

## Etude numérique de la structure et la dynamique d'un jet coaxial turbulent

Habib BEN CHEIKH<sup>1\*</sup>, Wassim KRIAA<sup>1</sup>, Hatem MHIRI<sup>1</sup>,  
Georges LE PALEC<sup>2</sup> & Philippe BOURNOT<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Unité de Recherche de Thermique et Environnement, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir,  
Route de Ouardanine, 5000 Monastir (TUNISIE)

<sup>2</sup>Institut de Mécanique de Marseille, 60 Rue Juliot Curie, Technopole de Château-Gombert,  
13453 Marseille Cedex 13 (FRANCE)

(\*Auteur correspondant : [habib\\_bc@yahoo.fr](mailto:habib_bc@yahoo.fr))

### Résumé :

Dans ce travail, on se propose d'étudier numériquement un écoulement de type jet coaxial turbulent de l'air dans l'air pour des rapports des vitesses compris entre 1 et 10. On s'intéresse particulièrement à l'effet de ce dernier paramètre sur la structure de l'écoulement. Les équations régissant l'écoulement ont été résolues à l'aide d'un code de calcul numérique personnel basé sur une méthode aux volumes finis. Le modèle de fermeture adopté est le modèle de premier ordre  $k-\varepsilon$  standard. Les résultats obtenus montrent l'apparition d'une zone tourbillonnaire au voisinage de l'axe du jet pour des rapports des vitesses  $r \geq 3$ . La structure de l'écoulement dépend étroitement de la présence de ces tourbillons.

### Abstract:

In this work, we propose to study numerically an air-air turbulent coaxial jet for different velocity ratios ranging between 1 and 10. We highlight particularly the effect of this last parameter on the flow structure. The equations governing the flow were solved using a personal numerical computer code based on a finite volume method. The closure model is the standard  $k-\varepsilon$  first order model. The obtained results show the appearance of a recirculation zone on the jet axis starting from a velocity ratio  $r \geq 3$  and the flow structure depends closely on the presence of this zone.

### Mots-clefs :

Jet coaxial turbulent, zone de recirculation, modèle  $k-\varepsilon$

### 1 Introduction

Les jets turbulents coaxiaux sont largement utilisés dans plusieurs applications industrielles telles que les chambres de combustion des moteurs des fusées, les pompes à jet, les réservoirs de mélange, les brûleurs à flammes pré-mélangées, etc.

Durant ces dernières décennies, ce type d'écoulement a suscité un intérêt accru des chercheurs. Un examen de la littérature révèle que plusieurs travaux ont été consacré aux expériences visant la caractérisation de la structure et l'instabilité de l'écoulement dans la région proche des buses.

L'étude expérimentale présentée par *Ko et Au (1981)* a permis de constater qu'un écoulement de type jet isotherme à deux buses coaxiales est formé de trois régions séparées: la région initiale, la région intermédiaire, et la zone entièrement développée. La région initiale est située entre les buses et la fin du cône potentiel extérieur, immédiatement en aval c'est la région intermédiaire qui s'étale jusqu'au point de rattachement des deux jets. A partir de ce point l'écoulement se comporte comme un jet issu d'une seule buse, c'est la zone entièrement développée dans laquelle les différents paramètres obéissent à des lois d'affinité. Ce type d'écoulement est caractérisé par la présence de deux couches de mélange: la couche de mélange externe contiguë à l'air extérieur et la couche de mélange interne confinée entre les jets central et annulaire (FIG.1). Le travail expérimental de *H. Rehab et al.(1997)* a permis d'identifier

deux régimes d'écoulement selon que le rapport des vitesses  $r = \frac{U_{02}}{U_{01}}$  est plus grand ou plus petit qu'une

valeur critique  $r_c$  comprise entre 5 et 8. Quand  $r < r_c$ , le jet annulaire pince périodiquement le jet central, la fréquence de pincement correspond au mode du jet externe. Par contre quand  $r > r_c$  le cône potentiel intérieur est tronqué et il est suivi d'une zone de recirculation instable. Concernant les études numériques sur les jets coaxiaux, elles sont beaucoup plus rares et nécessitent des investigations détaillées. *Nikjooy et al (1989)* ont confronté des résultats expérimentaux pour des jets coaxiaux libres

avec ceux obtenus d'un calcul numérique à l'aide d'une méthode aux volumes finis et d'une modélisation soit de type (k-ε) soit d'un modèle algébrique au second ordre. Ces auteurs ont focalisé leurs discussions sur la validité des deux modèles de turbulence considérés et l'efficacité des schémas de discrétisation adoptés. Des jets coaxiaux air-air compressibles et turbulents pour un grand rapport des vitesses ont été simulés par *Reynier et Ha Minh (1998)*, en employant la méthode des volumes finis et le modèle de turbulence k-ε standard.

Dans ce travail, on se propose d'étudier un jet coaxial isotherme turbulent de l'air dans l'air, en utilisant une méthode aux volumes finis et un modèle de turbulence k-ε standard. La discussion porte sur l'effet du rapport des vitesses initiales sur la structure du jet et en particulier sur le développement des zones de recirculation au voisinage des buses d'éjection.

## 2 Mise en équations

La configuration expérimentale de *Ribeiro et al (1980)* est utilisée afin d'étudier un écoulement issu de deux buses cylindriques et coaxiales qui éjectent de l'air dans le milieu ambiant stagnant. Les diamètres intérieur  $D_{1int}$  et extérieur  $D_{1ext}$  de la buse interne valent respectivement 16.1 mm et 21.6 mm, alors que ceux de la buse externe valent respectivement 44.9 mm ( $D_{2int}$ ) et 50.4 ( $D_{2ext}$ ) mm (voir FIG.1).

### 2.1 Hypothèses

Les équations gouvernant l'écoulement sont écrites dans un système de coordonnées dont l'origine est située au centre de la buse interne et l'écoulement est supposé bidimensionnel. Les hypothèses suivantes seront aussi considérées :

- Le fluide est incompressible
- Le jet émis verticalement suivant x est à symétrie axiale.
- L'écoulement est stationnaire en moyenne
- L'écoulement est supposé turbulent pleinement développé (grands nombres de Reynolds).

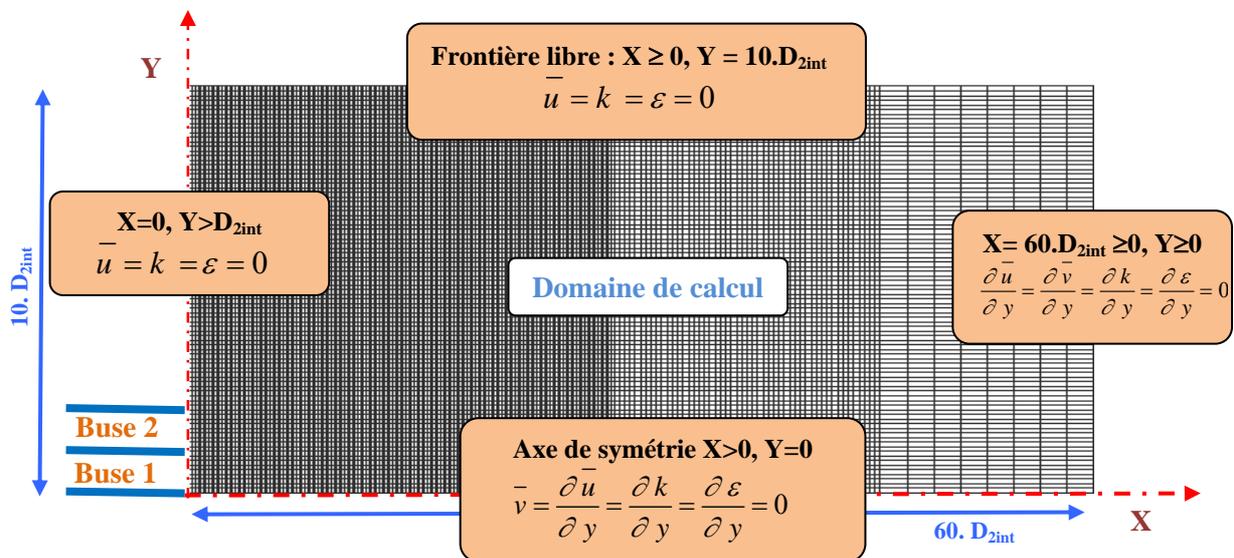


FIG. 1 – Conditions aux limites et maillage du domaine de calcul

### 2.1 Système d'équations

Les équations moyennées de l'écoulement en utilisant la décomposition de Reynolds s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\left( \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (2)$$

Pour la fermeture du problème, on a utilisé le modèle de turbulence k-ε standard, les équations de k et ε s'écrivent donc comme suit :

- L'équation de l'énergie cinétique de la turbulence k :

$$\left( \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \left( \overline{u'_i u'_j} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (3)$$

- L'équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence ε :

$$\left( \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) - c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u'_i u'_j} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4)$$

$$\text{Avec } \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (6)$$

Les valeurs numériques standards (*Hossain et al (1981)*) des constantes qui apparaissent dans ces équations sont les suivantes:

$$C_\mu = 0,09 \quad C_{\varepsilon 1} = 1,44 \quad C_{\varepsilon 2} = 1,92 \quad \sigma_k = 1 \quad \sigma_\varepsilon = 1,3 \quad (7)$$

### 2.3 Conditions aux limites

Pour compléter le problème, outre les équations citées ci-dessus, il faut tenir compte des conditions aux limites (Voir figure 2) et celles d'émission ( $x = 0$ ) (8). Pour un profil uniforme à la sortie des buses, on a pris pour  $x = 0$  et  $\bar{v} = 0$  :

$$\begin{cases} \text{si } 0 \leq y < D_{1\text{int}}/2, \quad \bar{u}_{01} = 30 \text{ m/s}, k_{01} = 3.375 \text{ m}^2/\text{s}^{-2}, \varepsilon_{01} = 770.2 \text{ m}^2/\text{s}^{-3} \\ \text{si } D_{1\text{ext}}/2 \leq y < D_{2\text{int}}/2, \quad \bar{u}_{02} = r \bar{u}_{01}, k_{02} = 3.375 \text{ m}^2/\text{s}^{-2}, \varepsilon_{02} = 430.5 \text{ m}^2/\text{s}^{-3} \\ \text{si } D_{1\text{int}}/2 \leq y < D_{1\text{ext}}/2 \text{ et } \text{si } y \geq D_{2\text{int}}/2, \quad \bar{u} = 0, k = 0, \varepsilon = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$\varepsilon_{01}$  et  $\varepsilon_{02}$  sont calculés en utilisant la relation suivante :  $\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{\ell}$ .  $\ell$  étant l'échelle de longueur des

grands tourbillons porteurs d'énergie, elle est estimée par des grandeurs géométriques de type longueur de mélange. Pour un jet à symétrie axiale elle est estimée à la moitié du diamètre de la buse (*Demuren et al (1987)*).

### 2.4 Méthode de résolution numérique

La résolution numérique des équations associées à leurs conditions aux limites et d'émission est effectuée à l'aide d'un code de calcul numérique personnel basé sur une méthode aux volumes finis développée par *Patankar (1980)*. L'algorithme de résolution adopté est l'algorithme SIMPLE et le schéma de discrétisation est centré pour les termes de convection et diffusion. Les dimensions du domaine d'étude suivant x et y sont respectivement 60 et 10 fois le diamètre intérieur de la buse extérieure  $D_{2\text{int}}$ . Le maillage est non uniforme dans les deux directions, fortement serré près du jet

( $\Delta X = \Delta Y = 10^{-2}$ ), plus loin, le maillage est un peu plus lâche ( $\Delta X = \Delta Y = 10^{-1}$ ). La convergence de la solution globale est atteinte pour une précision égale à  $10^{-3}$ .

**5 Résultats et discussion**

**5.1 Validation du code et étude de la sensibilité des résultats au maillage**

Sur la figure 2, on donne l'évolution de la vitesse axiale au centre du jet pour un rapport des vitesses égal à 1 et pour différents maillages. On constate que les résultats obtenus concordent bien avec ceux expérimentaux de *Ribeiro et al (1972)* à partir d'une distance  $x/D_{2int}$  égale à 10. C'est la zone développée du jet (*Ribeiro et al (1972, 1980)*).

Dans les zones initiales et de transition une différence est observée entre nos résultats et ceux expérimentaux de *Ribeiro et al (1980)*. Ceci est expliqué par le fait qu'on a utilisé dans nos calculs un profil de vitesse uniforme alors que *Ribeiro et al* ont plutôt adopté un profil d'un écoulement de tube pleinement développé. On note que plusieurs études antérieures (*Mhiri et al (1999)*, *Kriaa et al (2006)*) ont montré que les profils initiaux à la sortie des buses ont un effet sur les caractéristiques de l'écoulement seulement dans les zones initiale et de transition du jet.

L'étude de la sensibilité des résultats au maillage a été aussi menée dans le but d'avoir des résultats indépendants du maillage. La figure 2 montre qu'à partir d'un maillage  $(N_x, N_y) = (450, 150)$  ( $N_x$  et  $N_y$  sont respectivement les nombres de nœuds suivant  $X$  et  $Y$ ), la différence entre les résultats obtenus est de l'ordre de 2%. Ainsi le maillage adopté est  $(N_x, N_y) = (450, 150)$ .

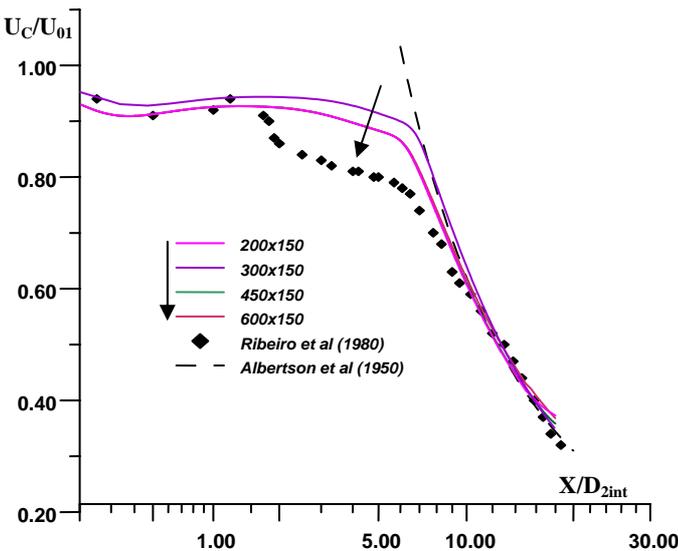


FIG. 2 – Evolution de la vitesse axiale au centre au maillage

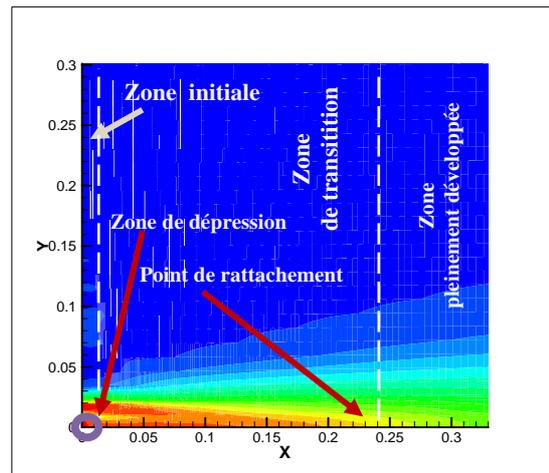


FIG. 3 – Contours de la vitesse axiale pour un rapport des vitesses  $r=1$

**5.2 Etude de la structure d'un jet coaxial**

La figure 3 présente les contours de la vitesse axiale du jet pour un rapport des vitesses égal à 1. Elle met en évidence les trois zones du jet : la zone initiale située entre les buses et la fin du cône potentiel de la buse extérieure, elle est caractérisée par une zone de dépression au voisinage de l'épaisseur de la buse intérieure. Immédiatement en aval, c'est la zone intermédiaire du jet limitée par le point de rattachement du jet. Cette zone met en évidence les deux couches de mélange interne et externe. A partir du point de rattachement l'écoulement se comporte comme un jet issu d'une seule buse, c'est la zone développée du jet. La figure 2 qui donne l'évolution de la vitesse au centre montre

que dans la zone développée nos résultats concordent bien avec la corrélation de *Albertson et al(1950)* proposée pour un jet libre axisymétrique :  $\frac{U_c}{U_{01}} = 6.1X^{-1}$ .

### 5.3 Etude des zones tourbillonnaires d'un jet coaxial

L'analyse des contours de la vitesse axiale et des lignes de courant (figure 4) pour différents rapports de vitesses ( $r=1$ ,  $r=3$ ,  $r=4$  et  $r=10$ ) nous a renseigné sur le développement de zones de dépression et recirculation. En effet, pour un rapport des vitesses égal à 1 (figure 4a), on note la présence d'une zone de dépression au voisinage de l'épaisseur de la buse intérieure (diminution brusque de la vitesse axiale qui reste toujours supérieure à 0). Cette dépression migre vers l'axe du jet lorsque le rapport des vitesses tend vers 3.

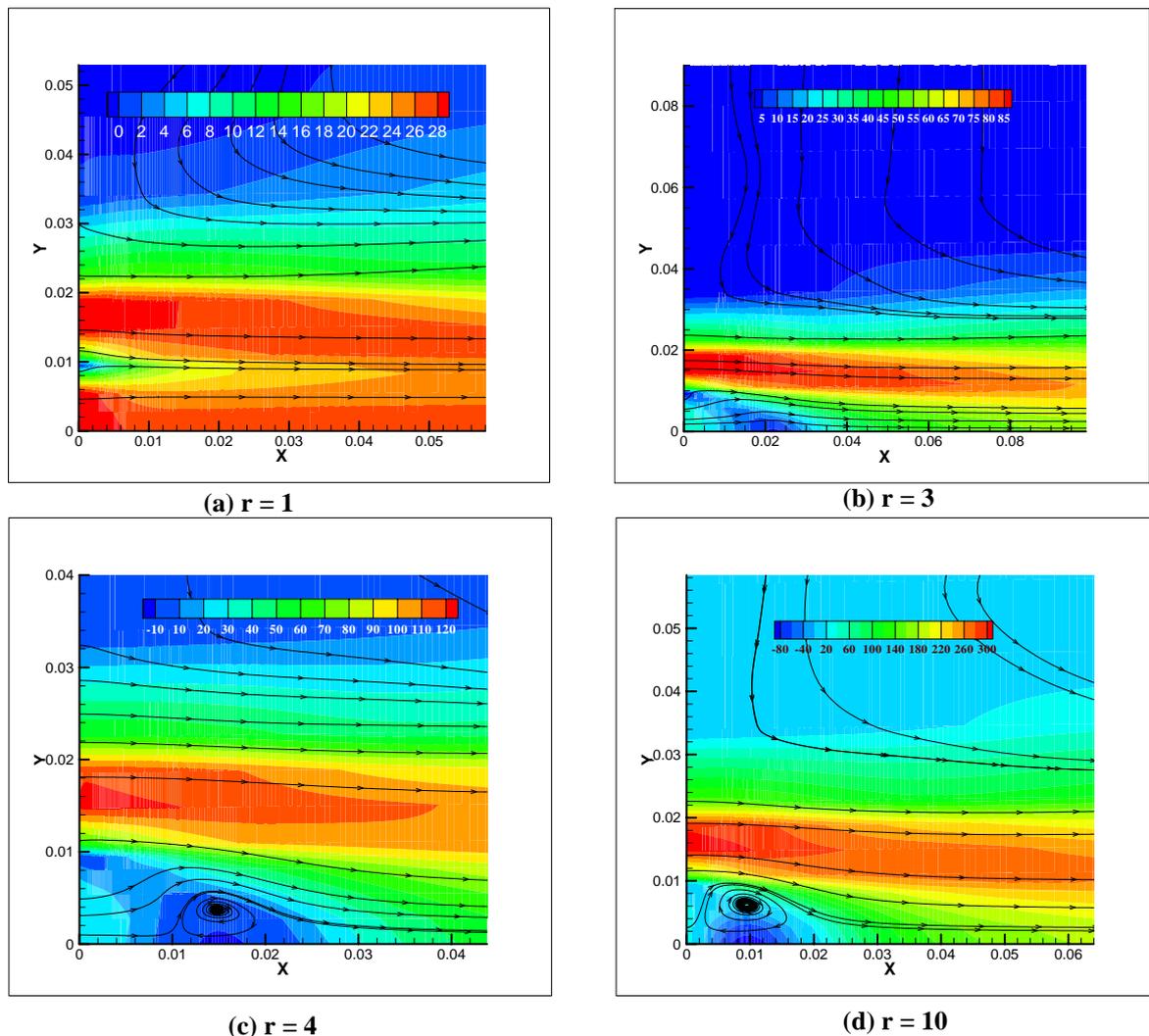


FIG. 4 – Contours de la vitesse axiale et des lignes de courant pour différents rapports des vitesses ( $r=1$ ,  $r=3$ ,  $r=4$  et  $r=10$ )

Pour des rapports des vitesses supérieurs à 3 (figure 4c et 4d), on constate le développement d'une zone tourbillonnaire au voisinage de l'axe du jet. La taille de cette zone de recirculation augmente en fonction du rapport des vitesses.

Sur la figure 5, on représente les contours des zones de recirculation pour des rapports des vitesses  $r \geq 3$  (Le contour correspond aux coordonnées (X, Y) pour lesquelles la vitesse axiale est nulle  $U(X, Y) = 0$ ). On note que la zone tourbillonnaire s'approche de plus en plus des buses d'éjection pour les grands rapports des vitesses. En effet, pour  $r=3$  la zone de recirculation se situe au début de la zone de transition, plus  $r$  augmente plus ces recirculations se décalent vers les buses d'éjection et prennent place dans la zone initiale du jet.

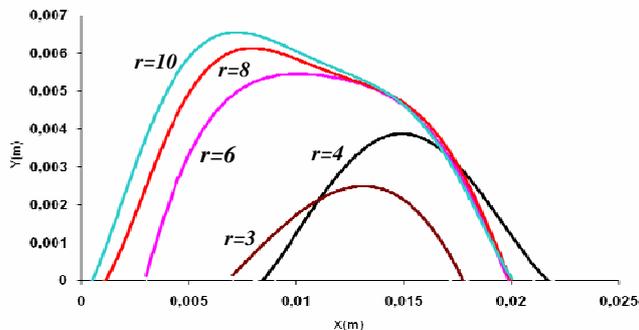


FIG. 5 – Localisation des zones de recirculation pour différents rapports de vitesses

## 6 Conclusion

Dans ce travail, on a étudié à l'aide d'un code de calcul personnel un écoulement de type jet coaxial axisymétrique en régime turbulent. La validation du code est effectuée grâce aux travaux expérimentaux de *Ribeiro et al (1980)*. Les résultats obtenus montrent l'effet du rapport des vitesses initiales sur la structure de l'écoulement. Pour  $r < 3$  on a constaté la présence d'une zone de dépression qui migre vers l'axe du jet lorsque  $r$  tend vers 3. Pour  $r \geq 3$  on a noté la présence d'une zone de recirculation qui prend une taille plus grande et s'approche des buses d'éjection lorsque  $r$  augmente.

## Références

- M.L. ALBERTSON, Y.B.DAI, H.ROUSE, Diffusion of submerged jet, **1950**, *Trans. Am. Soc. Ci. Engrs.* 115
- M. M. RIBEIRO, **1972**, Turbulent mixing of coaxial jets. Imp. College of Sc. And Tech. University of London.
- M. M. RIBEIRO AND J.H.WHITELAW, **1980**, Coaxial jets with and without swirl. *J. Fluid Mech.* vol. 96, part 4, 769-795.
- S.V. PATANKAR, **1980**, Numerical heat and fluid flow, Series in computational methods in Mechanical and thermal sciences, Hemisphere/Mc Graw-Hill, New York.
- N.W.M. KO AND H. AU, **1981**, Initial region of subsonic coaxial jets of high mean velocity ratio, *Trans ASME, J. Fluids. Engng* 103, 335-338.
- M.S. HOSSAIN, W. RODI, **1982**, A turbulent model for boyant flows and its application to vertical boyant jets, in: W. Rodi (Ed.), *Turbulent Jets and Plumes*, Pergamon Press, New York, pp. 121-178.
- DEMUREN A.O., RODI W., **1987**, Three numerical calculation of flow and plume spreading past cooling towers, *J. Heat Trans.* 109, 113-119
- M. NIKJOOY, C. KARKI K, C. MONGIA, **1989**, A numerical and experimental study of coaxial jets, *Int. J. Heat and Fluid Flow* 10 N°3.
- H. REHAB, E. VILLERMAUX, E. J. HOPFINGER, **1997**, Flow regimes of large velocity ratio coaxial jets, *J. Fluid Mech* 345, 357-381
- P. REYNIER, H. HA MINH, **1998** Numerical prediction of unsteady compressible turbulent coaxial jets, *Computers and Fluids* 27, N°2, 239-254.
- H.MHIRI, S. HABLI, S. EL GOLLI, G. LE PALEC, PH. BOURNOT, **1999**, Etude numérique des conditions d'émissions sur un écoulement du type jet plan turbulent isotherme et chauffé, *Int.J.Therm.Sci.* 38 (10) 898-910
- W. KRIAA, **2006**, Influence d'une couverture gazeuse sur le comportement d'un écoulement de type jet, thèse, Université de la Méditerranée Aix-Marseille II