

Simulation numérique de l'hydrodynamique d'interfaces liquide-liquide contrôlées par laser

Chraïbi Hamza, Didier Lasseux, Eric Arquis (TREFLE)
Régis Wunenburger & Jean-Pierre Delville (CPMOH)

Université Bordeaux I
Transferts, Écoulements, Fluides, Énergétique (TREFLE)
Esplanade des Arts et Métiers
33405 Talence Cedex, France.

Université Bordeaux I
Centre de Physique Moléculaire Optique et Hertzienne (CPMOH)
351 cours de la Libération
33405 Talence cedex, France.

Résumé :

Le contrôle de la déformation sans contact des interfaces liquides à l'échelle micro-métrique est un enjeu majeur pour toute une série d'applications en micro-fluidique. Une technique originale récemment développée au Laboratoire CPMOH (Bordeaux), consiste à employer la pression de radiation d'une onde laser continue, pour déformer des interfaces liquides à l'échelle du micron. Cela conduit pour de faibles intensités, à des formes en cloche indépendantes du sens de propagation du faisceau puis pour des intensités plus élevées, à des formes surprenantes de tétines quand le faisceau se propage du milieu le plus réfringent vers le moins réfringent, ou de jet de micro-gouttes pour une direction de propagation inverse. Afin de mieux comprendre la physique de ces écoulements et en maîtriser les applications, nous avons développé un outil numérique basé sur la méthode des éléments de frontière couplant à la fois l'hydrodynamique et l'électromagnétisme. Les résultats numériques obtenus avec cette méthode sont comparés aux résultats expérimentaux en régime de déformation linéaire et non-linéaire et ceci pour les deux sens de propagation.

Abstract :

Control of fluid-fluid interface deformation induced by the radiation pressure of a laser wave is of major concern for the development of numerous applications in microfluidics. An original technic recently developed at the CPMOH Laboratory (Bordeaux), consists in inducing micrometric scale deformations of liquid interfaces by the radiation pressure of a continuous laser wave. For low beam intensities, this leads to bell shapes whatever the direction of propagation of the incident wave, while for higher intensities, it leads to suprising nipple-like shape in the case of wave propagation from the less refringent medium to the more refringent one, or to a jet of micro-droplets otherwise. In order to understand the physics governing these flows, a numerical resolution based on the Boundary Integral Elements Method, coupling the hydrodynamics and the electromagnetism was developed. Numerical results obtained with this method are compared to experimental data in both linear and nonlinear regime of deformation and both directions of propagation.

Key-words :

Opto-hydrodynamique, interface, laser

1 Introduction

La déformation d'interfaces liquide-liquide a fait l'objet d'une attention croissante durant les dernière années et plusieurs applications pratiques des déformations d'interfaces par laser sont

ainsi en développement. Parmi elles, nous pouvons citer la mesure des propriétés physiques de fluides telles que la viscosité ou la tension superficielle (Sakai et al., 2001) mais aussi la manipulation sans contact de micro-objets biologiques (Bjorkholm et al., 1986).

Historiquement, la déformation d'interfaces liquides par la pression de radiation a été initialement identifiée au début des années 70 (Ashkin and Dziedzic, 1973). Des interfaces eau-air ont alors été déformées donnant lieu à des déformations nano-métriques. L'une des conclusions essentielles de ces travaux a été que l'interface se déforme toujours vers le milieu de plus faible indice optique quelque soit le sens de propagation du faisceau.

Dans de récentes expériences (Casner and Delville, 2001), une onde laser continue de rayon (waist) ω_0 allant de $5\mu m$ à $15\mu m$ a été utilisée pour déformer des interfaces entre deux phases micellaires en coexistence, caractérisables par leur distance au point critique $T - T_c$. La propriété essentielle de ces micro-émulsions constituées de micelles d'eau dans de l'huile, étant d'avoir une faible tension superficielle ($\gamma \sim 10^{-7} Jm^{-2}$), des déformations d'interface très importantes (jusqu'à $\sim 100\mu m$) ont pu être observées confirmant également dans le régime linéaire, des déformations identiques quelque soit le sens de propagation du faisceau. Cette dernière propriété n'est cependant pas vérifiée en régime non-linéaire, la symétrie de déformation haut/bas étant brisée. Ainsi dans le cas d'une propagation du milieu le moins réfringent (noté (1)) vers le plus réfringent (noté (2)), de surprenantes formes en tétines stables ont pu être observées alors que dans le cas opposé de propagation, l'interface devient subitement instable générant un jet de micro-gouttelettes (Casner et al., 2003).

L'originalité de la présente étude est de simuler par la méthode des éléments de frontière, la déformation d'interface en régime non-linéaire pour les deux sens de propagation alors que les études précédentes étaient limitées au régime linéaire ou à des modèles non-linéaires simplifiés (Hallanger et al., 2005). Nous confirmons et expliquons la brisure de symétrie en comparant les résultats numériques et expérimentaux, sans toutefois dépasser le seuil d'instabilité conduisant au jet.

2 Modèle physique

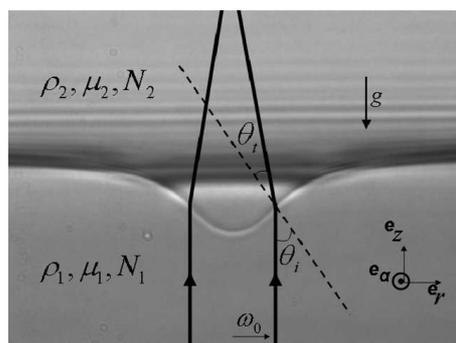


Figure 1: Déformation d'interface liquide-liquide par un faisceau laser se propageant du milieu le moins réfringent (1) vers le milieu le plus réfringent (2).

La figure 1 représente une image de déformation d'interface liquide induite par un faisceau laser se propageant de (1) vers (2). Les propriétés physiques des deux fluides sont leur densités respectives ρ_1 et ρ_2 , leurs indices optiques N_1 et N_2 ($N_1 < N_2$) et leurs viscosités μ_1 et μ_2 . Les angles de propagations incidents et transmis sont respectivement θ_i et θ_t . Le vecteur

\mathbf{g} représente la gravité ($g = 9.81m/s$). Un système de coordonnées cylindriques ($\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_\alpha$) comme indiqué sur la figure 1 sera utilisé lors de cette étude.

2.1 Force électromagnétique

Dans ce qui suit, nous détaillons l'expression de la force électromagnétique induite par le laser sur l'interface (Landau and Lifshitz, 1946):

$$\mathbf{f}_{em_i} = -\frac{1}{2}\epsilon_0 \mathbf{E}_i^2 \nabla \epsilon_i + \frac{1}{2}\epsilon_0 \nabla [\mathbf{E}_i^2 \rho_i \frac{\partial \epsilon_i}{\partial \rho_i}] + \frac{\epsilon_i - 1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_i) \quad (1)$$

\mathbf{E}_i et \mathbf{H}_i sont respectivement les champs électrique et magnétique dans le milieu i , ϵ_0 est la permittivité du vide. $\frac{\partial \epsilon_i}{\partial \rho_i}$ représente la variation de permittivité relative ϵ_i de chaque phase en fonction de sa densité ($\epsilon_i = N_i^2$). c est la célérité de la lumière dans le vide.

Le premier terme de l'équation (1), appelé force de radiation optique, induit un saut de pression de radiation sur l'interface traduisant une discontinuité de la quantité de mouvement des photons à la traversée de cette interface. Le second terme appelé force électrostrictive traduit la discontinuité des champs et des propriétés physiques des fluides sur l'interface. Son influence sur la forme de l'interface est nulle étant donné que sa contribution volumique est compensée par sa contribution surfacique (Lai et al., 1989). Enfin le dernier terme, appelé terme d'Abraham est indétectable aux fréquences optiques et peut donc être omis.

Dans notre approche numérique, nous utilisons une polarisation linéaire transverse (TE) du champ électrique et supposons que le problème est à symétrie de révolution. Le choix de la polarisation TE est en cohérence avec la polarisation utilisée dans l'expérience vis à vis du plan d'observation de la déformation. Dans ces conditions, la symétrie de révolution reste un point à étudier plus en détail. Cependant, étant donné que la pression de radiation optique a une très faible dépendance à la polarisation lorsque $\frac{N_1}{N_2} \sim 1$ (Casner and Delville, 2003), la polarisation linéaire est théoriquement équivalente à une polarisation circulaire.

Dans le cas de polarisation (TE), le champ électrique est continu à l'interface, i.e.:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2 \quad (2)$$

Comme la gravité et la force électrostrictive sont conservatives on peut redéfinir une pseudo-pression incluant leur effets dans chaque phase. Ensuite, par conservation de la composante normale du vecteur de Poynting (flux d'énergie sur l'interface) (Stratton, 1941) :

$$E^2 = \frac{T_{TE}}{c\epsilon_0} \frac{I(r)}{N_i} \frac{\cos\theta_i}{\cos\theta_t} \quad (3)$$

Cette expression du champ, différente selon le sens de propagation, fait apparaître l'indice N_i de la phase où se transmet le faisceau et le coefficient de transmission T_{TE} dont l'expression (Stratton, 1941) dépend du sens de propagation du faisceau.

$I(r)$ est l'intensité du laser assimilée à une gaussienne, donnée :

$$I(r, z) \approx I(r) = \frac{2P}{\pi\omega_0^2} e^{-2(\frac{r}{\omega_0})^2} \quad (4)$$

P étant la puissance du faisceau.

2.2 Equations pour l'écoulement et conditions aux limites

En adimensionnant le problème par la longueur caractéristique ω_0 , la pression de référence dans chaque phase $\frac{\mu_i u^*}{\omega_0}$, le temps caractéristique $\mu_2 \omega_0 / \gamma$, et la vitesse de référence γ / μ_2 , les équations du mouvement et de conservation de la masse dans l'hypothèse de quasi-stationnarité et à faible nombre de Reynolds pour des phases incompressibles s'écrivent :

$$0 = -\nabla p_i + \nabla^2 \mathbf{u}_i \quad ; \quad \nabla \cdot \mathbf{u}_i = 0 \quad (5)$$

À l'interface, le saut de contrainte normale est compensée par les effets capillaires, la gravité et la pression de radiation. On écrit donc :

$$(\lambda \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{n} - \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} = \kappa(r) - \Pi(r) - Boz(r) \quad (6)$$

\mathbf{T}_i étant le tenseur des contraintes hydrodynamiques et $\Pi(r)$ étant donné par:

$$\Pi(r) = -\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (\epsilon_1 - \epsilon_2) \frac{\omega_0}{\gamma} \quad (7)$$

On définit $\xi = \Pi(r=0, \theta_i=0, \theta_t=0) = \frac{4P}{\pi c \omega_0 \gamma} \frac{N_1(N_2-N_1)}{(N_2+N_1)}$ comme le rapport de pression de radiation sur pression de Laplace. Ici $Bo = (\rho_1 - \rho_2) g \omega_0^2 / \gamma$ est le nombre de Bond optique basé sur le rayon du faisceau; $\lambda = \mu_1 / \mu_2$ est le rapport de viscosité entre les deux phases; $\kappa(r)$ est la courbure cylindrique en un point de l'interface.

La continuité des vitesses sur l'interface implique :

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2 \quad (8)$$

alors que la condition d'adhérence aux parois est :

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{0} \quad (9)$$

L'advection de l'interface est réalisée par un suivi Lagrangien qui s'écrit en tout point de celle-ci:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad (10)$$

La résolution par la méthode des éléments de frontière n'est pas détaillée ici. Pour plus de précisions, le lecteur pourra consulter l'excellente synthèse de Tazosh et al. (1992) ainsi que des travaux sur la déformation d'interfaces par champs électriques et magnétiques (Sherwood, 1987).

3 Résultats

La figure 2 montre l'évolution de la hauteur de l'interface à l'équilibre en fonction du rapport de pression ξ . Nous pouvons tout d'abord remarquer la brisure de symétrie d'évolution de h à partir de $\xi \geq 3.4$. Dans le cas de propagation 1-2, $h(\xi)$ continue d'augmenter avec une pente plus importante en restant toutefois stable. En revanche, dans le cas d'incidence par le haut, $h(\xi)$ diverge subitement à $\xi \simeq 3.4$ et atteint le seuil de réflexion totale. Nous considérons en effet que la réflexion totale puis la focalisation de la lumière sur l'interface sont les mécanismes responsables de l'instabilité de l'interface. Comparant maintenant les courbes expérimentales

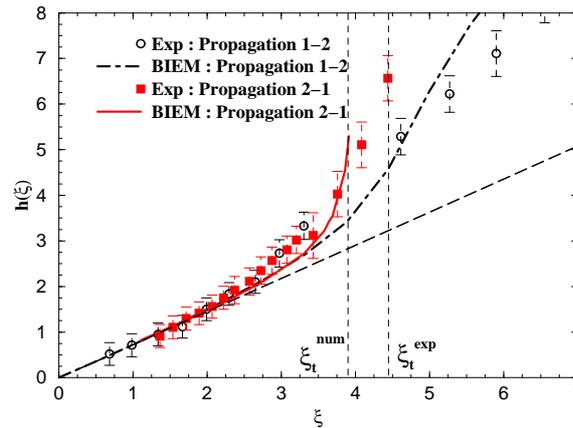


Figure 2: Variations expérimentale et prédiction numérique de la hauteur de la déformation $h(\xi)$ en $r = 0$ pour les deux cas de propagation. $\omega_0 = 5.3\mu\text{m}$ et $T - T_c = 3.5K$ ($Bo = 0.015$). On compare les résultats expérimentaux et numériques. La droite en pointillés décrit un comportement linéaire. ξ_t^{exp} (ξ_t^{num}) représente le seuil d'instabilité expérimental (numérique).

et numériques, nous voyons une bonne adéquation des hauteurs dans le cas de propagation 1-2 jusqu'au seuil d'apparitions des formes en tétines ($\xi \simeq 5$), alors que dans le cas inverse la divergence de $h(\xi)$ est prédite plus tôt dans le modèle numérique. Nous allons expliquer cette observation en étudiant les profils d'interface.

La figure 3 montre les comparaisons entre profils d'interfaces expérimentaux et prédictions

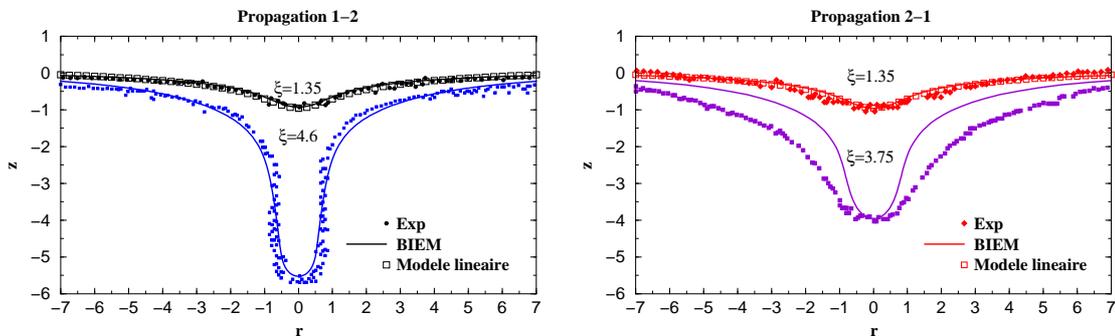


Figure 3: Comparaison entre profils expérimentaux et numériques pour les deux cas de propagation. $\omega_0 = 5.3\mu\text{m}$ et $T - T_c = 3.5K$ ($Bo = 0.015$).

numériques. Nous voyons que dans le cas de propagation 1-2 (gauche), la forme de l'interface est parfaitement prédite par le modèle, alors que dans le cas contraire (droite), la forme expérimentale est plus large que la forme numérique. Ceci explique alors pourquoi $h(\xi)$ diverge plus précocement dans le cas numérique, car l'interface étant plus raide elle atteint plus vite les conditions de réflexion totale. La différence de forme dans ce cas précis de propagation pourrait alors être due à des effets volumiques de la diffusion de la lumière (Schroll et al., 2007) quand celle-ci se refracte sur les micelles d'eau contenues dans les phases. A haute intensité du faisceau, elle pourrait en fait induire des effets non triviaux sur la déformation de l'interface mais ceux-ci restent encore mal compris. Comme cette force agit dans le sens de propagation du faisceau, elle pourrait aussi expliquer les forme de tétines non prédites par le modèle actuel.

4 Conclusions

Cette étude avait pour but de modéliser la déformation d'interface liquide-liquide par pression de radiation optique dans le régime non-linéaire. Nous avons utilisé un modèle axisymétrique, basé sur la méthode des éléments de frontière, afin de vérifier les différences de déformation d'interface selon le sens de propagation du faisceau. Dans le cas de propagation du milieu le moins réfringent vers le plus réfringent, nous avons obtenu une bonne adéquation entre hauteurs et profils d'interface prédits et observés expérimentalement, alors que dans le cas de propagation inverse, des différences ont été observées et ont été attribuées aux effets de la diffusion de la lumière dans les phases.

References

- A. Ashkin and J. M. Dziedzic. Radiation pressure on a free liquid surface. *Phys. Rev. Lett.*, **30**: 139–142, 1973.
- J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, J. M. Dziedzic, and S. Chu. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Opt. Lett.*, **11**:288–290, 1986.
- A. Casner and J. P. Delville. Giant deformations of a liquid-liquid interface induced by the optical radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, **87**:054503, 2001.
- A. Casner and J. P. Delville. Laser-induced hydrodynamic instability of fluid interfaces. *Phys. Rev. Lett.*, **90**:14, 2003.
- A. Casner, J. P. Delville, and I. Brevik. Asymmetric optical radiation pressure effects on liquid interfaces under intense illumination. *J. Opt. Soc. Am. B*, **20**:11, 2003.
- A. Hallanger, I. Brevik, and S. Haaland. Nonlinear deformations of liquid-liquid interfaces induced by electromagnetic radiation pressure. *Phys. Rev. E*, **71**:056601, 2005.
- H. M. Lai, P. T. Leung, K. L. Poon, and K. Young. Electrostrictive distortion of a micrometer-sized droplet by a laser pulse. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**:12, 1989.
- L. D. Landau and E.M. Lifshitz. *Electrodynamics of continuous media*. Pergamon, Oxford, 1946.
- K. Sakai, D. Mizuno, and K. Takagi. Measurement of liquid surface properties by laser-induced surface deformation spectroscopy. *Phys. Rev. E*, **63**:046302, 2001.
- R. Schroll, R. Wunenburger, A. Casner, W. Zhang, and J.P. Delville. Liquid transport due to light scattering. *Phys. Rev. Lett.*, **98**:133601, 2007.
- J. D. Sherwood. Breakup of fluid droplets in electric and magnetic fields. *J. Fluid Mech.*, **188**: 133–146, 1987.
- J. A. Stratton. *Electromagnetic Theory*. McGraw-Hill, 1941.
- J. Tanzosh, M. Manga, and H. A. Stone. Boundary integral methods for viscous free-boundary problems : Deformation of single and multiple fluid-fluid interfaces. *Boundary Element Technology*, **VI**:19–39, 1992.