

Homogénéisation de la perméabilité d'un milieu fracturé anisotrope et rôle de la perméabilité transverse des fractures

Jean-François Barthélémy

IFP, Direction Géologie-Géochimie-Géophysique,
Département de Géologie Structurale,
1&4 avenue de Bois-Préau
92852 Rueil-Malmaison Cedex - France
j-francois.barthelemy@ifp.fr

Résumé :

Ce papier a pour but de proposer une méthodologie d'estimation de la perméabilité macroscopique d'un milieu fracturé dans un cadre anisotrope quelconque en présence à la fois de micro-fractures mais aussi de fractures traversant le volume élémentaire représentatif. On adopte un modèle darcéen fictif pour représenter l'écoulement dans une fracture. Alors que la perméabilité tangentielle peut être fournie par référence à un écoulement de Poiseuille, on montre que le choix de la perméabilité transverse n'est pas intrinsèque : il est nécessaire que celle-ci soit faible dans le cas de fractures traversantes et plutôt élevée dans le cas de micro-fractures. On propose finalement des mises en œuvre numériques ainsi qu'une comparaison avec des calculs sur réseaux explicites en 2D.

Abstract :

This paper aims at proposing a methodology to estimate the macroscopic permeability of a fractured medium in the framework of any anisotropy. Moreover the representative volume element (r.v.e.) may contain micro-fractures as well as fractures crossing the volume. A fictitious Darcy model is adopted so as to account for the flow inside a fracture. Whereas the tangential permeability is provided by reference to a Poiseuille flow, it is shown that the transverse permeability is not intrinsic: the latter has to be low in the case of fractures crossing the r.v.e. and rather high in the case of micro-fractures. Numerical implementations are finally presented as well as a comparison with computations on explicit discrete fracture networks in 2D.

Mots-clefs :

homogénéisation hydraulique, perméabilité transverse, anisotropie

1 Description du v.e.r. et définition de la perméabilité macroscopique

Même si la notion de volume élémentaire représentatif (v.e.r.) dans les milieux fracturés naturels peut quelquefois être remise en question (Bonnet *et al.* (2001)), ce papier s'appuie sur l'existence d'un tel v.e.r.. Ce dernier, noté Ω , se compose d'une phase solide occupant le domaine Ω^s et de N familles de fractures (domaines $\Omega_{(1 \leq i \leq N)}^i$), chacune d'entre elles regroupant des éléments se déduisant l'un de l'autre par une translation (même forme, mêmes dimensions et même orientation). Parmi ces N familles, on distingue deux types : les fractures coupant le v.e.r. de part en part ($i \in \mathcal{C}$) et les micro-fractures ($i \in \mathcal{M}$).

- Famille de fractures traversantes ($i \in \mathcal{C}$)

Une fracture d'une telle famille occupe un espace délimité par deux plans parallèles traversant le v.e.r. et distants de e_i . La longueur caractéristique, qui doit être très petite devant la taille du v.e.r., est ici l'espacement moyen d_i entre deux fractures (Maghous *et al.* (2000)). La fraction volumique de cette famille vaut alors $f_i = e_i/d_i \ll 1$.

– Famille de micro-fractures ($i \in \mathcal{M}$)

Une fracture d'une telle famille correspond à une hétérogénéité quasi-plane d'extension très petite devant la taille du v.e.r.. Afin de permettre la mise en œuvre d'une technique d'homogénéisation basée sur le problème d'[Eshelby \(1957\)](#), elle est modélisée comme un ellipsoïde aplati caractérisé par son orientation (i.e. un trièdre formé de la normale \underline{n}_i , l'axe majeur \underline{l}_i et l'axe mineur \underline{m}_i) définie par trois angles θ_i , ϕ_i and ψ_i (cf. Fig. 1), ainsi que son plus grand rayon a_i (taille caractéristique de la famille) et deux rapports d'aspect, l'un $\eta_i = b_i/a_i \leq 1$ désignant la forme dans le plan et l'autre $\omega_i = c_i/a_i \ll 1$ dépendant de l'ouverture $e_i = 2c_i$. L'équation de l'ellipsoïde s'écrit alors $\|\mathcal{H}_i^{-1} \cdot \underline{x}\| \leq 1$ avec :

$$\mathcal{H}_i = a_i (\underline{l}_i \otimes \underline{l}_i + \eta_i \underline{m}_i \otimes \underline{m}_i + \omega_i \underline{n}_i \otimes \underline{n}_i) \quad (1)$$

Introduisant le nombre de fractures par unité de volume \mathcal{N}_i et la densité $\epsilon_i = \mathcal{N}_i a_i^3$, la fraction volumique vaut $f_i = 4\pi\epsilon_i\eta_i\omega_i/3 \ll 1$ et l'espacement moyen entre deux fractures consécutives coupant une ligne parallèle à \underline{n}_i vaut $d_i = 1/(\mathcal{N}_i\pi a_i^2\eta_i) = a_i/(\pi\epsilon_i\eta_i)$

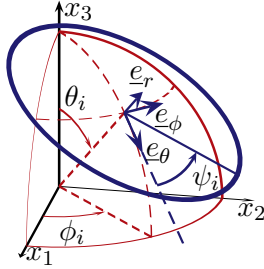


FIG. 1 – Orientation d'une fracture

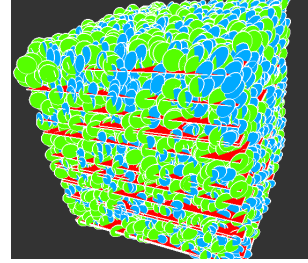


FIG. 2 – Réseau comprenant des fractures transversantes et des micro-fractures

Dans la procédure d'homogénéisation qui va être mise en œuvre, il importe que les longueurs caractéristiques de toutes les hétérogénéités en jeu soient du même ordre de grandeur. Si ce n'est pas le cas, il faut envisager plusieurs étapes d'homogénéisation. La Fig. 2 présente un exemple de réseau comprenant une famille de fractures transversantes et deux familles de micro-fractures. Une méthode couramment utilisée en hydraulique des roches ([Guéguen and Palciauskas \(1994\)](#)) pour modéliser l'écoulement dans des fractures est de remplacer celles-ci par un milieu de Darcy équivalent tel que la perméabilité dans le plan d'une fracture est estimée grâce à la solution de Poiseuille. On écrit ainsi la perméabilité d'une fracture :

$$\mathbf{K}^i = \mathbf{K}_t^i + K_n^i \underline{n}_i \otimes \underline{n}_i \quad \text{avec} \quad \mathbf{K}_t^i = K_t^i (\mathbf{1} - \underline{n}_i \otimes \underline{n}_i) \quad \text{et} \quad K_t^i = \lambda_i e_i^2/12 \quad (2)$$

avec $\lambda_i = 1$ pour un écoulement de Poiseuille idéal et $\lambda_i < 1$ pour tenir compte de pertes de charge dues à la rugosité des faces tandis que K_n^i demeure inconnu et fait l'objet de la section 2. La phase solide est quant à elle modélisée comme un milieu de Darcy de perméabilité $\mathbf{K}^s = K^s \mathbf{1}$. Une valeur non nulle de K^s résulte de la présence d'un réseau de pores à une échelle inférieure de celle des fractures. Toutefois, on considérera que l'écoulement a lieu plutôt dans les fractures de sorte que le solide pourra être considéré comme imperméable avec $K^s \ll K_t^i$. Afin de déterminer la perméabilité macroscopique, il convient alors de résoudre le problème défini sur le v.e.r. par l'équation d'incompressibilité, la loi de Darcy en tout point et des conditions aux limites du v.e.r. de type gradient de pression homogène ($p = \underline{\nabla} P \cdot \underline{x}$) ([Fokker \(2001\)](#), [Dormieux and Kondo \(2004\)](#)). Par linéarité du système d'équations, on déduit l'existence d'un champ de tenseur de localisation \mathbf{A} tel que

$$\forall \underline{x} \in \Omega, \quad \underline{\text{grad}} p(\underline{x}) = \mathbf{A}(\underline{x}) \cdot \underline{\nabla} P \quad (3)$$

Notant μ la viscosité dynamique du fluide, on déduit de (3) et de la loi de Darcy locale une relation entre la moyenne de la vitesse de filtration et le gradient de pression macroscopique de la forme $\langle \underline{q} \rangle_{\Omega} = -(\mathbf{K}^{hom}/\mu) \cdot \underline{\nabla}P$ avec

$$\mathbf{K}^{hom} = \langle \mathbf{K} \cdot \mathbf{A} \rangle_{\Omega} = f_s \mathbf{K}^s \cdot \langle \mathbf{A} \rangle_{\Omega^s} + \sum_{i=1}^N f_i \mathbf{K}^i \cdot \langle \mathbf{A} \rangle_{\Omega^i} \quad (4)$$

où $\langle \cdot \rangle_{\Omega^\alpha}$ désigne la moyenne sur le domaine Ω^α . Le choix d'un schéma d'homogénéisation, en l'occurrence le schéma auto-cohérent pour rendre compte du caractère désordonné et connecté du réseau de fractures, va permettre d'estimer les moyennes de \mathbf{A} et donc \mathbf{K}^{hom} .

2 Schéma auto-cohérent et choix de la composante transverse de la perméabilité équivalente des fractures

Il est raisonnable de penser que l'écoulement dans une fracture traversante est parallèle au plan et n'est pas perturbé par le voisinage de la fracture, ce qui revient à dire qu'une telle fracture "voit" le gradient de pression macroscopique $\underline{\nabla}P$ entre ses deux extrémités touchant la frontière du v.e.r., et ce indépendamment du choix de schéma utilisé pour estimer les moyennes des champs dans les micro-fractures, soit :

$$\forall i \in \mathcal{C}, \quad \langle \underline{\text{grad}} p \rangle_{\Omega^i} \approx \underline{\nabla}P \quad \Rightarrow \quad \langle \mathbf{A} \rangle_{\Omega^i} \approx \mathbf{1} \quad (5)$$

Prenant alors K_n^i très petit devant K_t^i , par exemple égal à K^s , on s'assure que l'écoulement est bien tangentiel au plan et contrôlé par \mathbf{K}_t^i :

$$\forall i \in \mathcal{C}, \quad \langle \underline{q} \rangle_{\Omega^i} = -(\mathbf{K}^i/\mu) \cdot \underline{\nabla}P \approx -(\mathbf{K}_t^i/\mu) \cdot \underline{\nabla}P = -(\mathbf{K}_t^i/\mu) (\mathbf{1} - \underline{n}_i \otimes \underline{n}_i) \cdot \underline{\nabla}P \quad (6)$$

En ce qui concerne les micro-fractures, on se propose de recourir au schéma auto-cohérent. Les moyennes des champs \underline{q} et $\underline{\text{grad}} p$ pour une famille sont alors estimées par la solution uniforme s'établissant dans une inclusion ellipsoïdale correspondant à une fracture baignée dans un milieu infini de perméabilité \mathbf{K}^{hom} soumis à un gradient de pression à l'infini $\underline{\nabla}P^o$. Le résultat d'**Eshelby (1957)** fournit ainsi :

$$\forall i \in \mathcal{M}, \quad \langle \underline{\text{grad}} p \rangle_{\Omega^i} \approx \alpha_i \cdot \underline{\nabla}P^o \quad \text{avec} \quad \alpha_i = (\mathbf{1} + \mathbf{P}_i^{hom} \cdot (\mathbf{K}^i - \mathbf{K}^{hom}))^{-1} \quad (7)$$

où le tenseur de polarisation de Hill \mathbf{P}_i^{hom} ne dépend que de \mathbf{K}^{hom} et du tenseur caractéristique de l'ellipsoïde \mathcal{H}_i (1). Le calcul explicite de \mathbf{P}_i^{hom} dans un contexte anisotrope quelconque est obtenu selon la procédure suivante (les détails de la démonstration figurent dans **Barthélémy (2007)**) :

1. Diagonaliser \mathbf{K}^{hom} à l'aide d'un tenseur orthogonal \mathbf{Q} tel que

$${}^t\mathbf{Q} \cdot \mathbf{K}^{hom} \cdot \mathbf{Q} = \sum_{j=1}^3 K_j^{hom} \underline{e}_j \otimes \underline{e}_j \quad \text{et construire} \quad \mathbf{R} = \sum_{j=1}^3 \sqrt{K_j^{hom}} \mathbf{Q} \cdot \underline{e}_j \otimes \underline{e}_j$$

2. Calculer $\mathcal{H}' = \mathcal{H}_i \cdot {}^t\mathbf{R}^{-1}$ et diagonaliser ${}^t\mathcal{H}' \cdot \mathcal{H}'$ en introduisant un tenseur orthogonal \mathbf{S} tel que ${}^t\mathbf{S} \cdot {}^t\mathcal{H}' \cdot \mathcal{H}' \cdot \mathbf{S} = A^2 \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 + B^2 \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 + C^2 \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3$ avec $A \geq B \geq C$

3. Calculer $\Delta = I_A \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 + I_B \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 + I_C \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3$ avec $I_A + I_B + I_C = 1$ et

- si $A > B > C$,

$$I_A = \frac{ABC}{(A^2 - B^2)\sqrt{A^2 - C^2}} (\mathcal{F} - \mathcal{E}) ; \quad I_C = \frac{ABC}{(B^2 - C^2)\sqrt{A^2 - C^2}} \left(\frac{B\sqrt{A^2 - C^2}}{AC} - \mathcal{E} \right)$$

où $\mathcal{F} = \mathcal{F}(\theta, k)$ et $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\theta, k)$ sont respectivement les intégrales elliptiques de première et deuxième espèces d'amplitude $\theta = \arcsin \sqrt{1 - \frac{C^2}{A^2}}$ et de paramètre $k = \sqrt{\frac{A^2 - B^2}{A^2 - C^2}}$

- si $A > B = C$, $I_B = I_C = \frac{1}{2} A \frac{A\sqrt{A^2-C^2}-C^2 \operatorname{argch}(A/C)}{(A^2-C^2)^{3/2}}$
- si $A = B > C$, $I_A = I_B = \frac{1}{2} C \frac{A^2 \arccos(C/A)-C\sqrt{A^2-C^2}}{(A^2-C^2)^{3/2}}$
- si $A = B = C$, $I_A = I_B = I_C = \frac{1}{3}$

4. Calculer enfin $\mathbf{P}_i^{hom} = {}^t \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{S} \cdot \Delta \cdot {}^t \mathbf{S} \cdot \mathbf{R}^{-1}$

Pour estimer les moyennes de \mathbf{A} (3), il est nécessaire d'explicitier le lien entre ∇P et ∇P^o . Celui-ci provient de la règle de cohérence $\langle \operatorname{grad} p \rangle_\Omega = \nabla P$ et de (5) et (7) auxquelles il faut ajouter une estimation de la moyenne de $\operatorname{grad} p$ dans Ω^s . Dans le schéma auto-cohérent ne privilégiant aucune phase par rapport à une autre, cette dernière estimation s'obtient selon une règle analogue à (7) où l'indice "i" est remplacé par "s". Contrairement aux fractures, l'ellipsoïde représentatif de la phase solide nécessaire au calcul de \mathbf{P}_s^{hom} n'a rien d'évident. Toutefois, il semble important de tenir compte du réseau environnant pour définir une forme pertinente de bloc solide. Une méthode heuristique pourrait être de définir \mathcal{H}_s en fonction des orientations et espacements moyens :

$$\mathcal{H}_s = \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i} \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \right)^{-1} \quad (8)$$

Rassemblant toutes les estimations (5) et (7) y compris celle concernant la phase solide et exploitant l'imperméabilité de celle-ci ainsi que $f_s \approx 1$, (4) devient :

$$\mathbf{K}^{hom} = \left(\sum_{i \in \mathcal{M}} f_i \mathbf{K}^i \cdot \boldsymbol{\alpha}_i \right) \cdot \left(\boldsymbol{\alpha}_s + \sum_{i \in \mathcal{M}} f_i \boldsymbol{\alpha}_i \right)^{-1} + \sum_{i \in \mathcal{C}} f_i \mathbf{K}_t^i \quad (9)$$

Compte tenu de (7), il apparaît clairement que (9) correspond à une définition implicite de \mathbf{K}^{hom} qu'il est possible de résoudre dans le cas général anisotrope à l'aide d'une méthode itérative de type point fixe. On peut tout de même raisonnablement déduire de (9) que \mathbf{K}^{hom} doit être de l'ordre de grandeur des $f_i K_t^i$ (où même $\omega_i K_t^i$ pour des micro-fractures) les plus significatifs lorsque le réseau est connecté. Par ailleurs, il reste encore à clarifier dans cette équation le choix de K_n^i pour les micro-fractures. Dans ce but, il faut d'abord s'interroger sur le comportement du tenseur $\boldsymbol{\alpha}_i$ (7) lorsque le rapport d'aspect ω_i tend vers 0. Afin de simplifier les calculs, plaçons-nous dans une situation où le v.e.r. ne contient que des micro-fractures circulaires $\eta_i = 1$ et de perméabilité macroscopique isotrope $\mathbf{K}^{hom} = K^{hom} \mathbf{1}$. Dans ce cas, \mathbf{P}_i^{hom} présente le développement limité suivant au voisinage de $\omega_i = 0$:

$$\mathbf{P}_i^{hom} = \frac{\mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i}{K^{hom}} + \omega_i \frac{\pi}{4K^{hom}} (\mathbf{1} - 3 \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) \quad (10)$$

Rappelant que $f_i = 4\pi\epsilon_i\omega_i/3$, (7) et (10) permettent d'écrire au voisinage de $\omega_i = 0$:

$$f_i \boldsymbol{\alpha}_i = \frac{4}{3} \pi \epsilon_i \frac{\mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i}{\frac{K_n^i}{\omega_i K^{hom}} + \frac{\pi}{2}} \quad \text{et} \quad \mathbf{K}^i \cdot \boldsymbol{\alpha}_i = \frac{K_t^i}{1 + \frac{\pi}{4} \frac{\omega_i K_t^i}{K^{hom}}} \quad (11)$$

Deux cas de figure peuvent alors se présenter :

- si $K_n^i \gg \omega_i K^{hom}$ soit encore $K_n^i \gg \omega_i^2 K_t^i$, alors $f_i \boldsymbol{\alpha}_i$ est négligeable devant $\boldsymbol{\alpha}_s$ et K_n^i n'apparaît plus dans (9). Adoptant en outre une forme sphérique pour \mathcal{H}_s , ce qui implique $\mathbf{P}_s^{hom} = \mathbf{1}/(3K^{hom})$, et considérant une distribution continue isotrope d'orientations, une densité globale ϵ et une perméabilité uniforme K_t , on montre que la résolution de (9) donne (Fokker (2001)) :

$$K^{hom} = 0 \text{ si } \epsilon \leq \frac{27}{64} \quad \text{et} \quad K^{hom} = \omega K_t \frac{\pi(64\epsilon-27)}{108} \text{ si } \epsilon > \frac{27}{64} \quad (12)$$

mettant en évidence un seuil de percolation pour $\epsilon = \frac{27}{64}$.

- si $K_n^i = \mathcal{O}(\omega_i K^{hom})$ soit encore $K_n^i = \mathcal{O}(\omega_i^2 K_t^i)$, alors $f_i \alpha_i$ présente une limite non nulle lorsque ω_i tend vers 0. Cette limite est donc issue de la combinaison d'une singularité géométrique ($\omega_i \rightarrow 0$) et d'une singularité physique ($K_n^i/K^{hom} \rightarrow 0$). Comme dans le contexte mécanique où une limite du même type permet de montrer que des fractures ouvertes diminuent la raideur du milieu, il apparaît ici que le choix d'une valeur si faible de K_n^i traduit au niveau de la perméabilité macroscopique un effet artificiel et non réaliste d'obstacle au passage du fluide dans la direction transverse des fractures. Selon les mêmes hypothèses que celles ayant conduit à (12) et prenant $K_n^i \ll \omega_i^2 K_t^i$, on montre ici (Dormieux and Kondo (2004)) :

$$K^{hom} = 0 \text{ si } \epsilon \leq \frac{9}{16} \quad \text{et} \quad K^{hom} = \omega K_t \frac{3\pi(16\epsilon-9)}{4(16\epsilon+27)} \text{ si } \epsilon > \frac{9}{16} \quad (13)$$

Le seuil de percolation est supérieur à celui de (12) mais surtout K^{hom} ne dépend plus linéairement de ϵ après la percolation. Supposant fixés le nombre de fractures par unité de volume et l'ouverture de celles-ci et faisant croître leur rayon a , (13) montre que K^{hom} varie en $1/a$ lorsque a est grand, ce qui n'est évidemment pas réaliste.

On peut donc affirmer en conclusion qu'un choix judicieux pour K_n^i est par exemple égal à K_t^i d'autant que, dès lors qu'il est au moins de l'ordre de grandeur de $\omega_i^2 K_t^i$, ce paramètre n'a aucune influence sur K^{hom} . Le fait que l'écoulement reste parallèle aux faces de la fracture est assuré par la perturbation locale du gradient de pression qui rend ce dernier parallèle au plan. En revanche, la modélisation pertinente des fractures traversantes impose de choisir une valeur petite de K_n^i , de l'ordre de grandeur par exemple de K^s .

3 Application sur des exemples

La première application proposée est une mise en œuvre de la méthode sur un v.e.r. constitué d'une matrice imperméable et de trois familles de micro-fractures. Ces familles sont caractérisées par le même rapport d'aspect ω , la même fraction volumique, la même perméabilité tangentielle K_t et différents rapports d'aspect η_i et orientations (cf. Fig. 3). On trace sur la Fig. 3, les

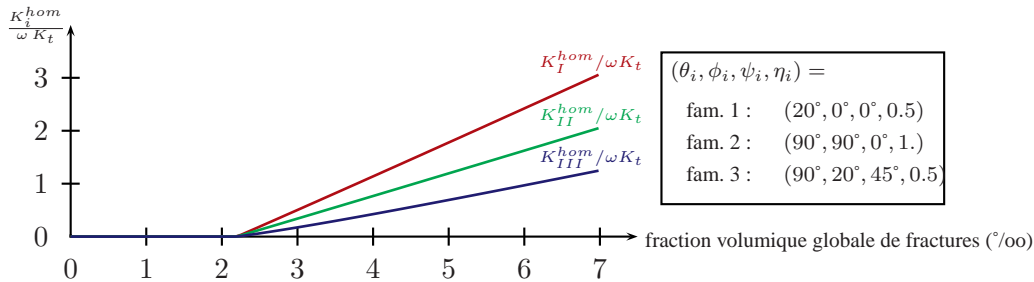


FIG. 3 – Valeurs propres de la perméabilité macroscopique d'un réseau de trois familles

valeurs propres de la perméabilité macroscopique en fonction de la fraction volumique globale de fractures à laquelle chaque famille contribue pour un tiers. Comme attendu, l'anisotropie se traduit par des valeurs propres distinctes et on note la présence d'un seuil de percolation à partir duquel celles-ci sont de l'ordre de grandeur de ωK_t .

En guise de deuxième illustration mais aussi de validation sur un cas $2D$ (géométrie invariante selon une direction), on se propose de comparer le résultat fourni par le schéma auto-cohérent à des calculs numériques sur réseau explicite (cf. Fig. 4) effectués grâce au logiciel FRACA de l'IFP selon la méthodologie présentée dans Sarda *et al.* (2001). Le v.e.r. considéré présente un réseau $2D$ formé de deux familles de fractures de même longueur, de même densité et d'angle 45° entre les deux directions. Des calculs sont effectués pour plusieurs valeurs de la densité

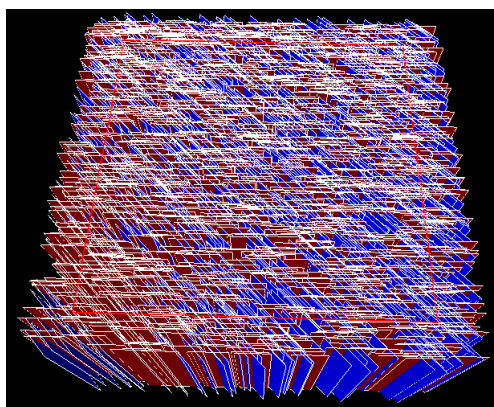


FIG. 4 – Réseau de fracture 2D

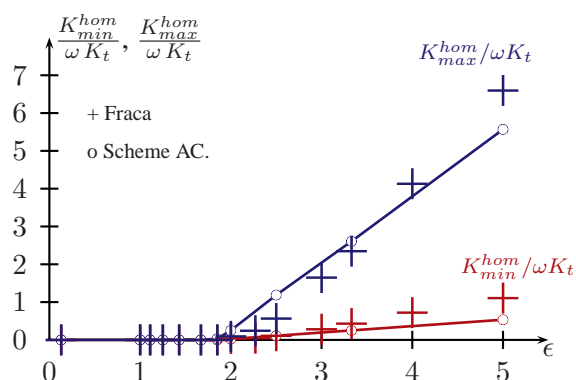


FIG. 5 – Perméabilité macroscopique

totale et comparés sur la Fig. 5 aux résultats du schéma auto-cohérent beaucoup plus rapides à réaliser. Ceux-ci semblent bien fournir une bonne estimation du seuil de percolation ainsi qu'une bonne tendance de la perméabilité majeure tout en sous-estimant plus sensiblement la perméabilité mineure. Il faut toutefois noter que faire croître la densité en gardant la longueur des fractures constante fait progressivement sortir du cadre d'hypothèse des micro-fractures pour tendre vers celui des fractures traversantes puisque l'espacement a tendance à devenir petit devant la longueur.

Références

- Barthélémy, J.,-F. (2007). Homogenized permeability of anisotropic fractured media and relevance of equivalent permeability models for the fractures. *Transport In Porous Media*, Submitted for publication.
- Bonnet, E., Bour, O., Odling, N., Main, I., Berkowitz, B., P., D., and Cowie, P. (2001). Scaling of fracture systems in geological media. *Reviews of Geophysics*, 39(3) :347–383.
- Dormieux, L. and Kondo, D. (2004). Approche micromécanique du couplage perméabilité-endommagement. *C. R. Mécanique*, 332 :135–140.
- Eshelby, J. (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proc. Roy. Soc. London*, 241 :376–396.
- Fokker, P. (2001). General anisotropic effective medium theory for the effective permeability of heterogeneous reservoirs. *Transport in Porous Media*, 44 :205–218.
- Guéguen, Y. and Palciauskas, V. (1994). *Introduction to Physics of Rocks*. Princeton Univ. Press.
- Maghous, S., de Buhan, P., Dormieux, L., and Garnier, D. (2000). Comportement élastoplastique homogénéisé d'un milieu rocheux fracturé. *C. R. Acad. Sci. Paris, Série IIB*, 328 :701–708.
- Sarda, S., Jeannin, L., and Bourbiaux, B. (2001). Hydraulic characterization of fractured reservoirs : simulation on discrete fracture models. In *Symposium of the Society of Petroleum Engineers*, Houston. SPE, Reservoir simulation.