

# Contraintes de forme multi-modèles pour les contours actifs

Alban FOULONNEAU<sup>1\*</sup>, Pierre CHARBONNIER<sup>1</sup>, Fabrice HEITZ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Ponts et Chaussées de Strasbourg  
11 rue Jean Mentelin, B.P. 9, 67035 STRASBOURG Cedex, France

<sup>2</sup>LSIIT UMR 7005 CNRS Université de Strasbourg I  
Boulevard Sébastien Brandt, B.P. 10413, 67400 ILLKIRCH, France  
[alban.foulonneau@uha.fr](mailto:alban.foulonneau@uha.fr), [pierre.charbonnier@equipement.gouv.fr](mailto:pierre.charbonnier@equipement.gouv.fr)  
[heitz@lsiit.u-strasbg.fr](mailto:heitz@lsiit.u-strasbg.fr)

**Résumé** – Nous nous intéressons ici à l'introduction d'une contrainte de forme de haut niveau dans la segmentation d'objets par contours actifs, en présence de fonds texturés et d'occultations partielles. L'approche proposée utilise les moments de Legendre pour la définition d'une contrainte *a priori* prenant en compte un ensemble de formes de référence, invariante aux transformations affines. L'équation d'évolution obtenue est unique, indépendante de toute considération d'implantation. Elle assure la prise en compte de variabilités significatives d'aspect et la gestion intrinsèque de transformations géométriques.

**Abstract** – In this paper we address the problem of introducing high-level shape information in the framework of image segmentation using active contours, in the presence of textured background and partial occlusions. In the proposed approach, Legendre moments are exploited to define an *a priori* constraint that accounts for a set of reference shapes and is invariant with respect to affine transformations. Minimizing the constraint results in a single, implementation-independent evolution equation, that handles significant aspect variability and manages geometrical transformations in an intrinsic way.

## 1 Introduction

Les contours actifs sont aujourd'hui utilisés comme technique de segmentation dans de nombreuses applications d'analyse d'images. L'introduction de contraintes de forme pour améliorer leurs performances en présence d'arrière-plans texturés ou d'occultations partielles représente un enjeu important. L'approche usuelle consiste à ajouter à la fonctionnelle optimisée un terme *a priori*, visant à contraindre le contour en évolution à ressembler à une forme de référence. Dans ce contexte, deux questions principales sont posées : l'alignement entre la courbe en évolution et la référence et la prise en compte de la variabilité d'aspect des objets considérés. Nous avons proposé [1, 2] une approche originale, combinant représentation paramétrique des formes et théorie de l'évolution de courbes. Cette représentation est invariante aux transformations affines, ce qui offre une première façon de résoudre la question de l'alignement. Nous décrivons ici l'extension de ce formalisme à la prise en compte simultanée de plusieurs formes de référence. Ceci permet de tenir compte de variabilités d'aspect importantes et constitue une seconde façon de gérer les transformations géométriques.

## 2 A priori de forme et invariances géométriques

Notre modèle repose sur une représentation paramétrique des formes à partir de moments de Legendre de leur

fonction caractéristique, jusqu'à un certain ordre,  $N$ , rassemblés dans un vecteur appelé *descripteur*. Une telle approche permet de représenter des objets de topologie quelconque, de manière hiérarchique. La contrainte de forme se définit alors à partir d'une distance entre descripteurs,  $d(\lambda(\Omega_{int}), \lambda^{ref})$ , le descripteur de la région intérieure au contour  $\Gamma$  en évolution étant noté  $\lambda(\Omega_{int})$ , et celui d'une forme de référence,  $\lambda^{ref}$ .

Dans l'approche proposée, les moments de Legendre  $\{\lambda_{p,q}, p+q \leq N\}$  sont calculés à partir des moments géométriques ou *réguliers*,  $M_{u,v}$ , auxquels ils sont reliés par une expression linéaire :

$$\lambda_{p,q} = C_{pq} \sum_{u=0}^p \sum_{v=0}^q a_{pu} a_{qv} M_{u,v}. \quad (1)$$

Les expressions des coefficients intervenant dans cette relation peuvent être trouvées dans [2].

Outre son aspect pratique, cette méthode trouve sa justification dans la gestion de l'alignement de la forme en évolution sur la forme de référence. En effet, dans de nombreux travaux [3, 4], les paramètres de pose (rotation, translation et mise à l'échelle) sont introduits de manière explicite dans l'expression du terme *a priori*. Cela augmente le nombre d'inconnues du problème et conduit à des systèmes d'équations aux dérivées partielles couplées. Dans notre approche, au contraire, il est aisé de définir un descripteur *intrinsèquement* invariant aux transformations géométriques, en utilisant les propriétés des moments. Ainsi, en remplaçant les moments réguliers par des moments centrés et normalisés dans (1), on obtient un descripteur  $\lambda$  invariant aux changements d'échelle iso-

\*Nouvelles coordonnées : Laboratoire MIPS, Université de Haute Alsace, 12 rue des frères lumière, 68093 MULHOUSE cedex

tropes et aux translations :

$$\lambda_{p,q} = C_{pq} \sum_{u=0}^p \sum_{v=0}^q a_{pu} a_{qv} \eta_{u,v}. \quad (2)$$

$$\eta_{u,v} = \iint_{\Omega_{int}} \frac{(x - \bar{x})^u (y - \bar{y})^v}{(\beta |\Omega_{int}|)^{(u+v+2)/2}} dx dy, \quad (3)$$

$$\text{avec } \bar{x} = \frac{M_{1,0}}{M_{0,0}}, \bar{y} = \frac{M_{0,1}}{M_{0,0}} \text{ et } |\Omega_{int}| = M_{0,0}. \quad (4)$$

Les paramètres nécessaires au « centrage » et la mise à l'échelle font intervenir le centre de gravité et l'aire de la forme, qui correspondent à ses moments géométriques d'ordre 0 et 1 et sont directement accessibles. De même, on peut exprimer les paramètres d'une transformation affine appliquée à une forme quelconque à partir des moments de celle-ci jusqu'à l'ordre 3 [1, 5]. On peut définir des moments géométriques  $\eta_{u,v}^A$  compensés de cette transformation, et (2) fournit alors un descripteur intrinsèquement *affine-invariant*,  $\lambda^A$ . De même, un modèle intermédiaire  $\lambda^S$ , invariant aux similitudes, peut être défini [2].

### 3 Proposition d'une contrainte multi-modèles

Lorsqu'une seule forme de référence est introduite pour contraindre l'évolution du contour actif, l'*a priori* de forme s'écrit, en adoptant une interprétation probabiliste,

$$J_{forme}(\Omega_{int}) = -\log(P(\lambda(\Omega_{int}))) \quad (5)$$

avec

$$P(\lambda) \propto \exp\left(-d(\lambda, \lambda^{ref})\right). \quad (6)$$

Dans notre modèle,  $d$  est une distance quadratique et la probabilité résultante est donc gaussienne. Le lecteur intéressé trouvera une étude complète du cas mono-modèle dans [1, 2]. L'extension au cas multi-modèles, c'est-à-dire lorsqu'on prend en compte simultanément  $N_{ref}$  formes de références dans la contrainte, est réalisée naturellement en définissant  $P(\lambda)$  comme un mélange de densités de probabilités [6]. Ainsi, sous l'hypothèse que toutes les formes de référence sont équiprobables et de distributions gaussiennes, on obtient :

$$P(\lambda) = \frac{1}{N_{ref}} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{N_{ref}} \exp\left(-\frac{\|\lambda - \lambda_{(k)}^{ref}\|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (7)$$

où  $\lambda_{(k)}^{ref}$  représente le descripteur associé à la  $k$ -ème forme de référence. Notons que l'équation (7) est identique à l'estimateur classique de densités de probabilité de Parzen. Notre modèle s'étend donc directement à la définition de modèles statistiques de variabilité de forme [7].

L'équation d'évolution correspondant à la minimisation de  $J_{forme}$  se calcule par la méthode, désormais classique, de dérivation eulérienne [8, 9]. Dans notre cas, l'application des règles élémentaires de dérivation conduit (on omet  $\Omega_{int}$  pour simplifier) à :

$$\frac{\partial J_{forme}^{multi}}{\partial t} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{ref}} \frac{\partial J_{forme}^{(k)}}{\partial t} \exp\left(\frac{-\|\lambda - \lambda_{(k)}^{ref}\|^2}{2\sigma^2}\right)}{2\sigma^2 \sum_{k=1}^{N_{ref}} \exp\left(\frac{-\|\lambda - \lambda_{(k)}^{ref}\|^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad (8)$$

où  $J_{forme}^{(k)} = \|\lambda - \lambda_{(k)}^{ref}\|^2$  correspond à l'*a priori* quadratique du cas mono-référence, pour la  $k$ -ème forme de référence. En utilisant la relation (2), on montre facilement que sa dérivée s'écrit :

$$\frac{\partial J_{forme}^{(k)}}{\partial t} = \sum_{u,v}^{u+v \leq N} A_{(k)uv} \delta_E(\eta_{u,v}), \quad (9)$$

où  $\delta_E$  note la dérivée eulérienne et :

$$A_{(k)uv} = 2 \sum_{p,q}^{p+q \leq N} (\lambda_{p,q} - \lambda_{(k)p,q}^{ref}) C_{pq} a_{pu} a_{qv}. \quad (10)$$

En incorporant (9) dans (8) et en échangeant les sommes, on obtient :

$$\frac{\partial J_{forme}^{multi}}{\partial t} = \sum_{u,v}^{u+v \leq N} A_{uv}^{multi} \delta_E(\eta_{u,v}), \quad (11)$$

où  $A_{uv}^{multi}$  est défini par :

$$A_{uv}^{multi} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{ref}} A_{(k)uv} \exp\left(\frac{-\|\lambda - \lambda_{(k)}^{ref}\|^2}{2\sigma^2}\right)}{2\sigma^2 \sum_{k=1}^{N_{ref}} \exp\left(\frac{-\|\lambda - \lambda_{(k)}^{ref}\|^2}{2\sigma^2}\right)}. \quad (12)$$

La dérivation eulérienne de  $\eta_{u,v}$  est similaire au cas mono-référence (voir [2] pour plus de détails). Cela conduit, finalement, à une équation d'évolution pour le contour  $\Gamma$  du type :

$$\frac{\partial \Gamma(x, y)}{\partial t} = \underbrace{\sum_{u,v}^{u+v \leq N} A_{uv}^{multi} \left( H_{uv}(x, y, \Omega_{int}) + \sum_{i=0}^2 B_{uvi} L_i(x, y) \right)}_{V_{forme}} \mathcal{N}. \quad (13)$$

L'expression du module de la vitesse,  $V_{forme}$ , ne dépend que des coordonnées  $(x, y)$  et des moments de la forme en évolution, *via* les coefficients  $L_i$ ,  $H_{uv}$  et  $B_{uvi}$ . Les expressions de ces coefficients dépendent du niveau d'invariance géométrique considéré, *i.e.* selon que l'on utilise  $\lambda$ ,  $\lambda^S$  ou  $\lambda^A$  (voir exemple Tab. 1 dans le cas de l'invariance aux changements d'échelle isotropes et aux translations).

Notons que (13) est de la même forme que l'équation d'évolution obtenue dans le cas mono-modèle. La seule différence réside dans l'expression du facteur  $A_{u,v}^{multi}$ , qui correspond à une somme pondérée des facteurs individuels calculés à partir des descripteurs de chaque forme de référence,  $\lambda_{(k)}^{ref}$ . En d'autres termes, la force induite par la minimisation de  $J_{forme}$  dans le cas multi-modèles est une somme pondérée des forces individuelles dirigées vers chacune des formes de référence. On remarque que le poids décroît de façon exponentielle avec la distance, en termes de descripteurs, entre la forme en évolution et la forme de référence. L'essentiel de la charge calculatoire de l'algorithme étant concentrée dans le calcul des coefficients  $L_i$ ,  $H_{uv}$  et  $B_{uvi}$ , le passage au cas multi-modèles ne représente pas un surcoût très important.

## 4 Application à la segmentation par contours actifs

Afin d'illustrer l'intérêt de notre contrainte de forme multi-modèles dans le cadre de la segmentation d'images, nous ajoutons à  $J_{forme}$  un terme d'attache aux données classique [10] :

$$J_{donnees}(\Omega_{int}) = \iint_{\Omega_{int}} (I(x, y) - \mu_{int})^2 dx dy + \iint_{\Omega_{ext}} (I(x, y) - \mu_{ext})^2 dx dy, \quad (14)$$

où  $I(x, y)$  représente l'intensité du pixel à la position  $(x, y)$  et  $\mu_{int}$  (resp.  $\mu_{ext}$ ) est la moyenne des intensités dans  $\Omega_{int}$  (resp.  $\Omega_{ext}$ ). Minimiser cette fonctionnelle revient donc à partitionner l'image en deux régions aussi homogènes que possible. L'équation d'évolution du contour qui résulte de la minimisation de la somme pondérée de  $J_{forme}$  et de  $J_{donnees}$  est indépendante de toute considération d'implantation. Nous utilisons ici le formalisme des ensembles de niveau (*level-sets*) [11], qui prend en compte de manière naturelle les changements de topologie en cours d'évolution. Dans les expériences rapportées ici, les moments utilisés sont invariants aux changements d'échelle isotropes et aux translations.

La figure 1 illustre un exemple de segmentation d'objets de topologies différentes, dans des images réelles et à partir d'initialisations variées. Notons que le jeu de paramètres utilisé (et donc, l'équation d'évolution mise en œuvre) est exactement le même dans les trois cas proposés.

La figure 2, montre la segmentation d'un panneau de signalisation "stop" partiellement occulté et tourné d'environ  $27^\circ$ . Le jeu d'images de référence est constitué d'une silhouette de panneau "stop", selon 6 orientations différentes :  $-60^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ . Cette expérience met en évidence la possibilité de gérer les rotations à travers l'ensemble de référence, ce qui constitue une alternative à l'utilisation de moments intrinsèquement invariants. Dans une troisième expérience, non illustrée ici, l'ensemble de référence comprend 90 rotations de la silhouette "stop", tous les  $2^\circ$  entre  $-88^\circ$  et  $90^\circ$ . Le résultat de segmentation obtenu est similaire à celui de la figure 2(h). La forme de référence la plus proche, au sens de  $J_{forme}^{(k)}$ , de la forme solution est la  $58^{\text{ème}}$ , ce qui correspond à un angle de  $26^\circ$ .

## 5 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé un a priori de forme intrinsèquement invariant aux transformations affines, calculé à partir des moments de Legendre. L'équation aux dérivées partielles obtenue est analytique et son implantation (ensembles de niveaux, splines ...) n'est pas imposée par le modèle. Les résultats expérimentaux présentés, dans le cadre de segmentation d'objets partiellement occultés, montrent que cette EDP permet de contraindre l'évolution d'un contour vers une forme appartenant à un ensemble de formes de références, de topologie quelconque, prises en compte simultanément. Ce travail ouvre la voie à la prise

en compte de modèles statistiques plus complexes des déformations. La contrainte multi-modèles offre également une alternative à l'alignement intrinsèque pour la gestion des transformations géométriques.

## Références

- [1] A. Foulonneau, P. Charbonnier, et F. Heitz, "Affine-invariant geometric shape priors for region-based active contours," *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 28, no. 8, pp. 1352–1357, août 2006.
- [2] A. Foulonneau, "Une contribution à l'introduction de contraintes géométriques dans les contours actifs orientés région," Thèse de Doctorat, ULP (Université Louis Pasteur) - Strasbourg I, France, décembre 2004.
- [3] A. Tsai, A. Yezzi, W. Wells, C. Tempany, D. Tucker, A. Fan, W. Grimson, et A. Willsky, "A shape-based approach to the segmentation of medical imagery using level sets," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 22, no. 2, pp. 137–154, février 2003.
- [4] M. Leventon, W. Grimson, et O. Faugeras, "Statistical shape influence in geodesic active contours," in *Proc. of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Hilton Head Island, Southern Carolina, USA, juin 2000, pp. 1316–1323.
- [5] S. Pei et C. Lin, "Image normalization for pattern recognition," *Image and Vision Computing*, vol. 13, no. 10, pp. 711–723, décembre 1995.
- [6] A. Foulonneau, P. Charbonnier, et F. Heitz, "Affine-invariant multi-reference shape priors for active contours," in *Computer Vision – ECCV 2006*, ser. LNCS, A. Leonardis, H. Bischof, et A. Pinz, Eds., vol. 3952. Springer, 2006, pp. 601–613.
- [7] D. Cremers, S. Osher, et S. Soatto, "Kernel density estimation and intrinsic alignment for knowledge-driven segmentation : Teaching level sets to walk," in *Pattern Recognition Symposium, Springer, Lecture Notes in Computer Science*, C. Rasmussen et al., Ed., vol. 3175, Tübingen, Germany, septembre 2004, pp. 36–44.
- [8] M. Delfour et J. Zolesio, *Shape and geometries : analysis, differential calculus and optimization*, ser. Advances in design and control. SIAM, 2001.
- [9] S. Jehan-Besson, "Modèles de contours actifs basés région pour la segmentation d'images et de vidéos," Thèse de Doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, France, janvier 2003.
- [10] T. Chan et L. Vese, "Active contours without edges," *IEEE Transactions on Image processing*, vol. 10, no. 2, pp. 266–277, février 2001.
- [11] S. Osher et J. Sethian, "Fronts propagating with curvature-dependant speed : algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations," *Journal of Computational Physics*, vol. 79, no. 1, pp. 12–49, novembre 1988.

$$\begin{aligned}
 H_{uv}(x, y, \Omega_{int}) &= \frac{(x - \bar{x})^u (y - \bar{y})^v}{(\beta |\Omega_{int}|)^{(u+v+2)/2}}, & B_{uv0} &= \frac{u \cdot \bar{x} \cdot \eta_{u-1,v} + v \cdot \bar{y} \cdot \eta_{u,v-1}}{\beta^{\frac{1}{2}} |\Omega_{int}|^{\frac{3}{2}}} - \frac{(u+v+2) \cdot \eta_{u,v}}{2 |\Omega_{int}|}, \\
 B_{uv1} &= \frac{-u \cdot \eta_{u-1,v}}{\beta^{\frac{1}{2}} |\Omega_{int}|^{\frac{3}{2}}}, & B_{uv2} &= \frac{-v \cdot \eta_{u,v-1}}{\beta^{\frac{1}{2}} |\Omega_{int}|^{\frac{3}{2}}}, & L_0 &= 1, & L_1 &= x, & L_2 &= y.
 \end{aligned}$$

TAB. 1 – Coefficients de l'équation d'évolution dans le cas de l'invariance aux changements d'échelle isotropes et aux translations, *i.e.* lorsque les moments sont calculés selon les expressions (2), (3) et (4).

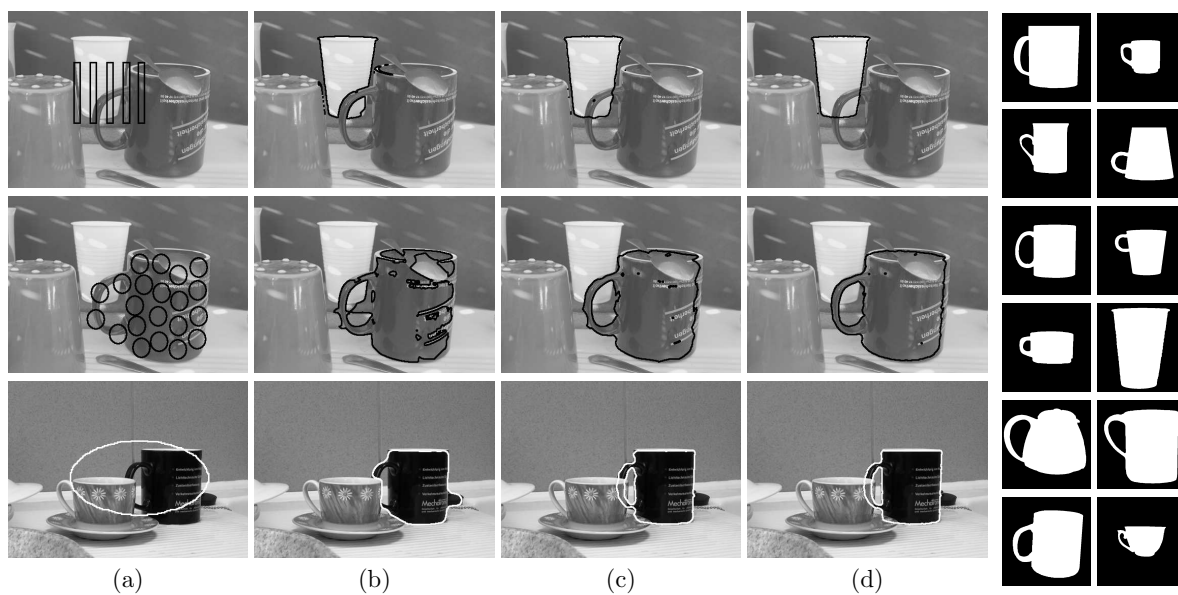


FIG. 1 – A gauche : trois exemples de segmentation d'images réelles. Dans chaque cas, on représente (a) le contour actif initial, (b) le résultat de segmentation sans *a priori* de forme (utilisation d'un terme classique de courbure), (c) la segmentation obtenue à l'aide de la contrainte multi-références avec les moments jusqu'à l'ordre  $N = 20$ , (d) le résultat final obtenu en utilisant les moments jusqu'à l'ordre  $N = 40$ . A droite : le jeu de 12 images de référence utilisé.

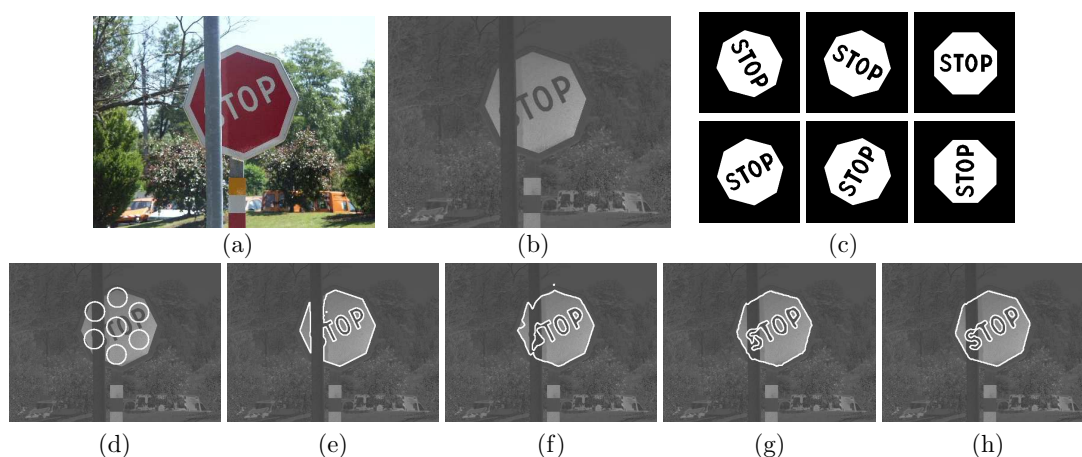


FIG. 2 – (a) Image originale RVB; (b) image de coefficient chromatique rouge associée :  $r = \frac{R}{R+V+B}$ ; (c) ensemble de 6 images de référence utilisé. (d) Initialisation de la segmentation; (e) résultat sans contrainte de forme ni terme de courbure; (f) résultat avec la contrainte de forme multi-modèles à l'ordre  $N = 10$ , (g)  $N = 30$  et (h)  $N = 42$ .