

Transition vers la turbulence dans un fluide supercritique en configuration de Rayleigh-Bénard

Gilbert Accary¹, Patrick Bontoux² & Bernard Zappoli³

¹ *Faculté des Sciences et de Génie Informatique
Université Saint-Esprit de Kaslik
B.P. 446 Jounieh, Liban
gilbertaccary@usek.edu.lb*

² *Laboratoire MSNM-GP, UMR 6181 CNRS
Université Paul Cézanne
Technopôle de Château-Gombert, 38 rue Frédéric Joliot-Curie, 13451 Marseille, France*

³ *Centre National d'Etudes Spatiales (CNES)
18 Avenue Edouard Berlin, 31401 Toulouse, France*

Résumé :

Des simulations numériques directes de la convection de Rayleigh-Bénard dans un fluide, légèrement au dessus de son point critique liquide-vapeur, sont présentées pour des nombres de Rayleigh compris entre 10^6 and 10^8 . Une description spatio-temporelle de l'écoulement est réalisée depuis le début du régime convectif jusqu'à l'établissement du régime turbulent. Cette description concerne principalement la structure du champ de température ainsi que l'équilibre thermique global de la cavité. On insiste sur l'influence de la forte stratification du fluide induite par sa compressibilité élevée sur la pénétrabilité des structures convectives et sur l'équilibre thermique global de la cavité, et une comparaison avec le cas d'un gaz parfait, à nombre de Rayleigh équivalent, est présentée.

Abstract :

Direct numerical simulations of the Rayleigh-Bénard convection in a fluid, slightly above its gas-liquid critical point, are presented for a Rayleigh number varying from 10^6 up to 10^8 . A spatiotemporal description of the flow is carried out since the convection onset until the establishment of the turbulent regime. This description concerns mainly the structure of the temperature field as well as the global thermal equilibrium of the cavity. We emphasize on the effect of the strong stratification of the fluid induced by its high compressibility on the penetrability of the convective structures and on the global thermal equilibrium of the cavity, and a comparison with the case of a perfect gas, at equal Rayleigh number, is presented.

Mots-clefs : Fluide supercritique, convection de Rayleigh-Bénard, turbulence.

1 Introduction

Au voisinage du point critique (PC) liquide-vapeur, les propriétés de transport des fluides pures présentent certaines anomalies, comme la divergence de la compressibilité isotherme, de la conductivité thermique et de la capacité calorifique à pression constante, ou l'évanescence de la diffusivité thermique. Ces anomalies critiques donnent naissance à un mode particulier de transfert thermique, dit 'Effet Piston' (EP) (Onuki *et al.* (1990), Boukari *et al.* (1990), Zappoli *et al.* (1990)), responsable de l'équilibre thermique rapide d'une cellule contenant un fluide supercritique (FSC) observé en microgravité et de l'intérêt croissant qu'a suscité l'hydrodynamique des FSC au cours de la dernière décennie. Dans le cadre de l'interaction entre l'EP et la convection naturelle, plusieurs équipes (Kogan *et al.* (1999), Amiroudine *et al.*

(2001), Furukawa et Onuki (2002)) ont abordé la configuration de Rayleigh-Bénard (couche de FSC chauffée par le bas). Le chauffage du FSC induit une couche limite thermique le long de la paroi inférieure ; et à cause de l'EP qui résulte en un chauffage rapide et homogène du cœur de la cavité, une seconde couche limite thermique se forme le long de la paroi supérieure. L'analyse linéaire, effectuée par Gitterman et Steinberg (1970b), montre que la stabilité hydrodynamique de ces couches de diffusion thermiques, lorsqu'elles sont soumises à un champ de gravité, dépend de l'interaction entre deux critères de stabilité qui, pour un fluide normalement compressible, sont valables à des échelles de longueurs très différentes : d'une part, le critère classique de Rayleigh, issu de l'approximation de Boussinesq, valable donc sur de petites échelles de longueur, et d'autre part, le critère de Schwarzschild, souvent rencontré dans les études de stabilité des couches atmosphériques, où l'effet stabilisateur de la pression hydrostatique devient prépondérant. En effet, à cause de la divergence de la compressibilité isotherme du FSC, le critère de Schwarzschild devient pertinent sur de petites échelles de longueur (Gitterman et Steinberg (1970b), Kogan et Meyer (2001), Carlès et Ugurtas (1999)). En exploitant l'interaction entre ces deux critères de stabilité, une étude numérique récente (Accary *et al.* Phys. Rev. E (2005)) a montré que, malgré le développement de la convection dans les couches limites thermiques selon le critère classique de Rayleigh, un retour inverse à la stabilité à travers le critère de Schwarzschild est possible sans aucune intervention extérieure.

Les mécanismes de l'instabilité hydrodynamique de ces couches de diffusion thermiques ont été suffisamment étudiés (Accary *et al.* Phys. of Fluids (2005)) pour prêter plus d'attention maintenant au régime convectif de l'écoulement. A cause des propriétés physiques particulières du fluide au voisinage du PC, le régime convectif du problème de Rayleigh-Bénard est turbulent pour des intensités de chauffages inhabituellement faibles ($\sim mK$). Dans cet article, des simulations numériques directes 3D ont été réalisées pour des nombres de Rayleigh variant de $2,68 \times 10^6$ à 160×10^6 . Pour un gaz parfait, cette gamme de nombre de Rayleigh correspondrait à la transition entre la turbulence douce et la turbulence dure ; cependant, ce n'est pas tout à fait le cas du FSC à cause de sa forte stratification induite par sa compressibilité isotherme élevée.

2 Modélisation et méthode numérique

On considère un FSC dans une cavité cubique (de côté $H = 10 \text{ mm}$) dans le champ de gravité terrestre $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ (Figure 1-a). Les parois horizontales sont isothermes, les parois verticales sont isolées, et des conditions de non-glissement sont imposées sur toutes les parois. Initialement, le fluide est au repos, à une température constante T_i légèrement au dessus de la température critique T_c , de sorte que $T_i = (1 + \varepsilon)T_c$, où $\varepsilon \ll 1$ définit la proximité non-dimensionnelle du PC. Sous l'effet de son poids, le fluide est stratifié en densité et en pression, avec une densité moyenne égale à sa valeur critique ρ_c . La simulation numérique commence en augmentant progressivement (pendant une seconde) la température de la paroi inférieure de ΔT (quelques mK) tout en maintenant la paroi supérieure à sa température initiale.

Le modèle mathématique consiste en le couplage des équations de Navier-Stokes et de l'énergie écrites pour un FSC générique dont le comportement thermodynamique est décrit par l'équation d'état de van der Waals (Zappoli (1992)). Malgré sa simplicité, l'équation d'état de van der Waals produit une divergence critique en ε^{-1} du coefficient d'expansion thermique β , de la compressibilité isotherme χ_T et de la capacité calorifique à pression constante C_p . La divergence de la conductivité thermique k est représentée par $k_0(1 + \varepsilon^{-1/2})$, tandis que la capacité calorifique à volume constant C_v et la viscosité dynamique μ sont celles d'un gaz parfait (i.e. loin du PC), C_{v0} et μ_0 respectivement. On considère les coordonnées critiques du CO_2 ($T_c = 304,13 \text{ K}$, $\rho_c = 467,8 \text{ Kg.m}^{-3}$) et ses propriétés physiques ($k_0 = 0,01 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $C_{v0} = 470 \text{ J.Kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $\mu_0 = 3,44 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}^{-1}$). Les simulations sont réalisées pour $T_i - T_c = 1 \text{ K}$;

pour cette proximité du PC, le nombre de Prandtl, $Pr = \mu C_p / \lambda$, qui diverge comme $\varepsilon^{-1/2}$, est égal à 39,7. L'écoulement est essentiellement caractérisé par le nombre de Raleigh donné par :

$$Ra = \frac{Pr g \rho_c^2 \beta H^4}{\mu^2} \left(\frac{\Delta T}{H} - \frac{g T_i \beta}{C_p} \right) \quad (1)$$

A cause de la forte compressibilité du FSC, le nombre de Rayleigh classique est modifié par le terme $g T_i \beta / C_p$, dit gradient de température adiabatique (Gitterman et Steinberg (1970b)).

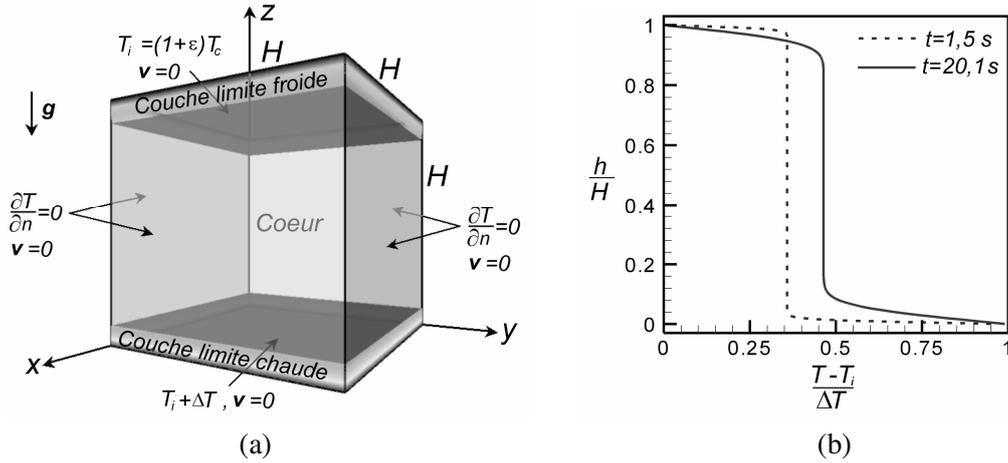


FIG. 1 – (a) Un FSC en configuration de Rayleigh-Bénard. (b) Distributions verticales de température dans la cavité avant le début de convection pour un nombre de Raleigh de 11×10^6 montrant le chauffage rapide et homogène du cœur de la cavité par l'EP et le développement des couches limites thermiques.

Le modèle mathématique est simplifié dans l'hypothèse d'un faible nombre de Mach qui a été adaptée à la convection naturelle dans les FSC (Accary *et al.* C.R. Mec. (2005)). Les équations de transport sont résolues numériquement à l'aide d'une méthode de type volumes finis, sur un maillage raffiné au voisinage des parois ; le code de calcul est précis à l'ordre 2 en espace et à l'ordre 3 en temps (Accary et Raspo, Comp. & Fluids (2006)). Le domaine de calcul et les conditions aux limites sont montrés par la figure 1-a. La taille du maillage nécessaire dépend du chauffage appliqué sur la paroi inférieure, le plus fin étant de 200^3 .

3 Développement de la convection

Le chauffage induit le long de la paroi inférieure une fine couche limite thermique qui montre d'importantes variations de densité à cause de la divergence du coefficient d'expansion thermique. Cette fine couche limite se dilate et comprime adiabatiquement le reste du fluide résultant, par effet thermo-acoustique (EP), en un chauffage rapide et homogène du cœur de la cavité. Et puisque la température de la paroi supérieure est maintenue constante, une seconde couche limite thermique apparaît le long de la paroi supérieure (Fig. 1-b). Ces couches limites s'épaississent au cours du temps ; lorsque le nombre de Rayleigh local (Eq. 2), basé sur la différence de température δT dans la couche limite et sur son épaisseur h , dépasse la valeur critique de 1100 (Chandrasekar (1961)), la couche limite en question devient instable.

$$Ra_l = \frac{Pr g \rho_c^2 \beta h^4}{\mu^2} \left(\frac{\delta T}{h} - \frac{g T_i \beta}{C_p} \right) \quad (2)$$

Là aussi le nombre de Rayleigh classique est modifié par le gradient de température adiabatique ($gT_i\beta/C_p$) qui représente l'effet stabilisateur du critère de Schwarzschild souvent rencontré dans les études de stabilité des couches atmosphériques et selon lequel, une couche de fluide est stable si $\delta T/h < gT_i\beta/C_p$.

La figure 2 montre le début du régime convectif, plusieurs panaches thermique se développent dans les couches limites thermiques, ce qui améliore le transfert thermique entre les parois isothermes et le cœur de la cavité. Lorsque le chauffage augmente, le critère d'instabilité ($Ra_l > 1100$) est satisfait plus tôt, par conséquent l'épaisseur des couches limites thermiques lorsqu'elles deviennent instables est plus faible et il en est de même de la taille des structures convectives (Accary *et al.* Phys. of Fluids (2005)).

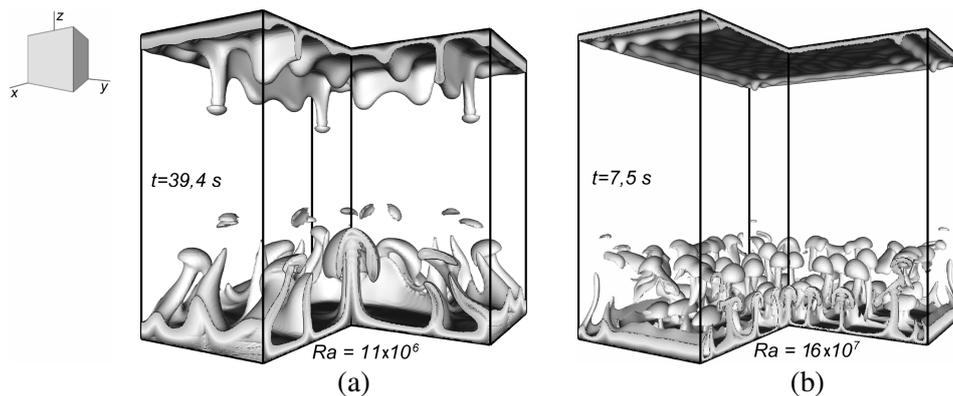


FIG. 2 – Coupes du champ de température pour un Rayleigh de 11×10^6 (a) et 160×10^6 (b) montrant le début du régime convectif. Les isothermes ombrées inférieure et supérieure correspondent respectivement à $(T-T_i)/\Delta T = 0,66$ et $0,33$.

4 Régime turbulent

Après le début du régime convectif, le nombre de Rayleigh (Eq. 1) devient un meilleur indicateur du régime de m'écoulement. Le gradient de température adiabatique $gT_i\beta/C_p$, qui est indépendant de la proximité du PC (puisque β et C_p divergent tous les deux comme ε^{-1}), est égal à $0,344 \text{ mK/cm}$. Donc pour $\Delta T < 0,344 \text{ mK}$ (sachant que $H = 10 \text{ mm}$), le nombre de Rayleigh obtenu par l'équation 1 est négatif; ceci, cependant, n'empêche pas le développement de la convection lorsque le nombre de Rayleigh local (Eq. 2) dépasse la valeur de 1100 (Accary *et al.* Phys. of Fluids (2005)). Mais en augmentant légèrement ΔT , pour $\Delta T = 0,5 \text{ mK}$ par exemple, le terme devant a parenthèse dans l'équation 1, qui diverge comme $\varepsilon^{-1.5}$, est tellement important que le nombre de Rayleigh devient soudain égal à 2.68×10^6 , tandis que pour un gaz parfait, le nombre de Rayleigh est directement proportionnel à ΔT .

Le régime turbulent est caractérisé par un état statistiquement stationnaire de transfert thermique moyen entre les parois isothermes. L'établissement de ce régime stationnaire peut être facilement identifié, pour la configuration considérée, sur l'évolution des nombres de Nusselt moyen sur les parois isothermes lorsqu'ils se stabilisent à peu près autour d'une même valeur. La figure 3 montre des champs de température pour un nombre de Rayleigh de 40×10^6 au début du régime convectif et après l'établissement du régime turbulent. En régime turbulent, le champ de température consiste globalement en deux fines couches limites thermique instables échangeant masse et chaleur avec le cœur de la cavité dont l'activité convective homogénéise sa température.

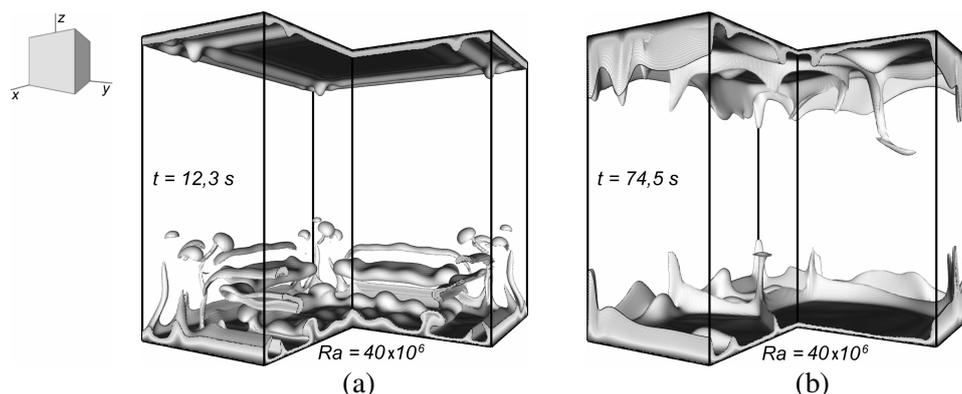


FIG. 3 – Coupes du champ de température pour un Rayleigh de 40×10^6 montrant la transition vers le régime turbulent. Les isothermes ombrées inférieure et supérieure correspondent respectivement à $(T-T_i)/\Delta T = 0,66$ et $0,33$.

5 Effets de la stratification

Lorsque le chauffage diminue, l'effet de la stratification du FSC, due à sa forte compressibilité isotherme, qui est ε^{-1} fois supérieure à celle du gaz parfait, devient visible sur l'écoulement. Pour un nombre de Rayleigh de $2,68 \times 10^6$ ($\Delta T = 0,5 \text{ mK}$), les panaches thermiques n'atteignent plus le centre de la cavité et l'activité convective reste confinée au voisinage des parois isothermes ; l'écoulement est caractérisé par un champ de température dominé par la diffusion (Fig. 4-a). Dans ces conditions, l'équilibre thermique de la cavité est principalement réalisé par diffusion sur de longues échelles de temps à cause de l'évanescence comme $\varepsilon^{-0,5}$ de la diffusivité thermique du FSC. En revanche pour un gaz parfait ($\rho_0 = 1,8 \text{ Kg.m}^{-3}$) à nombre de Rayleigh équivalent, ce qui correspond à $\Delta T = 5 \text{ K}$ et $H = 13,8 \text{ cm}$, le champ de température (Fig. 4-b) montre clairement le caractère convectif de l'écoulement.

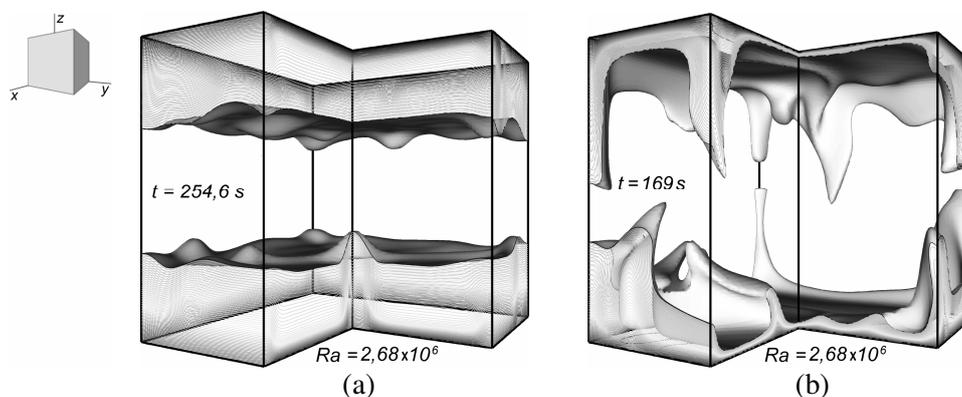


FIG. 4 – Coupes du champ de température pour un Rayleigh de $2,68 \times 10^6$ pour un FSC (a) et un gaz parfait (b) montrant l'effet de la stratification sur l'écoulement dans le cas du FSC. Les isothermes ombrées inférieure et supérieure correspondent respectivement à $(T-T_i)/\Delta T = 0,66$ et $0,33$.

6 Conclusions

Cet article a présenté une vue d'ensemble des simulations de la convection de Rayleigh-Bénard dans un FSC que nous menons en régime turbulent. Une description rapide de la structure du

champ de température et de l'équilibre thermique global de la cavité a été réalisée depuis le début du régime convectif jusqu'à l'établissement du régime turbulent pour un nombre de Rayleigh variant entre 2.68×10^6 et 160×10^6 . Lorsque les variations de densité due à la stratification du FSC sont comparables à celles induites par le chauffage, les simulations montrent la forte réduction de la pénétrabilité des structures convectives. Une étude plus détaillée de la transition vers la turbulence dans un FSC est en cours.

Remerciements

Les auteurs remercient le CNES pour son soutien financier et l'IDRIS pour les ressources informatiques mises à notre disposition.

Références

- Accary, G., Raspo, I., Bontoux, P. and Zappoli, B. 2005. Reverse transition to hydrodynamic stability through the Schwarzschild line in a supercritical fluid layer, *Phys. Rev. E*, 035301.
- Accary, G., Raspo, I., Bontoux, P. and Zappoli, B. 2005. Stability of a supercritical fluid diffusing layer with mixed boundary conditions, *Phys. of Fluids* **17**, 104105.
- Accary, G., Raspo, I., Bontoux, P. and Zappoli, B. 2005. An adaptation of the low Mach number approximation for supercritical fluid buoyant flows, *C. R. Méc.* **333**, 397-404.
- Accary, G. and Raspo, I. 2006. A 3D finite volume method for the prediction of a supercritical fluid buoyant flow in a differentially heated cavity, *Comp. & Fluids* **35(10)**, 1316-1331.
- Amiroudine, S., Bontoux, P., Larroude, P., Gilly, B. and Zappoli, B. 2001. Direct numerical simulation of instabilities in a two-dimensional near-critical fluid layer heated from below, *J. Fluid Mech.* **442**, 119-140.
- Boukari, H., Schaumeyer, J.N., Briggs, M.E and Gammon, R.W. 1990. Critical speeding up in pure fluids, *Phys. Rev. A* **41**, 2260-2263.
- Carlès, P., Ugurtas, B. 1999. The onset of free convection near the liquid-vapour critical point. Part I: Stationary initial state. *Physica D* **162**, 69-77.
- Chandrasekar, S. 1961. Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Clarendon Press, Oxford.
- Furukawa, A. and Onuki, A. 2002. Convective heat transport in compressible fluids, *Phys. Rev. E* **66**, 016302.
- Gitterman, M. and Steinberg, V.A. 1970b. Criteria for the commencement of convection in a liquid close to the critical point, *High Temperature USSR* **8(4)**, 754-759.
- Kogan, A.B., Murphy, D. and Meyer, H. 1999. Onset of Rayleigh-Bénard convection in a very compressible fluid: ³He, near T_c, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4635-4638.
- Kogan, A.B. and Meyer, H. 2001 Heat transfer and convection onset in a compressible fluid: ³He near the critical point, *Phys. Rev. E* **63**, 056310.
- Onuki, A., Hao, H. and Ferrel, R.A. 1990. Fast adiabatic equilibration in a single-component fluid near the liquid-vapor critical point, *Phys. Rev. A* **41**, 2256-2259.
- Zappoli, B., Bailly, D., Garrabos, Y., Le Neindre, B., Guenoun, P. and Beysens, D. 1990. Anomalous heat transport by the piston effect in supercritical fluids under zero gravity, *Phys. Rev. A* **41**, 2264-2267.
- Zappoli, B. 1992. The response of a nearly supercritical pure fluid to a thermal disturbance, *Phys. of Fluids A* **4**, 1040-1048.