

# Vers un modèle sous-pixel des images de Soleil calme dans l'extrême ultra-violet

Pierre CHAINAIS<sup>1</sup>, Véronique DELOUILLE<sup>2</sup>, Jean-François HOCHEDÉZ<sup>2</sup>,

<sup>1</sup>LIMOS UMR 6158

Université Blaise Pascal Clermont-Ferrand II - Campus des Cézeaux 63173 Aubière

<sup>2</sup>Observatoire Royal de Belgique, Bruxelles

[pierre.chainais@isima.fr](mailto:pierre.chainais@isima.fr), [v.delouille@oma.be](mailto:v.delouille@oma.be), [hochedez@oma.be](mailto:hochedez@oma.be)

**Résumé** – Nous nous intéressons à la modélisation d'images du Soleil acquises dans l'extrême ultraviolet par le télescope Extreme ultraviolet Imaging Telescope (EIT) de la mission Solar and Heliospheric Observatory (SoHO, ESA/NASA). Nous nous intéressons aux régions les moins structurées en apparence, le "Soleil calme". Nous présentons d'abord une analyse multifractale des images de Soleil calme. Au-delà de l'analyse des données, il s'agit d'identifier un modèle stochastique des images étudiées à partir duquel il sera possible de simuler des images similaires mais de résolution arbitrairement fine en exploitant la propriété d'invariance d'échelle. Nous comparons deux familles de modèles (cascades infiniment divisibles et draps stables fractionnaires) permettant de simuler numériquement des images statistiquement similaires aux images de Soleil calme. Cette modélisation permettra la préparation des prochaines observations à haute résolution et d'étudier la variabilité sous-pixel des images du Soleil.

**Abstract** – We address the modeling of solar images provided by the Extreme ultraviolet Imaging Telescope (EIT) onboard the Solar and Heliospheric Observatory (SoHO, a joint ESA/NASA mission). We focus in particular on the less structured regions, the "Quiet Sun". We first present a multifractal analysis of Quiet Sun images. Beyond this data analysis, our aim is to identify a model that would allow to simulate images that are similar to real ones, and to use scale invariance property to obtain artificial images at any finer resolution. We compare two families of models (infinitely divisible cascades and fractional stable fields) that permit to synthesize images that are statistically similar to Quiet Sun images. This modeling will help in preparing forthcoming observations at high resolutions and in describing the sub-pixel variability of Quiet Sun images.

## 1 Observation du Soleil calme

### 1.1 Le Soleil calme vu par E.I.T. (SoHO)

L'activité du Soleil est très complexe. Elle obéit à un cycle de période 11 ans environ. Dans les phases les plus actives, on observe de grandes structures magnétiques ayant une géométrie et une dynamique propres et appelées 'régions actives'. Celles-ci sont le sujet d'études approfondies [14, 18]. Dans les périodes les plus calmes, ces structures sont moins nombreuses et, dans la bande passante centrée sur  $\lambda = 19,5$  nm, on observe de grandes zones beaucoup moins ordonnées, au moins en apparence. On pense alors à une sorte de fond turbulent : c'est ce que l'on appelle le "Soleil calme" [2, 15]. Cette appellation aux consonances rassurantes masque sans doute une réalité bien plus agitée mais dont le détail est inaccessible du fait d'une résolution insuffisante des instruments actuels.

La mission SoHO (Solar and Heliospheric Observatory) lancée conjointement par l'ESA et la NASA a notamment embarqué le télescope EIT [7] (Extreme ultraviolet Imaging Telescope) qui fournit des images du Soleil dans l'extrême ultraviolet ( $\lambda = 19,5$  nm par exemple) avec une résolution de  $(1800\text{km})^2/\text{pixel}$  environ. Cette résolution reste assez grossière relativement aux plus petites échelles

physiques mises en jeu qui sont  $\lesssim 100$  m. La qualité des observations s'en trouve limitée sans qu'on sache précisément quantifier à quel point. Nous proposons d'exploiter l'invariance d'échelle constatée dans les images pour extrapoler les informations sous-pixels, au moins au sens statistique.

### 1.2 Motivations et objectifs

L'extrapolation sous-pixel doit permettre de proposer un modèle des images de Soleil calme à une résolution quelconque. Ce modèle reproduira un certain nombre de propriétés statistiques des images réelles disponibles, vues comme des textures aléatoires. Même si cette modélisation ne prétend pas rendre précisément compte de la physique du système, elle n'en sera pas complètement déconnectée puisque nous utiliserons des modèles stochastiques multifractals dont la définition a été initialement motivée par la modélisation des écoulements turbulents [4, 9].

Les images synthétiques obtenues permettront de calibrer certains outils tels que *Velociraptor* [10], un outil d'extraction des mouvements à la surface du Soleil grâce à une technique de flot optique. On pourra notamment explorer les limites de cet outil lorsqu'il s'agit d'extraire

des mouvements d'une amplitude très inférieure à 1 pixel entre deux images successives (collaboration avec S. Gissot, Observatoire Royal de Belgique).

Une autre motivation importante de ce travail est la prévision de la qualité des observations futures à haute résolution [11]. Les physiciens envisagent d'atteindre des résolutions de l'ordre de  $(80 \text{ km})^2/\text{pixel}$ , au lieu de  $(1800 \text{ km})^2$  pour EIT. Il s'agit de garantir l'intérêt scientifique de telles missions. Les capteurs CCD utilisés sont essentiellement des compteurs de photons, les photons arrivant selon un processus de Poisson. L'un des problèmes des observations à haute résolution est la baisse du rapport signal/bruit lorsque la résolution s'affine. Lorsque le nombre moyen de photons incidents par pixel devient trop faible, la mesure n'est plus fiable. Or il est impossible de savoir a priori comment est répartie l'intensité à l'intérieur d'un pixel. Grâce aux modèles invariants d'échelle que nous proposons, on pourra envisager d'extrapoler (au sens statistique) la structure des images en dessous des échelles actuellement accessibles. A terme, nous pourrions proposer un critère pour définir les régions dont la description à haute résolution présente un intérêt potentiel (rapports signal/bruit suffisant et présence de détails sous-pixel).

### 1.3 Démarche

Nous avons sélectionné un ensemble de 54 images acquises en 1997 (période calme du cycle solaire) dans la bande passante 19,5 nm de EIT en éliminant les images qui contenaient manifestement des régions actives, voir figure 1. Au-delà des analyses classiques (spectre, histogrammes...) étudiées en détail dans la littérature, ces images possèdent une propriété d'invariance d'échelle [2,8]. L'analyse multifractale permet de décrire finement la structure de corrélation spatiale de ces images. Nous en déduisons l'identification de deux familles de processus stochastiques permettant de reproduire un comportement statistique similaire et ayant une allure visuelle comparable. Précisons bien qu'il ne s'agit pas ici d'une approche s'appuyant sur une simulation numérique directe des écoulements magnéto-hydrodynamique à la surface du Soleil ; au contraire nous proposons de modéliser les images du Soleil calme par des processus stochastiques appropriés.

### 1.4 Description des données

Les images acquises par le télescope EIT sont de taille  $1024 \times 1024$ , et représentent le Soleil entier, voir figure 1. Pour limiter les déformations dues à la courbure du Soleil à 15% environ, nous n'avons retenu dans ces images qu'une zone de largeur égale à 512 pixels cadrée sur le centre du disque solaire apparent. Afin d'éliminer les images contenant une région active, nous n'avons retenu que les images présentant des intensités  $I$  telles que  $P(I > U) < 10^{-4}$ . Le seuil  $U$  est déterminé en calculant le quantile  $U$  tel que  $P(I > U) = 10\%$  pour une image contenant une région active. Nous avons obtenu un ensemble de 54 images de taille  $512 \times 512$  sans forte région active, et sans rayon cos-

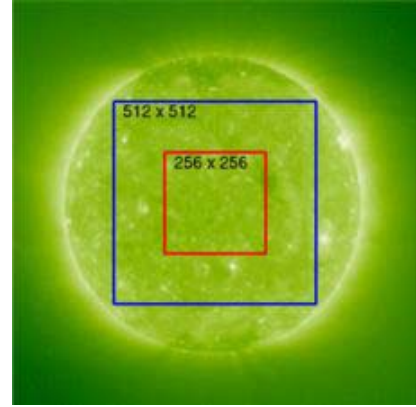


FIG. 1 – Exemple d'image acquise par EIT à la longueur d'onde  $\lambda = 19,5 \text{ nm}$ .

mique (se traduisant habituellement par la présence d'un point très brillant isolé). Par la suite, la gestion des effets de bord dans l'analyse en ondelette amène à ne prendre finalement en compte que les coefficients d'ondelettes associés au carré central de  $256 \times 256$ . Autrement dit, l'analyse multifractale est effectuée sur des images de  $512 \times 512$  mais nous ne retiendrons que les résultats affranchis de tout effet de bord ; par conséquent c'est en réalité un carré central de  $256 \times 256$  qui sera caractérisé par notre analyse.

## 2 Analyse multifractale ondelette

### 2.1 Principe

L'analyse multifractale est d'abord conçue pour caractériser la régularité des fonctions ou des graphes des réalisations d'un processus aléatoire [12]. Il s'agit de quantifier la présence de singularités dans l'image grâce au spectre multifractal  $D(h)$ , où  $h$  est l'exposant caractéristique d'une singularité Hölderienne. En bref, on dira que la fonction  $f(\mathbf{x})$  a une régularité Hölderienne d'exposant  $h$  autour de  $\mathbf{x}_o$  lorsque  $|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}_o)| \sim |\mathbf{x} - \mathbf{x}_o|^h$  dans un voisinage de  $\mathbf{x}_o$ . On obtiendra par exemple  $h \geq 1$  si la fonction est assez régulière en  $\mathbf{x}_o$  et  $h \ll 1$  si la fonction est très singulière. Un autre versant de l'analyse multifractale est associé à son interprétation thermodynamique, l'image étant alors vue comme un "gaz de singularités". Le formalisme multifractal associe alors au spectre multifractal  $D(h)$  sa transformée de Legendre  $\zeta(q)$ . C'est à cette dernière fonction que nous nous intéresserons. En effet, la fonction  $\zeta(q)$  peut être lue comme un ensemble d'exposants de loi d'échelles. Ces exposants caractérisent la structure de corrélation à deux points d'ordre supérieur (différent de 2) d'un processus multifractal ; on parle de "multiscaling" [3,5]. Ils seront utilisés comme paramètres des modèles décrits plus loin.

### 2.2 Estimation des exposants $\zeta(q)$

Plusieurs méthodes sont disponibles pour estimer ces exposants de multiscaling  $\zeta(q)$ . La méthode des maxima

du module de la transformée en ondelette (MMTO) [1] est a priori très fine mais assez délicate d'utilisation sur des images. De plus, elle nécessite des images de grande taille pour être précise. La méthode des coefficients dominants (Wavelet Leaders) [13] réclame elle-aussi des images de grande taille pour disposer d'une gamme suffisamment grande d'échelles lors de l'estimation des exposants. Nous avons préféré travailler avec une transformée en ondelette discrète (Daubechies). Cet outil est théoriquement moins performant sur des signaux multifractals idéaux et de grand taille, mais il est aussi moins sensible aux effets de taille finie (gamme d'échelle limitée) lorsque les images sont petites. Nous estimons les exposants multifractals  $\zeta(q)$  à partir du comportement des fonctions de structure  $S_q(j)$  :

$$S_q(j) = \frac{1}{N_j} \sum_{l=1}^{N_j} |d(j,l)|^q \propto 2^{j\zeta(q)} \quad (1)$$

où  $N_j$  est le nombre de coefficients d'ondelette  $d(j,l)$  à l'octave  $j$ . Pour rendre les comparaisons plus discriminantes, la figure 2 représente les exposants  $\tau(q) = \zeta(q) - q\zeta(1)$  obtenus. Les barres d'erreur rendent compte de l'écart-type empirique des estimations sur l'ensemble des 54 images ; elles traduisent la dispersion des estimations<sup>1</sup>.

### 3 Modèles stochastiques pour les images du Soleil calme

#### 3.1 Identification des paramètres $H$ et $\tau(q)$

Une fonction  $\zeta(q)$  étant estimée sur les données expérimentales, il s'agira de proposer un processus modèle partageant les mêmes propriétés de multiscaling, autrement dit les mêmes exposants  $\zeta(q)$ . Pour cela, nous procédons en deux étapes correspondant à la décomposition de la fonction  $\zeta(q)$  en 2 termes :

$$\zeta(q) = qH + \tau(q) \quad (2)$$

où d'une part  $\tau(q)$  est une fonction concave non-linéaire telle que  $\tau(0) = \tau(1) = 0$  et d'autre part le paramètre  $H$  décrit la tendance linéaire de  $\zeta(q)$ . Notons au passage que  $\zeta(1) = H$ . Le caractère multifractal du processus est gouverné par la composante  $\tau(q)$  lorsqu'elle est non-nulle. Si l'on se contentait de modéliser les images par un mouvement Brownien fractionnaire (strictement auto-similaire) de paramètre de Hurst  $H_o$ , on aurait  $H = H_o$  et  $\tau(q) = 0$  ; il est dit monofractal. A la différence du mouvement Brownien fractionnaire (monofractal) qui peut être synthétisé directement, on doit procéder en deux temps pour synthétiser un processus multifractal. Les exposants  $\tau(q)$  caractérisent une mesure multifractale sous-jacente qu'il faut préalablement construire. On obtient ensuite un processus d'exposants  $\zeta(q)$  par pseudo-intégration, autrement dit en appliquant un filtre en  $1/\|k\|^H$  à la mesure sous-jacente, où  $k$  dénote les fréquences dans le domaine de Fourier.

<sup>1</sup>Il ne s'agit pas d'une estimation de la variance de l'estimateur pour 1 image prise isolément.

On observe ici typiquement que  $\zeta(1) \simeq 0.28$ . Il est alors assez naturel d'envisager d'obtenir un modèle par filtrage en  $1/\|k\|^H$  (avec  $H = \zeta(1)$ ) de la densité d'une mesure issue soit d'une cascade multiplicative, soit d'une autre famille de densités caractérisée par une fonction  $\tau(q)$ .

#### 3.2 Modèle 1 : cascade Poisson composée

Nous avons étudié l'adéquation de plusieurs modèles issus de cascades Poisson composées [4] aux données réelles. Nous avons retenu un modèle tel que  $\tau_{PC}(q) = 1 - \frac{(1+T)^q}{(1+q*T)}$  avec  $T = 0,8$  (cf. [4, 5] pour une description détaillée). On applique ensuite un filtrage passe-bas de réponse fréquentielle  $1/\|k\|^{\zeta(1)}$ . Comme  $\tau(1) = 0$  par construction, on obtient bien la bonne valeur de  $\zeta_{PC}(1) = \zeta(1)$ . La valeur du paramètre  $T$  est choisie de manière à ajuster la courbure de la fonction  $\zeta_{PC}(q)$  à celle des exposants  $\zeta(q)$  estimés sur les images de Soleil calme.

Techniquement, le filtrage en  $1/\|k\|^H$  est réalisé dans l'espace de Fourier (FFT) en utilisant une fonction en  $1/\|k\|^H$  tronquée à l'origine puisque cette réponse n'est pas définie en  $\mathbf{k} = 0$ . On impose une saturation de la réponse fréquentielle en  $\mathbf{k} = 0$  à la valeur associée à la plus petite fréquence disponible.

Les exposants estimés sur un ensemble de 54 réalisations indépendantes sont comparés aux estimations expérimentales sur la figure 2(a). Alors que seule la fonction  $\zeta(q)$  a été optimisée, l'allure visuelle des images ainsi obtenues est satisfaisante (aucun post-traitement infographique n'a été effectué), voir figure 2(c). Ce modèle est donc raisonnablement pertinent.

L'un des intérêts de cette famille de modèles est l'interprétation physique qu'ils reçoivent [4, 5]. En bref, une image obtenue par cascade Poisson composée s'interprète comme l'image d'un empilement aléatoire 3D de cylindres de taille et de transparence aléatoires éclairés par une lumière uniforme au dessus d'un écran de projection. La distribution des centres des cylindres est uniforme dans le plan ; la distribution des rayons  $r$  est en  $1/r^3$  pour assurer l'invariance d'échelle ; la loi des transparences est directement déterminée par le choix de la fonction  $\tau(q)$  associée à sa seconde fonction génératrice. L'intensité d'un pixel est alors le produit des transparences des cylindres, c'est une cascade multiplicative.

#### 3.3 Modèle 2 : drap linéairement stable fractionnaire

Les exposants  $\tau_\alpha(q)$  estimés sont vraiment très proches de zéro pour  $-1 \leq q \leq 1,9$  et obéissent à un comportement quasi-linéaire pointant sur une ordonnée à l'origine voisine de 2 pour  $q \leq -1$  et pour  $q \geq 1,9$ . Ce comportement très particulier rappelle le comportement des LFSM (Linear Fractional Stable Motions) [16] dont l'analyse multifractale est étudiée dans [6, 16]. Le caractère multifractal de ces processus est intimement lié à la divergence des moments d'ordre  $q > \alpha$ ,  $0 < \alpha < 2$ . Le cas  $\alpha = 2$  cor-

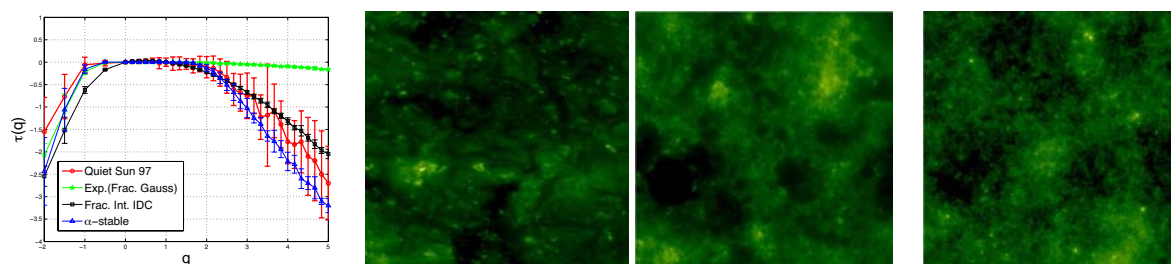


FIG. 2 – (a) Résultats de l’analyse multifractale sur les données comparée aux modèles proposés. Exemples d’images 512×512 de (b) Soleil calme, (c) cascade Poisson composée intégrée fractionnaire, (d) drap stable fractionnaire.

respond au cas gaussien. Nous avons tenté d’ajuster au mieux les paramètres d’un drap stable fractionnaire aux images de Soleil calme. Prenant  $\alpha = 1,9$  et  $H = 0,28$ , nous avons utilisé une méthode approchée de simulation dans le domaine de Fourier inspirée de [17].

Les exposants  $\tau_\alpha(q)$  estimés à nouveau sur une série de 54 réalisations indépendantes sont présentés sur la figure 2(a). Un exemple de réalisation est donné à la figure 2(d). Comme pour le premier modèle envisagé, on obtient une allure visuelle assez satisfaisante malgré l’absence de tout post-traitement. L’interprétation physique du modèle est ici plus délicate.

## 4 Conclusion

Nous ne pouvons pas actuellement discriminer les 2 modèles étudiés dans l’immédiat. Le nombre d’images de Soleil calme disponibles est relativement petit, et les caractérisations utilisées ne montrent pas d’écart plus important avec les observations pour un modèle ou l’autre. Cependant, dans l’hypothèse où le modèle  $\alpha$ -stable serait le meilleur, une conclusion lourde de conséquences serait la variance infinie des images observées. Il faudrait alors utiliser avec prudence l’hypothèse de variance finie couramment supposée comme une évidence par les traitements habituels. Quoi qu’il en soit, notre étude met en évidence le caractère extrêmement intermittent des images disponibles à ce jour du Soleil dit ‘calme’... En affinant encore cette modélisation, nous pourrions ensuite proposer une extrapolation des images à résolution quelconque pour évaluer l’influence des fluctuations sous-pixels sur les observations.

## Références

- [1] A. Arneodo, N. Decoster, and S.G. Roux. A wavelet-based method for multifractal image analysis. i. methodology and test applications on isotropic and anisotropic random rough surfaces. *Eur. Phys. J. B*, 15 :567–600, 2000.
- [2] D. Berghmans, F. Clette, and D. Moses. Quiet Sun EUV transient brightenings and turbulence. A panoramic view by EIT on board SOHO. *Astronomy & Astrophysics*, 336 :1039–1055, 1998.
- [3] B. Castaing and B. Dubrulle. Fully developed turbulence : a unifying point of view. *J. Phys. II France*, 5 :895–899, 1995.
- [4] P. Chainais. Multidimensional infinitely divisible cascades. application to the modelling of intermittency in turbulence. *Eur. J. Phys. B*, 51 :229–243, 2006.
- [5] P. Chainais. Infinitely divisible cascades to model the statistics of natural images. *IEEE Trans. on Patt. and Mach. Intell.*, to appear, 2007.
- [6] P. Chainais, P. Abry, and D. Veitch. Multifractal analysis and alpha-stable processes : a methodological contribution. In *Proc. of ICASSP’2000*.
- [7] J.-P. Delaboudinière et al. EIT : Extreme ultraviolet imaging telescope for the SoHO mission. *Solar Physics*, 162 :291–312, 1995.
- [8] V. Delouille, J. Patoul, J. F. Hochedez, L. Jacques, and J. P. Antoine. Wavelet Spectrum Analysis Of Eit/Soho Images. *Solar Physics*, 228 :301–321, 2005.
- [9] U. Frisch. *Turbulence. The legacy of A. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995.
- [10] S. Gissot and J.-F. Hochedez. Multiscale optical flow probing of dynamics in solar euv images. algorithm, calibration and first results. *Astronomy & Astrophysics*, 464(3) :1107–1118, 2007.
- [11] J.-F. Hochedez, P. Lemaire, E. Pace, U. Schühle, and E. Verwichte. Wide bandgap EUV and VUV imagers for the Solar Orbiter. In B. Battrick et al., eds, vol. 493 of *ESA Special Publication*, pages 245–250, 2001.
- [12] S. Jaffard. Multifractal formalism for functions, part 1 & 2. *SIAM J. of Math. Anal.*, 28(4) :944–998, 1997.
- [13] B. Lashermes, S. Jaffard, and P. Abry. Wavelet leader based multifractal analysis. In *Proc. of IEEE ICASSP’05*, 4 :161–164, 2005.
- [14] D. Moses et al. EIT Observations of the Extreme Ultraviolet Sun *Solar Physics*, 175 :571–599, 1997.
- [15] A. Pauluhn, S. K. Solanki, I. Rüedi, E. Landi, and U. Schühle. Statistics of quiet Sun extreme ultraviolet intensities. *Astronomy & Astrophysics*, 362 :737–745, 2000.
- [16] G. Samorodnitsky and M. Taqqu. *Stable non-Gaussian random processes*. Chapman and Hall, New York, 1994.
- [17] H. Scheffler. Fourier series approximation of linear fractional stable motion. *preprint*, 2006.
- [18] C. J. Schrijver et al. A new view of the solar outer atmosphere by the Transition Region and Coronal Explorer *Solar Physics*, 187 :261–302,1999