

# Modélisation du transfert thermique dans un modèle Eléments Discrets

Viet Dung Nguyen, Claudia Cogné, Jérôme Fortin\*, Mohamed Guessasma, Emmanuel Bellenger & Patrice Coorevits

Université de Picardie Jules Verne - Laboratoire des Technologies Innovantes EA 3899, IUT, 48 rue d'Ostende,  
02100 Saint-Quentin, France.

\* INSSET, 48 rue Raspail, 02100 Saint-Quentin, France.  
e-mail : vietdung.nguyen@u-picardie.fr

## Résumé :

*Ce travail a pour objectif d'étudier l'évolution dynamique des transferts de chaleur dans un système multi-contacts. L'analyse bibliographique a montré l'importance, d'un point de vue thermique, des interfaces entre deux corps en contact frottant. Le système étudié est composé d'un grand nombre de particules avec la présence de l'air. La prise en compte des transferts de chaleur nécessite la détermination des flux convectifs et la détection des contacts entre les particules, recherche réalisée à partir d'une approche Eléments Discrets basée sur la méthode de Dynamique des Contacts et la méthode du bipotentiel.*

## Abstract :

*In this work we propose to study the dynamical evolution of heat transfer in a multi-contact system. From the thermal point of view, the bibliographical analysis has shown the importance of interfaces between two bodies in contact. The aim of this work is to better understand heat transfer in a system composed of a large number of particles with the presence of air. Heat transfer requires contacts detection between particles and the determination of convective flow. Therefore, we propose to use the Discrete Elements Method based on the Contact Dynamics method and on the bipotential method.*

## Mots-clefs :

**contact frottant ; multi-contacts ; thermique**

## 1 Introduction

L'objectif de l'étude est de mieux appréhender les phénomènes thermiques dans un système composé d'un grand nombre de particules et de l'air. Notre travail consiste à modéliser les transferts thermiques par conductance et par convection dans une approche type Eléments Discrets (ED). L'originalité du code MULTICOR, Fortin (2005), consiste à utiliser comme solveur de contact le bipotentiel initié par de Saxcé (1998). De plus, il utilise le concept NSCD (Non-Smooth Contact Dynamics) développé par Jean (1999) et Moreau (1994), ce qui permet de modéliser correctement les effets dynamiques mais aussi de travailler avec un pas de discrétisation très grand ( $\Delta t \approx 10^{-3}$ ) en comparaison avec les codes explicites ( $\Delta t \approx 10^{-7}$ ) (Cundall (1979)). Les processus de transfert thermique dans un système multi-contacts dépendent de divers paramètres comme la porosité, la distribution des efforts de contact, la nature de chaque phase et la structure des corps. Dans le cadre de ce travail, la prise en compte des flux de chaleur échangés se fait par convection et par le biais de la conductance de contact, calculée à partir de la théorie de Hertz (Watson (2002)). Cette théorie tient compte des caractéristiques thermomécaniques du matériau et des efforts de contact. De plus, le transfert par convection air-particule est modélisé à partir d'un coefficient d'échange déterminé avec les propriétés thermophysiques du milieu ambiant.

## 2 Résolution mécanique : méthodes des Eléments Discrets

La méthode la plus générale des ED permet de modéliser des particules réellement déformables et de formes complexes (depuis l'ellipsoïde jusqu'au polygone). Nous nous limitons ici au cas "simple" de particules sphériques non-déformables et non-pénétrables. En choisissant comme paramètres de configuration  $q$  (coordonnées du centre de gravité des grains et rotations d'Euler), les termes gyroscopiques et centrifuges sont nuls et la matrice de masse généralisée  $M$  du système ne dépend pas de  $q$  et est diagonale par bloc. L'équation à modéliser s'écrit donc :

$$M\ddot{q} = F_{ext}(q, \dot{q}, t) + R^\alpha \quad (1)$$

où  $F_{ext}$  représentent les efforts extérieurs explicites connus et  $R^\alpha$  les efforts intérieurs associés aux réaction de contact a priori inconnues. Le cycle de calcul est un algorithme de type "pas à pas" qui requiert la répétition d'un schéma de résolution. Afin de limiter la détection des contacts potentiels MULTICOR, utilise la méthode de partitionnement couplée à une table de connectivité. Cette technique permet de réduire considérablement le volume de calcul. Cette fois-ci, le nombre d'opération ne croît plus comme  $O(p^2)$  mais seulement comme  $O(p)$ , ce qui est quasi-optimal.

A chaque paire de particule  $\Omega_i$  et  $\Omega_j$  candidates au contact, est associée un référentiel local dont les axes sont orientés suivant les deux vecteurs unitaires  $\underline{n}$  et  $\underline{t}$ , respectivement normal et tangent au plan de contact. La normale  $\underline{n}$  est dirigée de  $\Omega_j$  vers  $\Omega_i$ . Les valeurs mises en dualité sont  $\underline{\dot{u}}$ , la vitesse relative locale de  $\Omega_i$  par rapport à  $\Omega_j$ , et la réaction de contact  $\underline{r}$  de  $\Omega_j$  sur  $\Omega_i$ . Elles se décomposent dans la base locale par :

$$\underline{\dot{u}} = \dot{u}_t \underline{t} + \dot{u}_n \underline{n}, \quad \underline{r} = r_t \underline{t} + r_n \underline{n} \quad (2)$$

où  $\dot{u}_n$  est la vitesse de séparation normale,  $\dot{u}_t$  la vitesse de glissement,  $r_n$  la pression de contact et  $r_t$  la force d'adhérence. L'introduction du frottement de Coulomb conduit à un problème de complémentaire non linéaire. L'utilisation du bypotentiel de contact conduit à un seul principe variationnel et une seule inégalité. A partir de l'algorithme d'Usawa, on aboutit à la résolution de la loi de contact basée sur le schéma prédicteur-correcteur suivant :

$$\begin{aligned} \text{prédicteur :} & \quad \underline{\tau} = \underline{r} - \rho[\dot{u}_t \underline{t} + (\underline{u}_n + \mu \|\underline{\dot{u}}_t\|) \underline{n}] \\ \text{correcteur :} & \quad \underline{r} = \text{proj}(\underline{\tau}, K_\mu) \end{aligned} \quad (3)$$

où la projection  $\tau$  sur le cône de Coulomb  $K_\mu$  conduit, à l'un des trois statuts : non-contact, contact avec adhérence ou contact avec glissement. Classiquement, à chaque pas de temps, l'ensemble des forces de contact du système est déterminé itérativement par la méthode dite des équilibres successifs qui est basée sur un algorithme de type Gauss-Seidel pour la version 2D. Chaque force de contact est calculée en adoptant des valeurs provisoires des forces sur les autres contacts. La convergence est obtenue quand chaque force interpaliculaire vérifie la loi de contact unilatéral avec frottement sec.

## 3 Modélisation du transfert thermique

Notre modélisation repose sur l'analyse de deux phénomènes thermiques mis en jeu : les transferts par conductance et par convection. Le troisième type de transfert, le rayonnement, est négligé.

Dans le cas du transfert par conductance, le flux de chaleur  $\varphi_c$ , est directement proportionnel au coefficient de transfert  $H_c$ , appelé conductance de contact :

$$\varphi_c = H_c(T_j - T_i) \quad (4)$$

où  $T_i$  et  $T_j$  sont respectivement les températures des particules  $\Omega_i$  et  $\Omega_j$ . Ce phénomène est particulièrement délicat à quantifier puisque la conductance de contact est une donnée empirique. Pour calculer la conductance, Watson (2002) tient compte de la force normale de contact dans la loi de Hertz :

$$H_c = 2\lambda \left( \frac{3r_n a^*}{4E^*} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (5)$$

où  $a^*$  représente le rayon effectif et  $E^*$  le module d'Young de deux particules en contact. Nous retiendrons cette théorie pour le calcul de  $H_c$ .

Par ailleurs, nous avons supposé que la résistance au transfert thermique à l'intérieur d'une particule est significativement plus petite que la résistance entre les particules en contact. Pour le cas de deux particules en contact, on a :  $B_i = \frac{H_c}{\lambda \pi a_i} \ll 1$  où  $B_i$  est le coefficient de Biot.

Cette hypothèse permet de supposer que la température de chaque particule est homogène. La conduction au sein de chaque particule  $\Omega_i$  est donc négligée dans cette étude.

De plus, nous adoptons les hypothèses suivantes : les matériaux des particules sont homogènes de sorte que les propriétés thermophysiques comme la masse volumique, la chaleur massique et la conductivité thermique soient isotropes ; les transferts de masse et les variations de volume (contraction ou expansion) sont négligeables.

Le transfert thermique par convection  $\varphi_v$  représente le transfert de chaleur entre la paroi et l'air ou l'air et les particules, l'énergie étant transmise par déplacement des particules de l'air. Ce mécanisme de transfert est régi par la loi suivante :

$$\varphi_v = H_v(T_a - T_i) \quad (6)$$

où  $T_i$  et  $T_a$  sont respectivement les températures de la particule et de l'air ( $T_a$  est supposée constante). On remarque que la valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection  $H_v$  est fonction de la nature de l'air, de sa température, de sa vitesse et des caractéristiques géométriques de la surface de contact solide-air. A partir de ces propriétés, des corrélations empiriques permettent de calculer le coefficient d'échange  $H_v$ . Parmi des corrélations existantes, on peut citer celles présentées dans les travaux de Wakao et Kaguei (1982), Ozisik (1985) et Nsofor (2001). Dans le cas de cette étude, nous avons utilisé la corrélation donnée par Ozisik (1985). Ainsi, à partir d'un bilan thermique, l'énergie accumulée au sein de la particule  $\Omega_i$  en contact avec  $n$  particules et soumise à un flux convectif, peut s'écrire sous la forme suivante :

$$m_i c_p \frac{dT_i}{dt} = \sum_{j=1}^n H_c^j (T_j - T_i) + H_v A \pi a_i^2 (T_a - T_i) \quad (7)$$

où  $m_i$  est la masse et  $a_i$  le rayon de la particule.

### 3.1 Applications

Afin d'illustrer notre travail, on se propose d'étudier les phénomènes mécanique et thermique au sein d'un système particulaire. Celui-ci est constitué d'un échantillon de particules de rayon hétérogène compris entre 1 et 2 mm. Les particules sont à une température de  $20^\circ C$ . Le système est confiné dans une enceinte dont les parois ont une température de  $20^\circ C$ . D'un point de vue purement mécanique, le poinçonnement permet de mettre en évidence l'hétérogénéité des efforts de contact. Ici le poinçon est monté initialement en température à  $1000^\circ C$ , figure 1. On constate que le flux thermique passe par les chemins privilégiés des efforts de contacts.

## 4 Conclusions

Cette étude a permis d'intégrer dans le code de calcul MULTICOR, les transferts thermiques par contacts. On a pu montrer ainsi l'influence de la distribution des efforts de contacts sur la répartition du flux de chaleur. D'autre part la comparaison des résultats obtenu avec MULTICOR et le code de calcul Eléments Finis CAST3M a permis de valider l'hypothèse faite sur les échanges de chaleur. A cours terme, nous envisageons d'intégrer les autres phénomènes de transfert thermique tels que le rayonnement.

## Références

- Fortin, J., Millet, O., De Saxcé, G. 2005. Numerical simulation of granular materials by an improved discrete element method. *Int. J. Numer. Meth. Engng* **62**, pp. 639-663.
- de Saxcé, G., Feng, Z.-Q 1998. The bipotential method : a constructive approach to design the complete contact law with friction and improved numerical algorithm. *Math. Comput. Modelling* **28**, pp. 225-245.
- Moreau, J.-J 1994. Some numerical methods in multibody dynamics : application to granular materials. *Eur. J. Mech., A/Solids* **13**, pp. 93-114.
- Jean, M. 1999. The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **177**, pp. 235-257.
- Cundall, P. A., Strack, O. D. L. 1979. A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies. *Geotechnique* **29**, pp. 47-65.
- Watson, L.V 2002. Discrete Modeling of Heat Conduction in Granular Media. Thesis. *University of Pittsburgh*.
- Laguerre, O., Amara, S. B, Flick, D. 2006. Heat transfer between wall and packed bed crossed by low velocity airflow. *Applied Thermal Engineering* **26**, pp. 1951-1960.
- Wakao, N., Kaguei, S. 1982. Heat and Mass Transfer in Packed Beds. *Gordon and Breach*.
- Ozisik, N. 1985. Heat Transfer : a basic approach. *McGraw. Hill International Edition. NewYork*.
- Emmanuel C. Nsofor, George A. Adebisi. 2001. Measurements of the gas-particle convective heat transfer coefficient in a packed bed for high-temperature energy storage. *Experimental Thermal and Fluid Science* **24**, pp. 1-9.

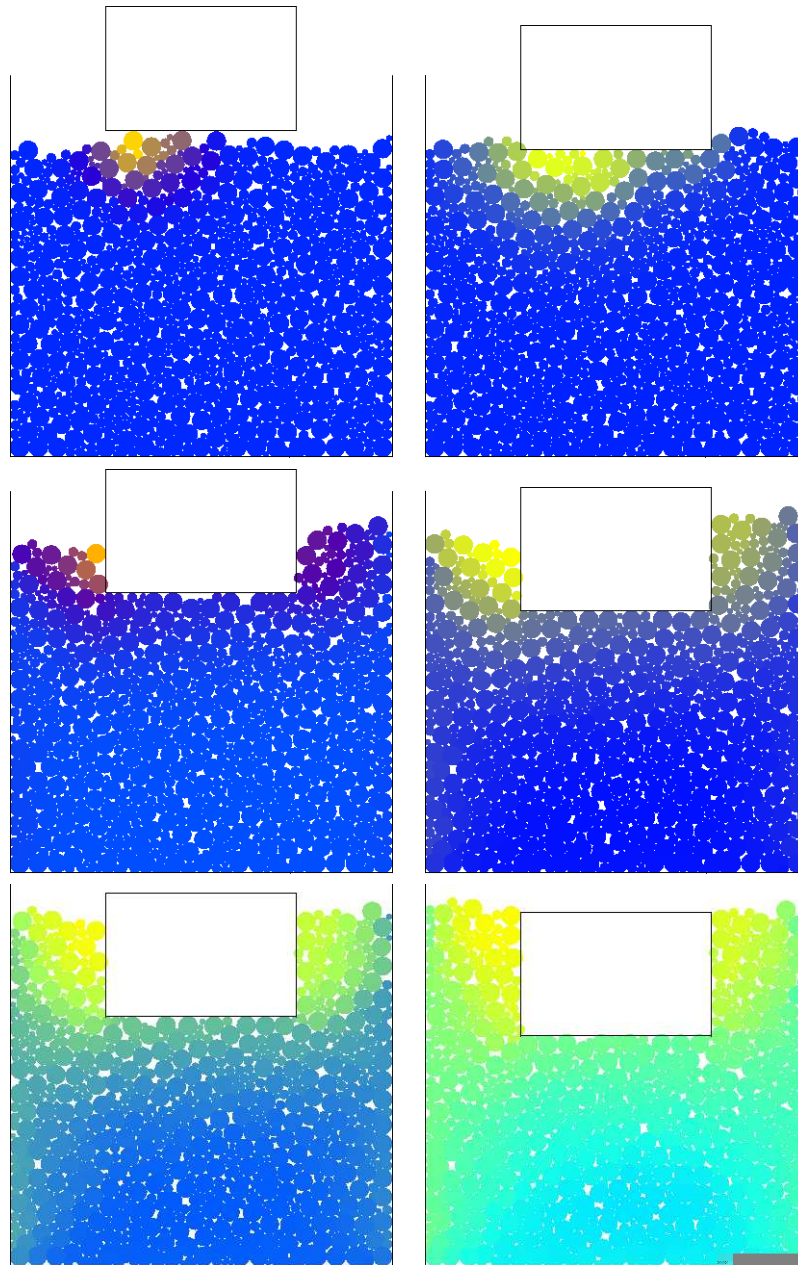


FIG. 1 – Poïsonnement d'un système particulaire : phénomène mécanique et thermique