

Analyse d'un contact thermo-élasto-plastique rugueux par une méthode semi-analytique

Vincent Boucly, Daniel Nélias & Michel Brunet

INSA de Lyon, LaMCoS (UMR 5259)
69621 Villeurbanne Cedex, France
daniel.nelias@insa-lyon.fr

Résumé :

De nos jours, les codes de calcul Elements Finis permettent de modéliser efficacement le contact entre deux solides. Il est cependant nécessaire de faire de nombreuses hypothèses afin de réaliser un calcul en un temps raisonnable : généralement les surfaces modélisées sont lisses, et le maillage utilisé est trop grossier pour étudier les phénomènes transitoires de manière précise. De plus, le frottement en surface est rarement pris en compte car les modèles sont en général axisymétriques. Cet article présente une formulation semi-analytique permettant de calculer le contact entre deux solides élasto-plastiques dont les surfaces sont rugueuses. Les méthodes numériques accélératrices utilisées, i.e. gradient conjugué et transformées de Fourier rapides, permettent l'utilisation de maillages extrêmement fins. L'avantage de cette formulation par rapport aux éléments finis est que les temps de calculs sont très courts. Le modèle prend en compte l'écroutissage du matériau ainsi que le frottement et l'échauffement à l'interface. Le chargement peut être vertical ou roulant. Cette formulation permet ainsi de réaliser des chargements cycliques, rendant possible la modélisation d'un grand nombre de problèmes d'ingénierie réels tels que le rodage, le fretting, les collisions entre aspérités, ainsi que les microcontacts électromécaniques. Une comparaison entre les résultats est faite dans le cas d'un contact normal (chargement statique) et d'un contact roulant (chargement transitoire) entre deux corps rugueux. L'influence du coefficient de frottement est également soulignée.

Abstract :

Nowadays, Finite Elements softwares allow the user to model efficiently the contact between two solids. It is though necessary to make numerous assumptions in order to compute a contact in a reasonable time: generally surfaces are smooth and the mesh is too coarse to accurately study transient phenomena. Moreover, friction on the surface is rarely taken into account since models are usually axi-symmetric. This paper presents a semi-analytical formulation that allows computing the contact between two elastic-plastic solids with rough surfaces. The numerical methods used, i.e. the conjugate gradient and the fast Fourier transform allow to refine the mesh drastically. The main advantage of this formulation over Finite Elements method is the much shorter computation times. This model takes into consideration the hardening of the material as well as the friction and frictional heating on the interface. Loading can be vertical or rolling. This formulation allows then to realize cyclic loadings in order to model numerous engineering problems as running-in, fretting, asperities tugging, as well as electro-mechanical micro-contacts. A comparison is made between the normal contact (static loading) and the rolling contact (transient loading) in the case of rough bodies. The influence of friction coefficient is underlined.

Mots-clefs : Surfaces rugueuses ; Thermo-élasto-plasticité ; Contact roulant

1 Introduction

Les problèmes industriels deviennent de nos jours de plus en plus complexes de part la nécessité d'optimiser la durée de vie des composants, et font intervenir de nombreux phénomènes complexes tels que le frottement entre les surfaces à l'échelle des rugosités, ainsi que les échauffements engendrés. De ce fait, il n'est plus possible de négliger le phénomène de plasticité au sein du matériau. De nombreux auteurs ont tenté de simuler le contact élasto-plastique entre deux aspérités par la méthode des Eléments Finis - Jackson *et al.* (2005), Kogut

& Etsion (2002, 2003) -. Celle-ci donne des résultats très satisfaisants au prix de nombreuses hypothèses restrictives telles que la plasticité parfaite et l'axi-symétrie des problèmes. Les temps de calcul devenant prohibitifs plus le maillage est raffiné, les résultats du contact entre deux aspérités sont généralement incorporés dans un modèle statistique pour le calcul d'un contact rugueux réel, voir Greenwood & Williamson (1966), Jackson & Green (2006).

Les méthodes semi-analytiques ont fait leurs preuves, et ont l'avantage de palier à de nombreux handicaps dus aux Eléments Finis dans le cas du calcul de contact entre deux surfaces considérées comme étant semi-infinies. Il est possible de calculer un contact rugueux réel thermo-élasto-plastique transitoire et cyclique en un temps de calcul raisonnable.

2 Présentation de la méthode semi-analytique

La présente modélisation est basée sur l'expression du théorème de réciprocité de Betti. Un développement complet dans le cas de l'élasto-plasticité a été réalisé par Jacq *et al.* (2002), puis développé pour les problèmes de thermo-élasto-plasticité par Boucly *et al.* (2005), et aboutit à l'expression du déplacement à la surface des corps (Eq. 1) et des contraintes au sein du matériau (Eq. 2).

$$u(A) = u^e(A) + u^r(A) + u^t(A), A \text{ étant un point de la surface} \quad (1)$$

$$\sigma_{ij}(B) = \sigma_{ij}^e(B) + \sigma_{ij}^r(B) + \sigma_{ij}^t(B), B \text{ étant un point du volume} \quad (2)$$

Dans ces expressions, l'exposant *e* correspond à la contribution élastique engendrée par les pressions de contact et les cisaillements, l'exposant *r* correspond au terme résiduel dû aux déformations plastiques dans le volume, et l'exposant *t* correspond à la contribution thermique provoquée par les élévations de températures dans le volume. Chaque aspérité appartenant à la surface est donc soumise à une pression de contact, un cisaillement, et un échauffement dû au frottement localisé, cf. Fig. 1.

Les méthodes numériques employées permettent d'accélérer les calculs considérablement. Parmi elles, il est à citer la méthode du gradient conjugué (CGM) développée par Polonski & Keer (1999), la convolution discrète par transformée de Fourier rapide (DC-FFT) développée par Liu & Wang (2000), et le return-mapping avec prédicteur élastique et correcteur plastique détaillé par Fotiu & Nemat-Nasser (1996) et appliqué à la présente étude par Nélis *et al.* (2006).

3 Influence de la rugosité dans un contact thermo-élastoplastique

3.1 Contact normal

L'influence du type de rugosité sur le contact normal est considérée dans cette partie. Dans tous les résultats qui sont présentés, un coefficient de frottement de 10% est appliqué en surface des corps en contact ainsi qu'un échauffement par l'intermédiaire d'un facteur de chaleur Q_f de 0.12 m.s^{-1} définit par :

$$Q_f = \beta \cdot \mu_f \cdot V \quad (3)$$

avec β le coefficient de répartition de chaleur ($0 < \beta < 1$), μ_f le coefficient de frottement, et V la vitesse de glissement qui vaut 1.2 m.s^{-1} dans notre exemple. Les propriétés élastiques et thermiques sont celles de l'acier, et la loi d'écroutissage de type Swift correspond à l'acier 100Cr6.

Le type de rugosité choisi est de la forme :

$$r(x, y) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda_y}\right) \quad (4)$$

avec A l'amplitude de la rugosité, et λ_x et λ_y les longueurs d'ondes dans les directions x et y respectivement, dont la représentation graphique est illustrée Fig. 2. Dans les exemples présentés, $\lambda_x = \lambda_y = \lambda$, et le choix du paramètre à faire varier est le rapport A/λ , celui-ci étant bien connu pour sa pertinence.

L'évolution de la contrainte de von Mises au centre du contact est représentée sur la figure 3a sous charge, ainsi qu'après décharge sur la figure 3b. Il est à noter une différence significative, principalement près de la surface. La valeur de 0.35 pour z/a est particulièrement remarquable. En effet, la valeur de la contrainte aux points se trouvant à une profondeur inférieure à $z/a=0.35$ est grandement dépendante du type de rugosité. Au-delà de cette valeur seuil, la contrainte de von Mises reste du même ordre de grandeur quelque soit le type de rugosité.

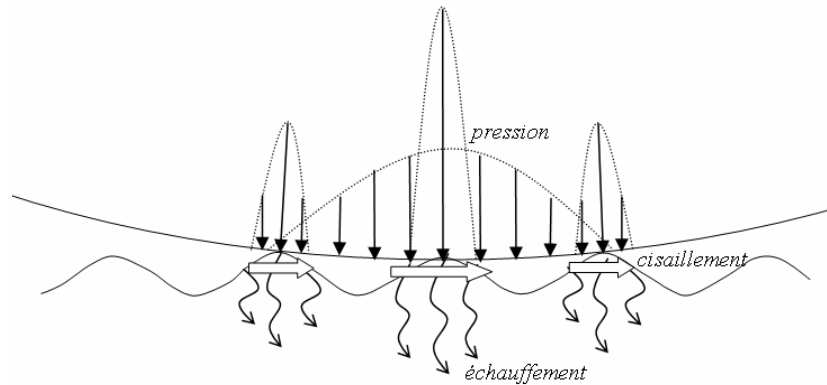


Fig. 1 - Contact entre un corps roulant et/ou glissant et un massif rugueux

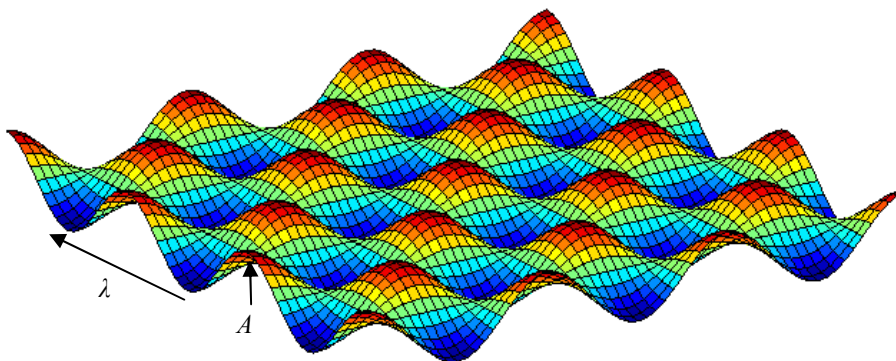


Fig. 2 - Représentation d'un type de rugosité d'amplitude A et de longueur d'onde λ

3.2 Contact roulant

Cette partie est consacrée à l'étude d'un contact roulant thermo-élasto-plastique. La même série de simulations qu'en 3.1 est réalisée, mais cette fois-ci, le corps en rotation sur lui-même (de vitesse relative 1.2 m.s^{-1}) va se déplacer en roulant / glissant sur le massif rugueux à une vitesse de 2 mm.s^{-1} . Les résultats sont représentés sur le graphe 4a pour la contrainte de von Mises sous charge, et sur le graphe 4b à la décharge, au bout de 16 secondes, le régime étant devenu stationnaire. On note une nette différence de la valeur de cette contrainte par rapport au contact statique, principalement loin de la surface, en profondeur, ce qui s'explique par l'accumulation de déformation plastique tout au long du chargement transitoire thermo-mécanique. De plus, la valeur seuil observée lors de l'étude statique, en-deçà de laquelle la

valeur de la contrainte de von Mises était grandement dépendante du type de rugosité, est désormais plus importante en charge ($z/a=0.4$), et plus faible à la décharge ($z/a=0.3$).

4 Applications

De part l'efficacité du modèle développé, il est possible de traiter un contact tridimensionnel transitoire en un temps acceptable, permettant de se rendre compte de l'évolution physique des corps après de nombreux cycles. Un modèle d'usure et de rodage a été implémenté sur la base de ce travail par Nélia *et al.* (2006) et prend en compte le détachement de matière par un critère plastique. Gallego *et al.* ont étudié le phénomène de fretting en glissement total (2006) et plus tard dans le cas du glissement partiel (2007) en utilisant la même modélisation. Une autre formulation a été faite par Boucly *et al.* (2007) dans le but de fixer un déplacement de corps solide au lieu d'un effort afin d'implémenter un modèle de collision entre aspérités hémisphériques.

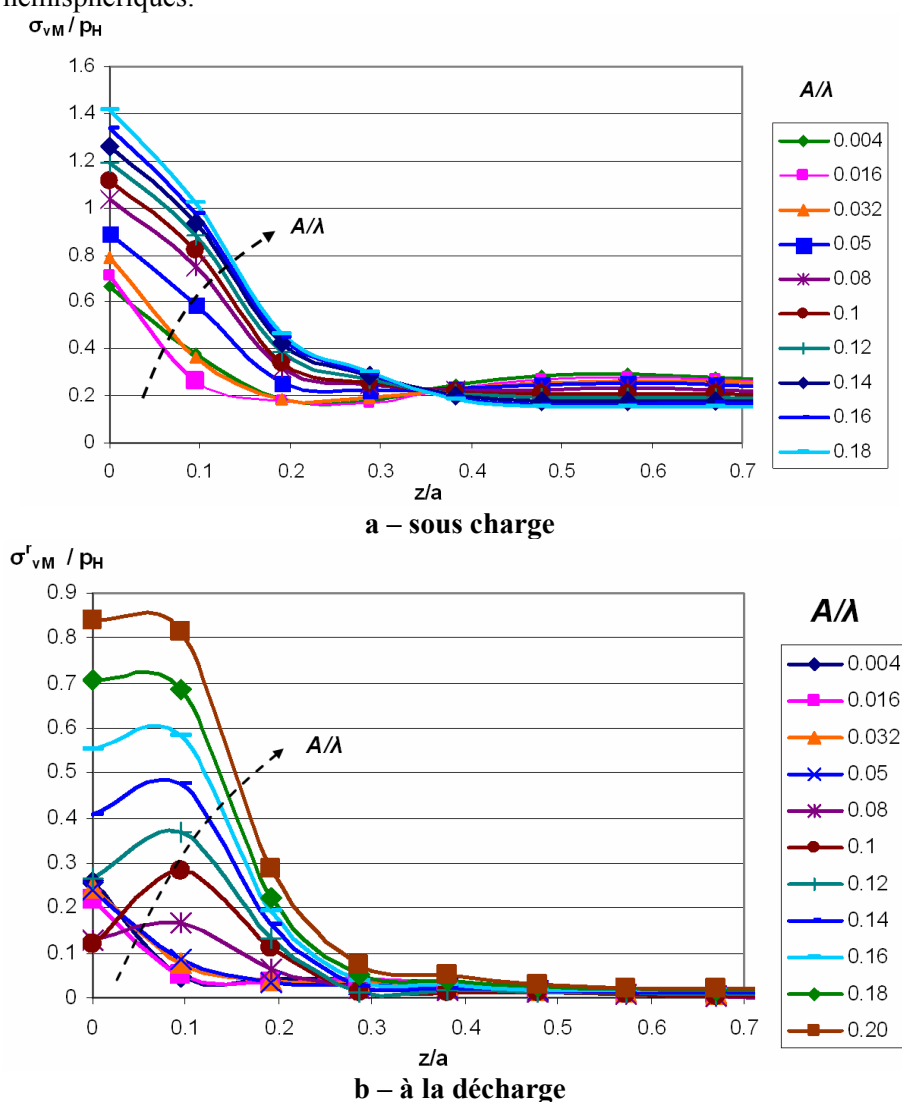


Fig. 3 – Contact normal ; Evolution de la contrainte de von Mises adimensionnée par la pression de Hertz, en fonction de la profondeur adimensionnée par le rayon de Hertz – Influence du paramètre A/λ

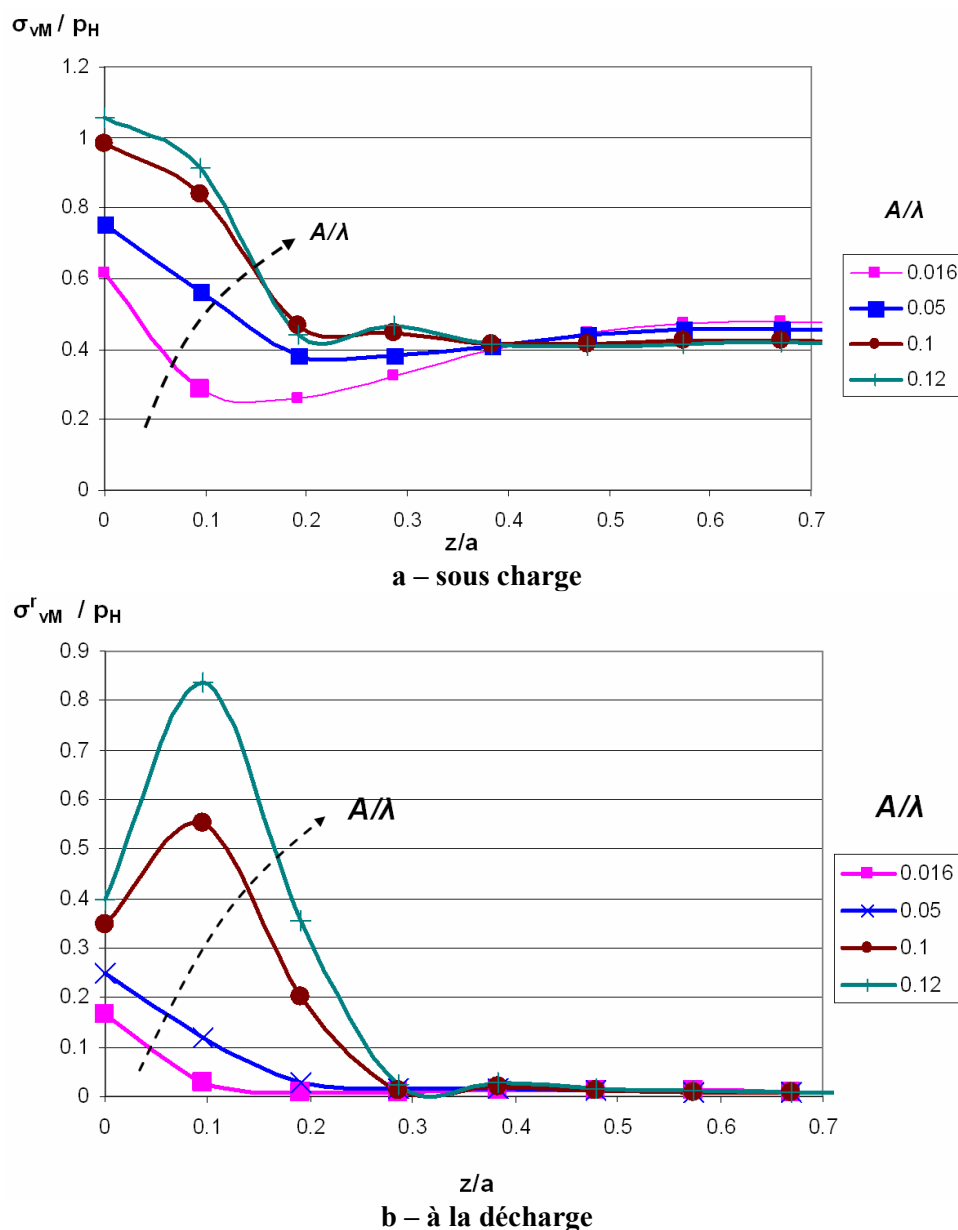


Fig. 4 – Contact roulant ; Evolution de la contrainte de von Mises adimensionnée par la pression de Hertz, en fonction de la profondeur adimensionnée par le rayon de Hertz – Influence du paramètre A/λ

5 Conclusions

Cet article présente une application de la méthode semi-analytique dans le cas d'un contact 3D rugueux vertical ou roulant.

Une étude paramétrique en fonction du rapport A/λ a été menée, et montre des différences importantes sur le champ de contraintes total et résiduel dans les massifs en contact.

La méthode développée est un outil très puissant et robuste, et permet de simuler et de comprendre un grand nombre de problèmes d'ingénierie dans le domaine de la tribologie.

Références

- Boucly, V., Nélias, D., Liu, S., Wang, Q. J., Keer, L. M. 2005 Contact Analyses for Bodies With Frictional Heating and Plastic Behavior. *ASME J. Tribol.*, **127**, pp. 355–364.
- Boucly, V., Nélias, D., Green, I. 2007 Modeling of the Rolling and Sliding Contact Between two Asperities. Part I: Numerical Methodology. *ASME J. of Tribol.*, **129**, in press (April issue).
- Fotiu, P. A., Nemat-Nasser, S. 1996 A Universal Integration Algorithm for Rate-Dependant Elastoplasticity. *Comput. Struct.*, **59**, pp. 1173-1184.
- Gallego, L., Nélias, D., Jacq, C. 2006 A Comprehensive Method to Predict Wear and to Define the Optimum Geometry of Fretting Surfaces. *ASME J. Tribol.*, **128**, pp. 476-485.
- Gallego, L., Nélias, D. 2007 Modeling of Fretting Wear under Partial Slip Regime. *ASME J. Tribol.*, **129**, in press (July issue).
- Greenwood J. A., Williamson J. B.P. 1966 Contact of nominally flat surfaces. *Proc R Soc Lond A*, **295**, pp. 300–319.
- Jackson, R., Chusoipin, I., Green, I. 2005 A Finite Element Study of the Residual Stress and Deformation in Hemispherical Contacts. *ASME J. Tribol.*, **127**, pp. 484-493.
- Jackson, R., Green, I. 2006 A statistical model of elasto-plastic asperity contact between rough surfaces. *Tribology International*, 39, pp. 906–914.
- Jacq, C., Nélias, D., Lormand, G., & Girodin, D. 2002 Development of a Three-Dimensional Semi-Analytical Elastic–Plastic Contact Code. *ASME J. Tribol.*, **124**, pp. 653–667.
- Kogut, L., Etsion, I. 2002 Elastic-Plastic Contact Analysis of a Sphere and a Rigid Flat. *J. Appl. Mech.*, **69**, pp. 657–662.
- Kogut, L., Etsion, I. 2003 A Semi-Analytical Solution for Sliding Inception of a Spherical Contact. *ASME J. Tribol.*, **125**, pp. 99-506.
- Liu, S., Wang, Q., Liu, G. 2000 A Versatile Method of Discrete Convolution and FFT (DC-FFT) for Contact Analyses. *Wear*, **243**, pp. 101–111.
- Nélias, D., Boucly, V., Brunet, M. 2006 Elastic-Plastic Contact Between Rough Surfaces: Proposal for a Wear or Running-in Model. *ASME J. Tribol.*, **128**, pp. 236–244.
- Polonsky, I. A., Keer, L. M. 1999 A Numerical Method for Solving Rough Contact Problems Based on the Multi-Level Multi-Summation and Conjugate Gradient Techniques. *Wear*, **231**, pp. 206–219.