme

Références

- [1] T. M. Cover and A. A. El Gamal, "Capacity theorems for the relay channel", *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 25, Issue 5, Sep. 1979, pp. 572-584.
- [2] A. A. El Gamal, M. Mohseni and S. Zahedi, "Bounds

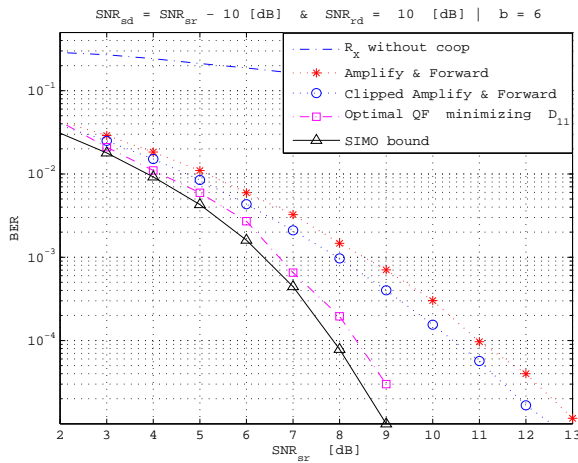


FIG. 3: Comparaison des protocoles QF optimal et AF seuillé avec un "bon" relais

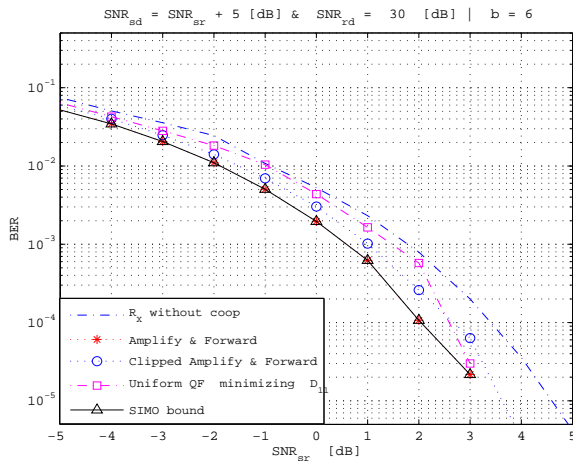


FIG. 4: Comparaison des protocoles QF optimal et AF seuillé avec un "mauvais" relais

on capacity and minimum energy-per-bit for AWGN relay channels", *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol. 52, Issue 4, April 2006, pp. 1545–1561.

- [3] S. Yang and J.-C. Belfiore, "Optimal space-time codes for the MIMO Amplify-and-Forward cooperative channel" *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol. 53, Issue 2, Feb. 2007, pp. 647–663.
- [4] I. Abou-Faycal and M. Médard, "Optimal uncoded regeneration for binary antipodal signaling", *IEEE Proc. of ICC*, June 2004, pp. 742–746.
- [5] K. S. Gomadam and S. A. Jafar, "On the capacity of memoryless relay networks", *Proc. of IEEE Intl. Conf. on Comm.*, June 2006.
- [6] A. Kurtenbach and P. Wintz, "Quantizing for noisy channels", *IEEE Trans. on Communications*, Vol. 17, April 1969, pp. 291–302.