# Influence de la prédéformation sur la mesure des propriétés mécaniques de matériaux poreux acoustiques

Amélie Renault<sup>1,2</sup>, Luc Jaouen<sup>2,3</sup>, Franck Sgard<sup>2</sup>, Noureddine Atalla<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université de Sherbrooke, GAUS, Boulevard de l'Université J1K2R1 QC, Canada
 <sup>2</sup> ENTPE, DGCB (URA CNRS 1652), rue M. Audin 69518 Vaulx-en-Velin Cedex, France
 <sup>3</sup> Matelys - Acoustique & Vibrations, 20/24 rue R. Desnos, 69120 Vaulx-en-Velin, France

contact : amelie.renault@usherbrooke.ca

# **Résumé :**

Une étude de l'influence de la précontrainte sur l'estimation des paramètres élastiques de matériaux poreux acoustiques est réalisée. Le dispositif expérimental utilisé pour cette étude, dérivant d'un système masse de précontrainte-ressort, est celui décrit par Pritz (1980). Deux classes de comportement de la rigidité en fonction de la précontrainte sont identifiées : une pour les matériaux cellulaires (ou mousses), une seconde pour les matériaux fibreux ou agglomérés. Enfin, des indications quant au choix de la masse permettant d'atteindre le comportement élastique linéaire d'un matériau poreux quelconque, en compression unixiale, sont données.

## **Abstract :**

A study of the static stress applied to acoustic porous materials in order to estimate their elastic parameters is presented. The experimental set-up used for this study, which is based on a mass-spring system, is the one described by Pritz (1980). Two stiffness-static stress behavior classes are identified: one for cellular materials (or foams) and a second for fibrous materials or agglomerate ones. Finally, guidelines are provided on how to choose the mass for the material to behave elastically under uniaxial compression excitation.

#### Mots-clefs :

## matériaux poreux acoustiques ; paramètres élastiques

## 1 Introduction

Il existe différentes méthodes expérimentales permettant d'obtenir les paramètres élastiques (modules élastiques, coefficient d'amortissement structuraux, coefficients de Poisson...) de matériaux poreux acoustiques (cf Pritz (1980); Etchessahar *et al.* (2005); Jaouen *et al.* (2007)). Ces méthodes reposent sur l'étude des déformations de matériaux poreux dans leurs zones de comportement élastique linéaire. Habituellement cette zone est atteinte après application d'une précontrainte permettant d'écraser les irrégularités de surface des échantillons. Si il est connu que la précontrainte a un effet sur la rigidité, peu de travaux écrits en font l'analyse. En particulier, l'influence de la précontrainte sur la valeur de la rigidité et les estimations des paramètres élastiques qui en découlent, est peu étudiée.

On se propose d'approfondir le sujet en analysant un système résonant soumis à un chargement du type compression uniaxiale. Ce système est composé d'un échantillon poreux sur lequel repose une masse connue et pouvant varier permettant d'imposer une précontrainte sur l'échantillon comprimé. Il s'agit de mesurer le rapport du déplacement vertical de la masse sur celui imposé à la base de l'échantillon. En faisant l'hypothèse que le matériau étudié est isotrope, il est possible de déterminer la rigidité et le module d'Young du matériau en utilisant un modèle comportemental simple. Dans un premier temps, le montage expérimental et la modélisation du système sont présentés. Les évolutions des rigidités d'échantillons de matériaux en fonction de la précontrainte sont ensuite montrées et analysées. Deux classes de comportement rigidité-précontrainte sont identifiées et des indications quant au choix de la masse permettant d'atteindre le comportement élastique linéaire d'un matériau poreux quelconque, en compression unixiale, sont enfin données.

# 2 Méthodologie

## 2.1 Description du montage expérimental

Le dispositif expérimental, représenté à la figure 1 consiste en une plaque rigide excitée par un pot vibrant sur laquelle est placé l'échantillon. Sur cet échantillon, parallélépipédique de section carrée  $50 \times 50 \text{ mm}^2$  et de hauteur L, est placée une plaque, de même section et de masse connue,  $m_p$ , réalisant la précontrainte de l'échantillon de matériau. Un jeu de 10 masses comprises entre 3,2 et 173,17 grammes, permet de parcourir une gamme de précontrainte d'approximativement 5 à 700 N.m<sup>-2</sup>. Un scotch double face est utilisé pour fixer l'échantillon à la plaque de base ainsi que la plaque supérieure à l'échantillon.





FIG. 1 – Schéma du dispositif expérimental pour l'étude de la précontrainte

FIG. 2 – Modélisation du dispositif expérimental : système masse-ressort avec amortissement hystérétique

La fonction de réponse en fréquence (FRF) étudiée pour estimer les paramètres élastiques du matériau est définie comme le rapport du déplacement de la masse du système, W, sur le déplacement imposé  $W_0$  à la plaque de base. La masse de ce système est égale à  $m_p + m_s/3$ ,  $m_s$ étant la masse de l'échantillon du matériau, ce dernier étant considéré comme un ressort pesant (cf. considérations énergétiques données en page 60 de French (1971)).

# 2.2 Modélisation du système résonant

L'effet du fluide du matériau poroélastique pouvant être négligée dans la configuration décrite au paragraphe précédent (Danilov *et al.* (2004)), un système masse-ressort avec amortissement hystérétique est utilisé pour modéliser le comportement du système masse-échantillon poreux décrit à la section précédente. Le déplacement, de la masse est alors régit par l'équation :

$$m\ddot{W} + k\left(1 + i\eta\right)W = W_0 e^{i\omega t} \tag{1}$$

où k représente la rigidité de l'échantillon testé et  $\eta$  le coefficient d'amortissement structural du matériau.

Dans le cas d'une excitation harmonique à la base du système de la forme  $W_0 e^{i\omega t}$ , l'expression du déplacement de la masse, solution de l'équation 1 est :

$$W = W_0 \sqrt{\frac{1+\eta^2}{(1-\xi^2)^2 + \eta^2}} \cos(\omega t - \delta - \varepsilon_2)$$
(2)

où  $\xi^2 = m\omega^2/k_{app}, \, \delta = \tan^{-1}(\eta), \, \varepsilon_2 = \tan^{-1}(\eta/[1-\xi^2]).$ 

Ainsi, l'amplitude de la fonction de réponse en fréquence s'écrit :

$$|T_{calc}| = \left|\frac{W}{W_0}\right| = \sqrt{\frac{1+\eta^2}{(1-\xi^2)^2+\eta^2}}.$$
(3)

On notera que la précontrainte appliquée à l'échantillon s'exprime comme :

$$\sigma = g \frac{m_p}{S} \tag{4}$$

g étant l'accélération due à la pesanteur en m.s<sup>-2</sup>, S l'aire de la section de la plaque supérieure en kg et  $m_p$ , la masse de cette plaque en kg.

## 2.3 Estimation des paramètres par identification

Les estimations des paramètres élastiques (module d'Young, coefficient de Poisson et amortissement structural) du matériau supposé isotrope sont réalisées en deux étapes.

Dans un premier temps, le "module d'Young apparent",  $E_{app} = kL/S$  (cf. Langlois *et al.* (2001)) et le coefficient d'amortissement structural,  $\eta$ , sont identifiés par minimisation d'une fonction coût autour de la fréquence de résonance du système :  $\sum_{1}^{n} (|T_{meas} - T_{calc}|)$ . Dans cette dernière expression, n est un nombre de points en fréquence choisis autour de la résonance,  $T_{calc}$  l'amplitude de la FRF calculée d'après l'expression (3) et  $T_{meas}$  l'amplitude de la FRF mesurée.

Dans un second temps, la partie réelle du module d'Young, E, ainsi que le coefficient de Poisson,  $\nu$ , sont estimés par projection, sur une abaque, des valeurs des modules d'Young apparents,  $E_{app}$ , mesurées pour deux échantillons de facteurs de forme différents Langlois *et al.* (2001). Ce dernier facteur de forme est défini comme le double du rapport de l'aire de la section de l'échantillon à son épaisseur.

## **3** Applications et résultats

Parmi les catégories de matériaux testés : matériaux cellulaires (e.g. mousses polymères), matériaux fibreux (e.g. laines minérales) et matériaux agglomérés, deux classes de comportement du module d'Young apparent en fonction de la précontrainte sont observées.

#### 3.1 Cas matériaux cellulaires

Dans cette classe de matériaux, des mousses de polyuréthane ou de mélamine, de densités comprises entre 8 et 60 kg.m<sup>-3</sup>, sont testées. Les résultats pour l'une de ces mousses, polyuréthane, sont présentées à la figure 3. Une tendance similaire est observée pour les autres mousses polymères testées.



FIG. 3 – Evolution de la partie réelle du module d'Young apparent  $E_{app}$  et du coefficient d'amortissement structural  $\eta$  en fonction de la précontrainte  $\sigma$  (un échantillon utilisé par précontrainte).

Dans la gamme de précontrainte étudiée, on peut remarquer que la partie réelle du module d'Young apparent  $E_{app}$  augmente avant de se stabiliser pour des valeurs de précontraintes comprises entre 300 et 700 N.m<sup>-2</sup>. A contrario, l'amortissement  $\eta$  diminue entre 0 et 300 N.m<sup>-2</sup> de précontrainte avant de se stabiliser. Cette zone de plateau pour le module complexe correspond à la zone de déformation linéaire du matériau dans laquelle le module d'Young et le coefficient d'amortissement structural peuvent être estimés. La zone de variation rapide du module complexe correspond à l'écrasement des inhomogénéités de surface du matériau (Etchessahar *et al.* (2005)).

Les paramètres élastiques pour cette mousse sont finalement estimés, à partir de mesures sur deux échantillons de facteurs de forme différents mais pour lesquels les précontraintes sont égales. Les résultats de cette inversion obtenus après étude de plusieurs jeux d'échantillons et pour des précontraintes égales sont :  $E = 122300 \pm 12000 N.m^{-2}$ ,  $\eta = 0.09 \pm 0.01$ ,  $\nu = 0.44 \pm 0.04$  et  $\rho_1 = 26, 20 \pm 1,00 kg.m^{-3}$  ( $\rho_1$  étant la masse volumique in vacuo du matériau). Ces paramètres élastiques sont donnés pour les conditions suivantes : température de  $25^{\circ}C$ (pression atmosphérique d'un atmosphère :  $1,013 \times 10^5$  Pa) et une fréquence d'excitation de 100 Hz approximativement.

Matériau	1	2	3	4	5	
Masse moyenne $m_s$ d'un échantillon	3,40	3,83	1,70	1,23	0,43	
de section 50×50 $mm^2$ en grammes						
Module d'Young apparent $E_{app}$	43 700	165 000	216 000	360 000	540 000	
Masse de precontrainte $m_p$ en grammes $\Downarrow$	rapport $m_p/m_s  \Downarrow$					
3,20	0,94	0,84	1,88	2,60	7,44	
10,00	2,94	2,61	5,88	8,13	23,26	
33,20	9,78	8,68	19,55	27,02	77,30	
40,00	11,77	10,45	23,54	32,54	93,10	
50,00	14,70	13,05	29,40	40,64	116,26	
58,50	17,21	15,28	34,42	47,58	136,10	
98,60	29,00	25,73	58.00	80,13	229,21	
114,70	33,72	29,93	67.44	93,21	266,63	
154,60	45,48	40,38	91,00	125,72	359,63	

TAB. 1 – Rapport masse de précontrainte/masse échantillon. Les valeurs soulignées indique les essais pour lesquels la zone de comportement linéaire est atteinte.

Afin de quantifier la précontrainte minimale à appliquer pour être dans la zone de comportement linéaire d'échantillons de matériaux cellulaires acoustiques quelconques, les rapports entre masse de précontrainte  $m_p$  et masse de l'échantillon  $m_s$  sont reportés au tableau 1 pour cinq matériaux. Aprés une première estimation du module d'Young apparent, il est possible de déduire le rapport  $m_p/m_s$  à utiliser pour un matériau inconnu à partir des données du tableau 1. Pour un matériau rigide et léger comme le matériau 5, le rapport est trés élevé (>200), pour un matériau moyennement rigide et moyennement pesant, le rapport doit être supérieur à 35 (cas du matériau 3), pour un matériau souple et pesant (cas du matériau 1), un rapport de 20 suffit.

## 3.2 Cas des matériaux fibreux et/ou agglomérés

Dans cette classe de matériaux, deux laines de verre de densité 38 kg.m<sup>-3</sup> et 30 kg.m<sup>-3</sup> respectivement ainsi que deux matériaux agglomérés sous vide issue du recyclage de matières plastiques de densité respectives 48 kg.m<sup>-3</sup> et 115 kg.m<sup>-3</sup> sont testés.

Un exemple d'application de la mesure du module d'Young apparent et du coefficient d'amortissement structural est présenté, pour une laine de verre, à la figure 4. Un comportement similaire est observé pour les autres matériaux testés.

![](_page_4_Figure_6.jpeg)

FIG. 4 – Evolution de la partie réelle du module d'Young apparent  $E_{app}$  et du coefficient d'amortissement structural  $\eta$  en fonction de la précontrainte  $\sigma$  (un échantillon utilisé par précontrainte)

On remarque qu'il n'existe pas de domaine dans lequel le module apparent est constant dans la gamme de précontrainte étudiée, en revanche, sa partie réelle augmente avec la précontrainte. Ce résultat s'explique en observant que lorsque le matériau n'est pas comprimé, le squelette n'est pas continu. En augmentant la précontrainte, les fibres ou grains se rapprochent et le squelette devient continu, ce qui engendre une augmentation du module élastique.

En ce qui concerne le coefficient d'amortissement, celui-ci décroit avec la précontrainte pour se stabiliser. Les valeurs des paramètres élastiques E,  $\eta$  et  $\nu$  ne peuvent donc être associées qu'à des valeurs particulières de précontrainte (cf. table 2).

Masse surfacique kg/m <sup>2</sup>	$E (N.m^{-2})$	$\eta$	ν	$\rho_1 ({\rm kg.m^{-3}})$
70	18 400	0,21	0	43,9
61	12 200	0,22	0	42,7
13	4 300	0,22	0	45,8

TAB. 2 – Paramètres élastiques estimés pour une laine minérale. E : module d'Young,  $\eta$  : coefficient d'amortissement structural  $\nu$  : coefficient de Poisson,  $\rho_1$  : masse volumique in vacuo.

Bien que cette classe de matériaux présente une anisotropie, l'hypothèse d'isotropie sera dans ce cas aussi utilisée pour l'estimation des paramètres élastiques. L'inversion n'est en outre possible qu'en utilisant des précontraintes strictement identiques pour mesurer les modules apparents des échantillons de facteurs de forme différents.

# 4 Conclusion

Un système de mesure du module d'Young apparent et du coefficient d'amortissement structural de matériaux poreux acoustiques, en régime dynamique et en fonction d'une masse de précontrainte appliquée, a été présenté. La modélisation par une masse en série avec un ressort de ce système a été brièvement décrite. On retiendra que les matériaux poreux testés ont été supposés isotropes et l'influence de leur phase fluide (l'air) négligée.

Deux classes de comportement des matériaux ont été identifiées : une classe pour les matériaux cellulaires et une pour les matériaux fibreux ou agglomérés.

Le choix de la masse de précontrainte à appliquer pour estimer les paramètres élastiques du matériau poreux doit être réalisé en respectant les recommendations suivantes :

- Dans le cas des matériaux cellulaires, le rapport de la masse de précontrainte sur la masse du matériau poreux (m<sub>p</sub>/m<sub>s</sub> - échantillon de 50×50 mm<sup>2</sup>), doit être supérieur à 20, pour un matériau souple et pesant, et de l'ordre de 200, pour un matériau rigide et léger, afin de se trouver dans la zone de comportement élastique linéaire.
- Dans le cas des matériaux fibreux et/ou agglomérés, aucune zone de comportement élastique linéaire est observée avec la variation de la masse de précontrainte. Il est donc important, dans ce cas, de préciser la ou les masses de précontrainte éventuellement utilisée(s) pour l'estimation des paramètres élastiques.

## Références

- Danilov O., Sgard F., Olny X. 2004, On the limits of an "in vacuum" model to determine the mechanical parameters of isotropic poroelastic materials, *J. Sound Vib* 276 pp. 729-754.
- Etchessahar M., Sahraoui S. Benhyahia L., Tassin J.-F. 2005, Frequency dependence of elastic properties of acoustic foams *J. Acoust. Soc. Am.* 117(3) pp. 1114-1120.
- French A.P 1971 Vibrations and Waves Thomas Nelson and Sons
- Jaouen L., Renault A., Deverge M., Elastic and damping characterizations of acoustical porous materials : available experimental methods and applications to a melamine foam, *Applied Acoustics*, à paraître.
- Langlois C., Panneton R., Atalla, N. 2001, Polynomial relations for quasi-static mechanical characterization of isotropic poroelastic materials, *Journal of the Acoustical Society of America* 110(6), 3032-3040.

Nashif A.D., Jones D.I.G., Henderson J.P. 1985, Vibrations damping, Wiley-interscience.

Pritz T. 1980 Transfer function method for investigating the complex modulus of acoustic materials : spring-like, *J. Sound Vib.* 72(3) pp. 317-341.