

Utilisation d'une méthode de suivi d'interface mixte eulérienne/lagrangienne pour les écoulements diphasiques

Guillaume Balmigere¹, Stéphane Vincent², Jean-Paul Caltagirone² & Erick Meillot¹

¹CEA Le Ripault
BP 16, 37000 Monts

²Université de Bordeaux 1
Laboratoire TREFLE
16, avenue Pey-Berland, 33000 Pessac
balmigere@enscpb.fr

Résumé :

Nous présentons ici une méthode hybride de suivi d'interface s'inspirant de l'aspect particulière des méthodes MAC et de la représentation volumique du champ de concentration des méthodes VOF. Les mailles du domaine sont pourvues d'un nombre de particules variable transportées de façon Lagrangienne à partir du champ de vitesse Eulérien interpolé. Ces particules sont porteuses d'informations de phase qui seront projetées sur le maillage Eulérien à chaque pas de temps afin d'actualiser le champ de fraction volumique. La validation de la méthode a fait l'objet de comparaisons sur des cas tests de tache cisaillée avec un champ de vitesse analytique, ainsi que sur des cas de rupture de barrage 2D et 3D confirmant les performances de la méthode lors du couplage avec la résolution des équations de Navier-Stokes.

Abstract :

We developed a hybrid Eulerian/Lagrangian method to predict the motion of free surfaces in multiphase flows. This is inspired from the particle based MAC methods and from the Eulerian volume approach of VOF methods. Each cell of the computational domain is provided with particles which are advected in a Lagrangian manner by the interpolated velocity field. These particles carry the phase information which is projected at each time step to the Eulerian grid to build the Eulerian description of the volume fraction. The method was able to predict large interface distortions with a good accuracy, as in the case of a prescribed velocity field corresponding to the time-reversed single vortex flow. We assessed also very good results when coupling the method with the resolution of the Navier-Stokes equations as demonstrated by the simulation of 2D and 3D dambreak.

Mots-clefs: Advection methods; Volume of Fluid

1 Introduction

Les représentations numériques de l'interface entre deux fluides non miscibles se différencient principalement par la manière dont le domaine d'étude est discrétisé. La première catégorie n'utilise pas de maillage, notamment les méthodes SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) pour lesquelles la phase advectée est représentée par un ensemble de particules dont le mouvement est assuré exclusivement par un suivi particulaire (Monaghan (1994)). Ces méthodes ont un principe purement Lagrangien, et sont généralement utilisées pour des problèmes d'écoulements compressibles. La deuxième famille est dite des méthodes Lagrangiennes. Celles-ci utilisent un maillage adaptatif non-structuré permettant l'imposition rigoureuse des conditions aux limites à l'interface (Floryan & Rasmussen (1989)). Elles donnent un rendu très fidèle de la forme des interfaces, mais leur utilisation devient difficile dès lors qu'elles se brisent ou se scindent et leur programmation est complexe et coûteuse en 3D. On leur oppose généralement les méthodes dites Eulériennes qui utilisent un maillage fixe. Ces méthodes nécessitent l'introduction d'une variable supplémentaire et d'une équation pour suivre

son évolution. Parmi elles, on distingue la méthode Front-Tracking décrite par Unverdi & Tryggvason (1992), les méthodes de suivi de lignes de niveaux Level Set (Osher & Fedkiw (2001)) et les méthodes Eulériennes de suivi en volume sous différentes formes telles que la méthode MAC (Marker And Cell) présentée par Raad & Bidoae (2005), ou les variantes de la méthode Volume of Fluid (VOF-PLIC, VOF-TVD) (Rider & Kothe (1998)). Les limites des méthodes Eulériennes sont atteintes dès lors que les échelles caractéristiques de l'interface sont inférieures à la taille de la maille. Se produisent alors des effets de non conservation de la masse pour la méthode Level-Set, de fractionnement artificiel pour VOF-PLIC et de diffusion numérique importante pour VOF-TVD. Des méthodes mixtes ont récemment vu le jour (Aulisa *et al.* (2003), Ishii *et al.* (2006)), afin de combiner les propriétés de conservation de la masse des méthodes VOF, avec la précision des méthodes Level-Set ou particulières pour la description des interfaces.

L'approche VOF-SM (VOF Sous-Maille) présentée ici s'inspire des caractéristiques Lagrangiennes des méthodes MAC et de la méthodologie Eulérienne du suivi en volume VOF. La dynamique de l'écoulement est décrite de façon Eulérienne, par la résolution du champ de vitesse selon le modèle 1-fluide. Chaque maille de la grille contient des particules porteuses d'informations physiques qui seront projetées sur le maillage afin d'obtenir une description Eulérienne du champ de concentration. Nous souhaitons ainsi développer une méthode de suivi d'interface Eulérienne, dotée d'une description sous-maille du milieu diphasique et permettant d'appréhender statistiquement à l'échelle sous maille les phénomènes de rupture et de reconnexion d'interfaces 3D.

2 Modèles physiques

Les équations de Navier-Stokes en formulation 1-fluide permettent la modélisation des écoulements multiphasiques incompressibles isothermes :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right) = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \nabla \cdot (\mu (\nabla \mathbf{V} + \nabla^T \mathbf{V})) + \mathbf{F}_{TS} \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) C = 0 \quad (3)$$

La méthodologie numérique utilisée est celle développée dans la bibliothèque de calcul scientifique Aquilon. Les équations sont discrétisées sur une grille décalée cartésienne par la méthode des volumes finis. Le couplage vitesse/pression est assuré par un algorithme de minimisation basé sur une méthode de Lagrangien augmenté. Les équations sont discrétisées en temps implicitement par un schéma d'Euler d'ordre 1. Le solveur est un gradient conjugué BICG-Stab II préconditionné par une méthode de type ILU. Pour plus de détails, on se référera par exemple à Vincent & Caltagirone (2000)

3 Méthode mixte

La méthode de suivi d'interface présentée ici utilise la notion de marqueur des méthodes MAC et la représentation Eulérienne de type 1-fluide basée sur le calcul de propriétés physiques moyennes. Initialement, des particules dont le nombre par maille est à définir sont positionnées dans chaque maille du domaine de calcul. Elles sont porteuses d'une information logique relative à leur positionnement dans l'un ou l'autre des fluides en présence et d'un poids dépendant du nombre de particules dans la maille.

La résolution des équations de Navier-Stokes fournit la connaissance du champ de vitesse en chaque point du domaine Eulérien. Celui-ci est interpolé au niveau des particules qui sont ensuite advectées de façon Lagrangienne. Leur nouvelle position étant connue, les informations

qu'elles portent sont projetées par des lois statistiques conservatives sur le maillage Eulérien produisant ainsi une description Eulérienne de la fraction volumique au pas de temps suivant. La figure 1 schématise la boucle itérative de la méthode VOF-SM.

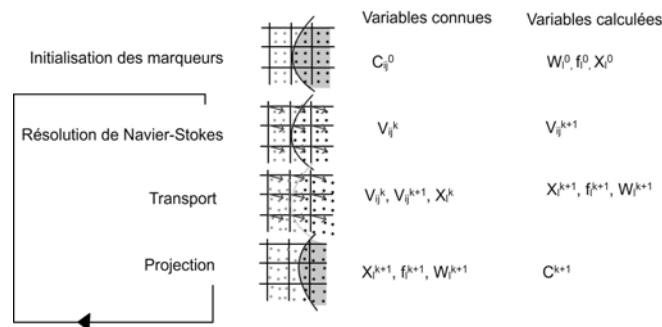


FIG. 1 – Algorithme de la méthode VOF-SM

4 Résultats

4.1 Tache circulaire dans un champ de vitesse déformant

La précision de la méthode VOF-SM a été éprouvée sur différents cas tests. Le premier est celui d'une tache cisailée par un champ analytique, dans la configuration présentée par Lopez *et al.* (2005). Initialement, le centre d'un cercle de fluide de rayon 0.15 m est positionné au point de coordonnées (0.5 ; 0.75) dans un carré de côté 1 m. Celui-ci est soumis au champ de vitesse dérivé de la fonction courant suivante : $\Psi(x, y) = 1/\pi \cdot \sin^2(\pi x) \sin^2(\pi y) \cos(\pi/T)$ où $T = 8s$ dans les simulations présentées ici. La déformation maximale du cercle se produit à $t = T/2$ (Fig. 3) et le cercle retrouve sa position initiale lorsque $t = T$ (Fig. 2). La solution à $t = T$ est pratiquement confondue avec la solution théorique pour un maillage de 64×64 comme en témoigne la figure 2. La méthode VOF-SM apporte une amélioration importante par rapport aux approches VOF-PLIC et VOF-TVD en s'affranchissant des problèmes de dissipation numérique et de déformation importante. Les niveaux d'erreur en terme de norme L_1 ont été comparés à ceux présentés par Lopez *et al.* (2005), basés sur une méthode VOF-PLIC améliorée. Nous avons effectué une étude de convergence sur des maillages de $16n$, $n=1..6$ points par direction, avec 2, 3, 4 particules par direction (Fig. 4). La méthode proposée présente des niveaux d'erreur et des ordres de convergence très satisfaisants selon les critères mathématiques choisis par Lopez. L'ordre atteint est en effet compris entre 2,5 et 3.

Nous avons également considéré l'écoulement potentiel généré par la présence d'une plaque rigide perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement, donné par la fonction courant $\Psi(x, y) = 10(x - x_a)(y - y_a)$ où (x_a, y_a) sont les coordonnées du point d'arrêt. Ce cas illustre la nécessité d'introduire une gestion des particules dès lors que le domaine possède des frontières ouvertes. Le transport des particules entraîne en effet une raréfaction ou une disparition de celles-ci dans certaines zones, rendant impossible la gestion de problèmes de type injecteur notamment. Les figures 5 et 6 illustrent la mise en place de la gestion des particules sortantes et leur redistribution dans les zones raréfiées sur ce cas de déformation de tache à $t=0.11s$. La figure 7 présente l'équivalent en terme de contour $C=0.5$ de fraction volumique après l'étape de projection (Fig. 1).

4.2 Rupture de barrage 2D sur fond mouillé

De nombreux travaux expérimentaux et théoriques traitent de la rupture de barrage. Ils confèrent à ce cas tout son intérêt quand à la validation de la méthode proposée pour la résolution des écoulements à surface libre air/eau. Stansby *et al.* (1998) se sont intéressés au cas de la rupture de barrage sur fond mouillé faisant intervenir des déformations importantes de l'interface ainsi que des phénomènes de « splashing » et de rupture. Nous avons reproduit cette étude en deux dimensions sur un domaine de 1,2 x 0,2 m discrétisé sur une grille de 600 x 100. Les résultats de la méthode VOF-SM sont comparés à ceux obtenus avec une méthode VOF-PLIC classique et aux résultats expérimentaux (Fig. 8).

Initialement, nous considérons une colonne d'eau au repos de longueur 0.5m et de hauteur 0.1m. En aval, le sol est recouvert d'une épaisseur de 0.01m d'eau. Le début du calcul coïncide donc avec la disparition artificielle de la séparation entre ces deux zones, l'eau est alors mise en mouvement par la force de gravité. Une onde de choc se propage en aval et donne naissance à un jet déferlant. La surface libre obtenue est comparée aux données expérimentales aux instants $t=0.24s$ et $t=0.4s$. Les résultats sont en bon accord avec les données expérimentales tant au niveau de la hauteur d'eau que de la vitesse de propagation du jet. La méthode donne également un rendu fidèle des structures décrites par Stansby *et al.* (1998) liées à l'emprisonnement d'air.

4.3 Rupture de barrage 3D sur fond sec avec obstacle

Nous avons poursuivi le cas de la rupture de barrage dans une configuration 3D de fond sec en aval, et en présence d'un obstacle. Initialement, une colonne d'eau au repos de dimensions 1,22 x 0,55 x 1 m se situe en amont d'une zone sèche où se trouve un obstacle solide. Le tout est inclus dans un domaine fermé. Le domaine de calcul de dimensions 3,22 x 1 x 1 m est discrétisé sur un maillage peu raffiné de 100 x 36 x 36. La figure 9 présente une vue 3D de la surface libre à $t=0.7s$. La figure 10 confronte les données expérimentales issues de Kleefsman *et al.* (2006) et l'évolution de la hauteur d'eau au cours du temps aux points de coordonnées (1;0) et (2.7;0). L'évolution macroscopique de la surface libre est correctement décrite par la méthode VOF-SM.

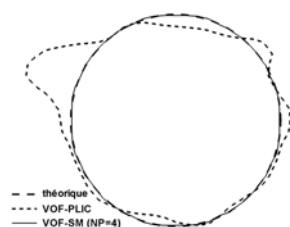


FIG. 2 – Tache cisailée, contour $C=0.5$, $t=T$

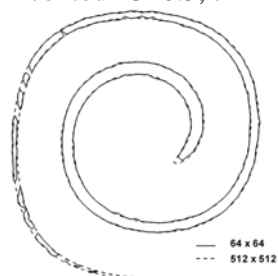


FIG. 3 – Tache cisailée, contour $C=0.5$, $t=T/2$

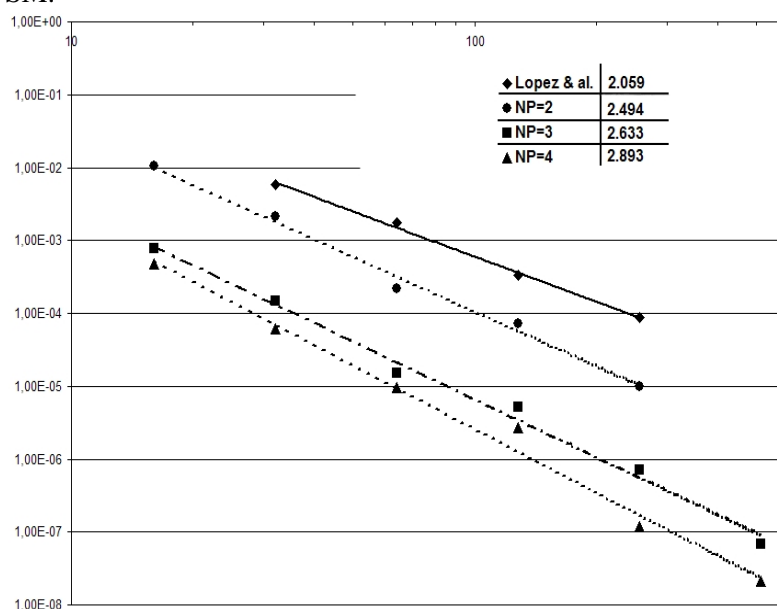


FIG. 4 – Courbe de convergence basée sur le calcul de l'erreur L1

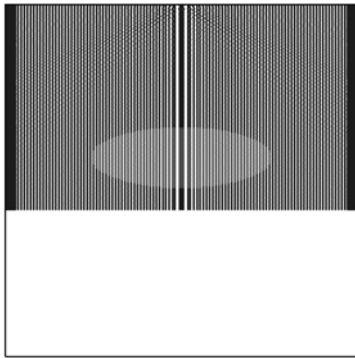


FIG. 5 – Champ de particules à $t=0,11s$ sans redistribution

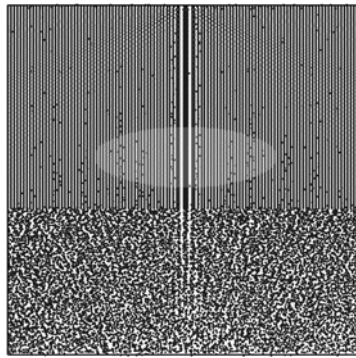


FIG. 6 – Champ de particules à $t=0,11s$ avec redistribution

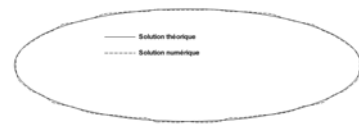


FIG. 7 – Contour $C=0,5$ de fraction volumique à $t=0,11s$

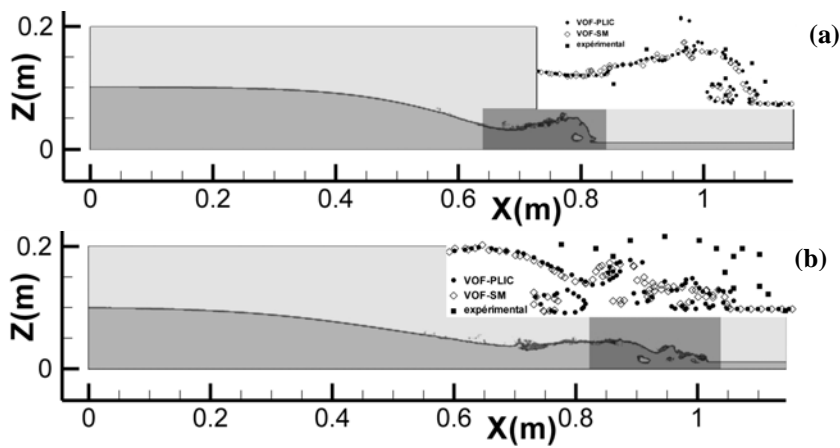


FIG. 8 – Rupture de barrage 2D sur fond mouillé. $t=0.24s$ (a), $t=0.4s$ (b)

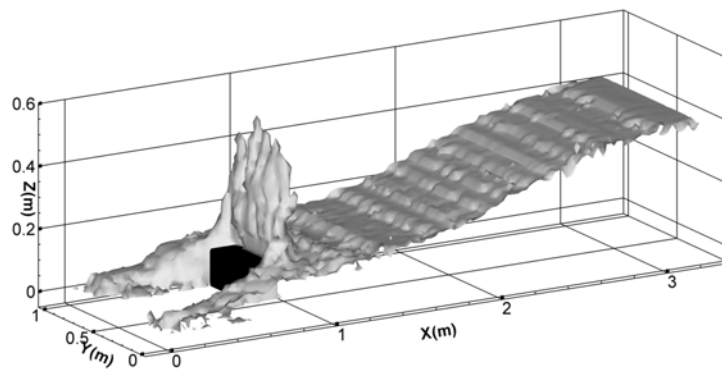


FIG. 9 – Rupture de barrage 3D sur fond mouillé avec obstacle. Représentation de la surface libre au temps $t=0.7s$.

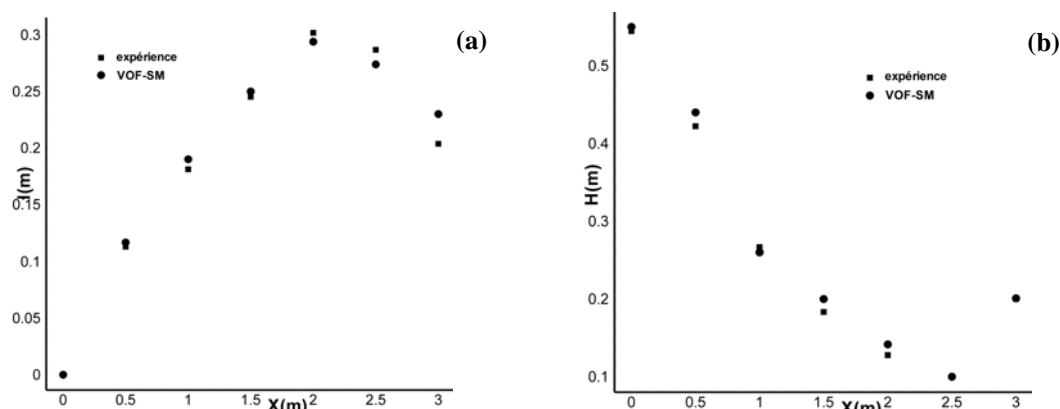


FIG. 10 – Rupture de barrage 3D sur fond mouillé avec obstacle. Evolution de la hauteur d'eau au cours du temps, dans le plan $y=0$ m aux positions $x=1$ m (a), $x=2,7$ m (b)

5 Conclusions

Nous avons développé une méthode de suivi d'interface hybride Eulérienne/Lagrangienne d'ordre élevé et plus précise que les méthodes VOF rencontrées, donnant non seulement une description macroscopique de l'interface mais aussi une description sous-maille. Celle-ci est utilisable en 3D et une optimisation de l'algorithme de redistribution des particules devrait permettre de diminuer le coût lié à la description particulière du milieu diphasique. Un effort important doit maintenant être fait sur la modélisation des phénomènes sous-maille.

Référence

- Monaghan J.J. 1994 Simulating free surface flows with SPH, *J. Comput. Phys.* **110**, 399-406
- Floryan, J.M. & Rasmussen, H. 1989 Numerical method for viscous flows with moving boundaries. *Appl. Mech. Rev.* **42**(12), 323-341
- Unverdi, S.O. & Tryggvason, G. 1992 A front tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows *J. Comput. Phys.* **100**, 25-37
- Osher, S. & Fedkiw, R. 2001 Level set methods: an overview and some recent results. *J. Comput. Phys.* **169**, 463-502
- Raad, P.E. & Bidoae, R. 2005 The three-dimensional Eulerian-Lagrangian marker and micro cell method for the simulation of free surface flows. *J. Comput. Phys.* **203**, 668-669
- Rider, W.J. & Kothe, D.B. 1998 Reconstructing volume tracking. *J. Comput. Phys.* **141**, 112-152
- Aulisa, E., Manservigi, S. & Scardovelli, R. 2003 A mixed markers and volume-of-fluid method for the reconstruction and advection of interfaces in two-phase and free-boundary flows, *J. Comput. Phys.* **188**, 611-639
- Ishii, E., Ishikawa, T. & Tanabe Y. 2006 Hybrid Particle/Grid Method for predicting motion of micro-and macrofree surfaces, *Journal of Fluids Engineering* **128**, 921-930
- Vincent, S. & Caltagirone, J.-P. 2000, One cell local multigrid method for solving unsteady incompressible multi-phase flows, *J. Comput. Phys.* **163**, 172-215
- Lopez, J., Hernandez, J., Gomez, P. & Faura, F. 2005, An improved PLIC-VOF method for tracking thin fluid structures in incompressible two-phase flows, *J. Comput. Phys.* **208**, 51-74
- Stansby, P.K., Chegini, A. & Barnes, T.C. 1998 The initial stages of dam-break flow, *J. Fluid Mech.* **374**, 407-424
- Kleefsman, K.M.T., G. Fekken, G., Veldman, A.E.P., Iwanowski, B. & Buchner, B. 2006 A volume of fluid based simulation method for wave impact problems, *J. Comput. Phys.* **206**, 363-393