

## **Influence de la convection sur la mesure indirecte de la capacité calorifique et de la conductivité thermique d'alliage métallique en lévitation utilisant la calorimétrie modulée.**

**Pascal SCHETELAT, Jacqueline ETAY**

*Laboratoire SIMAP – EPM BP 95  
38402 Saint Martin d'Hères FRANCE  
[pascal.schetelat@hmg.inpg.fr](mailto:pascal.schetelat@hmg.inpg.fr)*

### **Résumé :**

*La calorimétrie modulée est une méthode de détermination indirecte de la capacité calorifique et de la conductivité thermique d'alliages métalliques. Associée à la lévitation électromagnétique, elle est particulièrement intéressante lorsque les alliages sont très réactifs en phase liquide ou surfondus. Cette technique, mise au point sur des alliages solides, doit être validée pour les liquides. Notre contribution est basée sur des simulations numériques 2D-axisymétriques, permettant de mettre en évidence l'influence de la convection sur les valeurs de températures mesurées à la surface de l'échantillon. Nous observons une augmentation des transferts thermiques dans l'échantillon menant à une surestimation de la conductivité thermique mesurée, sans nuire à la mesure de la capacité calorifique.*

### **Abstract :**

*Modulation calorimetry is an indirect method to measure specific heat capacity and thermal conductivity. When using electromagnetic levitation, this technique allows the measurement for highly reactive molten and undercooled alloys. Initially developed for solid sample characterization, this technique has to be validated for liquid sample. This work presents 2D-axisymmetric simulations showing evidences of convective effects on the sample inner and surface temperatures. An increase of heat transfer in the sample is observed, leading to an overestimation of the measured thermal conductivity. No negative impact has been observed on specific heat capacity measurement.*

### **Mots-clefs :**

**Calorimétrie ; lévitation électromagnétique ; convection**

## **1 Introduction**

La calorimétrie modulée en lévitation consiste à analyser le comportement thermique d'un échantillon dans lequel se développent des courants électriques induits. Ces courants génèrent une puissance Joule totale  $P$  modulée en amplitude. Les transferts thermiques ont lieu, d'une part à l'intérieur de l'échantillon, par conduction et convection, d'autre part à l'extérieur de l'échantillon, par rayonnement. Le rapport de ces transferts définit le nombre de Biot global  $Bi$  du système. Dans cet article nous présentons le dispositif expérimental ainsi que le principe de la mesure par calorimétrie modulée. Nous présentons les ordres de grandeur caractéristiques qui y sont associés. Un code commercial de volumes finis auquel a été joint un module de calcul de l'induction est utilisé pour résoudre l'électromagnétisme, l'hydrodynamique et la thermique dans l'échantillon. Une expérience de calorimétrie modulée est ainsi simulée pour différents nombres de Reynolds. L'influence de la convection interne sur les mesures de températures obtenues est mise en évidence. Nous présentons les résultats de ces calculs et les expliquons.

## 2 Principes de la calorimétrie modulée

Un échantillon sphérique de rayon  $R$  de conductivité électrique  $\sigma_e$ , est placé dans un inducteur parcouru par un courant électrique alternatif de haute fréquence ( $\omega_1/2\pi = 300$  à  $400$  kHz). La représentation schématique de l'échantillon dans l'inducteur est donnée Figure 1. Cet inducteur engendre dans l'échantillon des courants localisés au voisinage de la surface dans une peau électromagnétique  $\delta$  d'épaisseur:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega_1 \sigma_e}} \quad (1)$$

où  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$  est la permittivité du vide. Ces courants interagissent avec le champ électromagnétique, engendrant d'une part un champ de forces permettant le positionnement de l'échantillon, d'autre part, une distribution de puissance Joule  $\chi$  permettant le chauffage et la fonte de l'échantillon. Les équations de l'induction donnent l'ordre de grandeur  $\chi_0$  de la puissance Joule volumique :

$$\chi_0 = \frac{\omega_1 B_0^2}{\mu_0} \quad (2)$$

où  $B_0$  est une valeur caractéristique du champ électromagnétique. On appelle  $P$  la puissance totale chauffant l'échantillon, l'intégrale de  $\chi$  sur le volume de l'échantillon.

La calorimétrie modulée consiste à perturber l'équilibre thermique de l'échantillon en modulant la puissance Joule totale  $P(t)$  fournie à l'échantillon autour de sa valeur d'équilibre  $\bar{P}$  à une pulsation  $\omega_2$  très faible (0,01 à 50 Hz) devant la pulsation du champ électromagnétique  $\omega_1$ .

$$P = \bar{P}(1 + \alpha \sin(\omega_2 t)) \quad (3)$$

où  $\alpha$  est l'amplitude relative de la perturbation. En régime harmonique établi, on mesure par pyrométrie la température de surface  $T_p(t)$  de l'échantillon en position polaire. Elle est décrite comme la somme d'un terme moyen et d'une perturbation sinusoïdale de moyenne nulle :

$$T_p = \bar{T}_p + \tilde{T}_{p,0} \sin(\omega_2 t + \phi_p) \quad (4)$$

où  $\tilde{T}_{p,0}(t)$  est l'amplitude des perturbations, et  $\phi_p$  le déphasage par rapport à la modulation de la puissance (Figure 1 à droite).

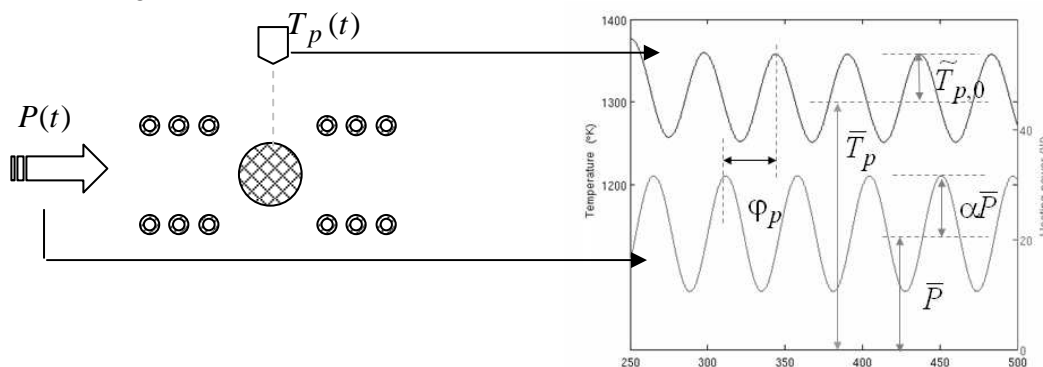


FIG 1- Vue schématique de l'échantillon à l'intérieur de l'inducteur et principe de mesure.

Une modélisation analytique simplifiée des transferts thermiques internes et externes pour un échantillon solide a été proposée par Fecht *et al* (1991). Ce modèle donne une expression

analytique de  $\tilde{T}_{p,0}$  et de  $\phi_p$  en fonction de la capacité calorifique  $c_p$ , de la pulsation de modulation  $\omega_2$  et des temps caractéristiques  $\tau_{int}$  et  $\tau_{ext}$ , respectivement associés aux transferts thermiques internes et externes à l'échantillon. Pour des nombres de Biot suffisamment faibles ( $Bi < 0,01$ ), il existe une gamme de pulsation telle que  $10 \tau_{ext}^{-1} < \omega_2 < \tau_{int}^{-1}/10$ , pour laquelle le rapport  $\tilde{T}_{p,0}/\tilde{T}_0$  tend vers 1, où  $\tilde{T}_0$  est l'amplitude caractéristique de la variation de la température (Equation 9). Cette expression permet de déduire la capacité calorifique de l'échantillon. La conductivité thermique d'un échantillon est déduite grâce à la mesure indirecte du temps caractéristique  $\tau_{int}$ . Cette mesure indirecte est réalisée par interpolation du modèle analytique sur les valeurs du déphasage  $\phi_p$  en fonction de  $\omega_2$ .

### 3 Géométrie et hypothèses de la simulation

La géométrie de la simulation est représentée sur la figure 2. Les caractéristiques de l'échantillon sont portées dans le tableau 1.

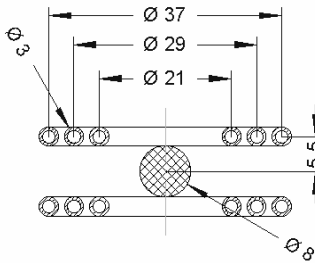


FIG. 2 - Géométrie de l'inducteur

Masse volumique $\rho, kg.m^{-3}$	3860
Capacité calorifique $c_p, J.K^{-1}.kg^{-1}$	663
Conductivité thermique $\kappa_{th}, W.m^{-1}.K^{-1}$	23,1
Conductivité électrique $\sigma_e, \Omega^{-1}.m^{-1}$	$5,26.10^5$
Emissivité totale hémisphérique $\varepsilon$	0,4
Rayon $R, mm$	4

TAB. 1 - Caractéristiques de l'échantillon

Les simulations numériques proposées ci-après reposent sur les hypothèses suivantes :

(H1) Les problèmes électromagnétique, hydrodynamique et thermique sont supposés axisymétriques par rapport à l'axe passant par les pôles de l'échantillon.

(H2) L'échantillon est une sphère de volume constant, indéformable.

(H3) Les propriétés physiques de l'échantillon sont indépendantes de la température.

(H4) Il n'y a pas de gravité.

(H5) Le champ de vitesse induit par brassage est supposé stationnaire.

(H6) Le champ de vitesse dans l'échantillon n'a pas d'influence sur l'induction.

(H7) Les transferts thermiques de la sphère vers l'atmosphère se font par rayonnement isotrope uniquement.

### 4 Grandeurs caractéristiques

Des ordres de grandeurs caractéristiques sont dérivés des bilans thermiques local et global :

$$\text{Bilan local} \quad \begin{array}{cccc} \text{Inertie} & \text{Convection} & \text{Diffusion} & \text{Source Joule} \\ \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} & + \rho c_p (\mathbf{U} \cdot \nabla) T & - \kappa_{th} \nabla^2 T & = \chi \end{array} \quad (5)$$

$$\text{Bilan global} \quad \begin{array}{c} \text{Rayonnement} \\ \int_{vol} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_{surf} \varepsilon \sigma (\bar{T}^4 - T_0^4) dS = P \end{array} \quad (6)$$

On définit à l'aide de l'équation 6  $\bar{T}_{surf}$ , la température caractéristique de la surface en régime stationnaire :

$$\bar{P} = \int_{surface} \varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4) d\bar{s} = A \varepsilon \sigma (\bar{T}_{surf}^4 - T_0^4) \Rightarrow \bar{T}_{surf} = \left[ \frac{\bar{P}}{A \varepsilon \sigma} + T_0^4 \right]^{1/4} \quad (7)$$

où  $\varepsilon$  est l'émissivité hémisphérique totale,  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzmann,  $A$  l'aire de l'échantillon et  $T_0$  la température ambiante du milieu.

En régime stationnaire l'égalité des termes de diffusion et de source Joule dans l'équation 5 donne un ordre de grandeur de l'écart de température maximal  $\Delta T$  dans l'échantillon dû à la répartition des sources Joules volumiques donnée par l'équation 2 :

$$\kappa_{th} \frac{\Delta T}{\delta^2} \sim \chi_0 \quad \text{ou bien} \quad \Delta T \sim \frac{2B_0^2}{\kappa_{th} \sigma_e \mu_0^2} \quad (8)$$

De même, en régime harmonique établi, l'égalité des termes d'inertie et de source Joule dans l'équation 6 permet de donner un ordre de grandeur de l'amplitude de la variation de la température moyenne de l'échantillon:

$$\frac{1}{V} \int_{vol} \frac{\partial T}{\partial t} dV \sim \omega_2 \tilde{T}_0 \quad \text{donne} \quad \tilde{T}_0 \sim \frac{\alpha \bar{P}}{\omega_2 \rho V c_p} \quad (9)$$

où  $V$  est le volume totale de l'échantillon et  $\rho$  la masse volumique du liquide.

Ces dimensions de températures conduisent à adimensionnaliser les températures de la manière suivante :

$$\Theta = \frac{T - \bar{T}_{surf}}{\Delta T} \quad (10)$$

Dans l'échantillon liquide, les forces électromagnétiques génèrent un brassage dans l'échantillon auquel on associe les grandeurs suivantes :

$$\text{Vitesse d'Alfvén} \quad U_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 \rho}} \quad (11)$$

$$\text{Nombre de Reynolds} \quad R_A = \frac{U_A R}{\nu} \quad (12)$$

$$\text{Nombre de Peclet} \quad Pe = \frac{\langle U \rangle R \rho c_p}{\kappa_{th}} \quad \text{avec} \quad \langle U \rangle = \frac{1}{V} \int_{vol} U dV \quad (13)$$

où  $\nu$  est la viscosité cinématique de l'alliage liquide et  $\langle U \rangle$  la vitesse moyenne calculée dans l'échantillon. Les paramètres électriques ainsi que les valeurs des grandeurs caractéristiques sont reportées dans les tableaux 2 et 3.

Courant inducteur $I_0, A.tours$	390
Pulsation du champ électromagnétique $\omega_1, rad.s^{-1}$	$2\pi 350.10^3$
Pulsation de la modulation de la puissance $\omega_2, rad.s^{-1}$	5

TAB. 2 - Paramètres électromagnétiques de la simulation

$T_{surf}, K$	1467,17	$U_A, m.s^{-1}$	0,18
$\Delta T, K$	15,01	$Bi (solide)$	0,06
$\tilde{T}_0, K$	0,307	$R_A$	0, 7, 15, 37, 47 et 148

TAB. 3 - Grandeurs caractéristiques (Equations 7,8,9,11 et 12)

## 5 Résultats

### 5.1 Conditions de la simulation

Le problème électromagnétique est résolu une seule fois en utilisant un formalisme harmonique du champ électromagnétique en 2D axisymétrique grâce à un module développé au sein du laboratoire EPM (Delannoy *et al* (2002)). Les résultats de ce calcul sont les champs de force volumique  $\mathbf{F}$  et de sources Joule  $\chi$  dans l'échantillon. Le problème hydrodynamique stationnaire est résolu pour une sphère indéformable soumise au champ de force volumique  $\mathbf{F}$  issu du calcul électromagnétique. Une condition limite de cisaillement nulle à la surface libre est imposée. Le nombre de Reynolds  $R_A$  est modifié en faisant varier la viscosité ( $4 \cdot 10^{-6} < \nu < 9 \cdot 10^{-5}$ ). Le résultat de ce calcul est le champ de vitesse stationnaire  $\mathbf{U}$  dans l'échantillon. Le problème thermique est résolu dans l'échantillon liquide dont l'écoulement stationnaire est issu du calcul hydrodynamique. Une condition limite de rayonnement isotrope est prise pour le flux à la surface de l'échantillon. Les sources de chaleur  $\chi$  sont issues du calcul électromagnétique. La thermique est résolue dans un premier temps pour un champ de puissance stationnaire. Les résultats sont présentés dans les figures 3 et 4. Par la suite, le champ de puissance Joule est modulé en amplitude  $\chi(t) = \bar{\chi}(1 + \alpha \sin(\omega_2 t))$  avec  $\alpha = 5\%$ . On choisit une pulsation de modulation  $\omega_2 = 5 \text{ rad.s}^{-1}$ , telle que  $10 \tau_{ext}^{-1} < \omega_2$  mais ne satisfaisant pas  $\omega_2 < \tau_{int}^{-1}/10$  pour le cas solide ( $R_A = 0$ ). Le problème thermique instationnaire est résolu. On relève la température au pôle  $T_p(t)$  au cours du temps, on mesure son amplitude  $\tilde{T}_{p,0}$  et son déphasage  $\phi_p$  avec la source de puissance Joule. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.

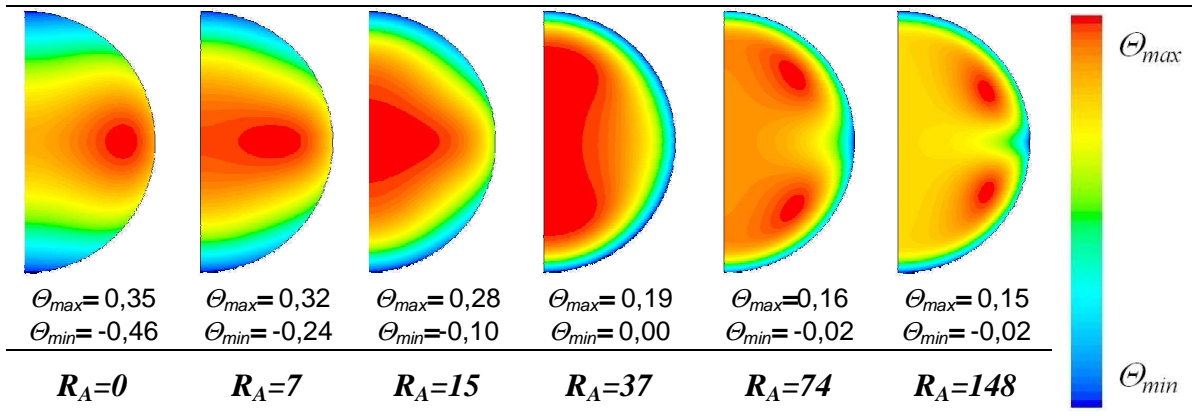


FIG 3 - Champs de température normalisés pour différents Reynolds

### 5.2 Interprétation

Les cartes de température présentées figure 3 mettent en évidence l'homogénéisation croissante de la température dans le volume et à la surface lorsque  $R_A$  croît. La figure 4, représente la température normalisée à la surface pour les différents  $R_A$ . En présence de convection, la température normalisée tend vers  $\Theta = 0$ . Ceci est conforme à l'intuition physique : une forte convection homogénéise le champ de température à la surface de l'échantillon. En accord avec Fecht *et al* (1991), on constate que pour le solide  $\tilde{T}_{p,0}/\tilde{T}_0 \neq 1$ .

Pour les  $R_A$  croissants, on remarque que le rapport  $\tilde{T}_{p,0}/\tilde{T}_0$  augmente rapidement et tend vers 1 à partir de  $R_A = 37$ . On en déduit que les conditions du modèle de Fecht *et al* (1991)  $\omega_2 < \tau_{\text{int}}^{-1}/10$  et  $Bi < 0,01$  sont vérifiées, toutes choses étant égales par ailleurs. Les conductivités thermiques apparentes  $\kappa_{th,ap}$  pour  $R_A > 37$  sont donc supérieures à celle du solide. Les déphasages mesurés sont utilisés pour déduire les conductivités thermiques apparentes pour les différents  $R_A$ . (Tableau 4).

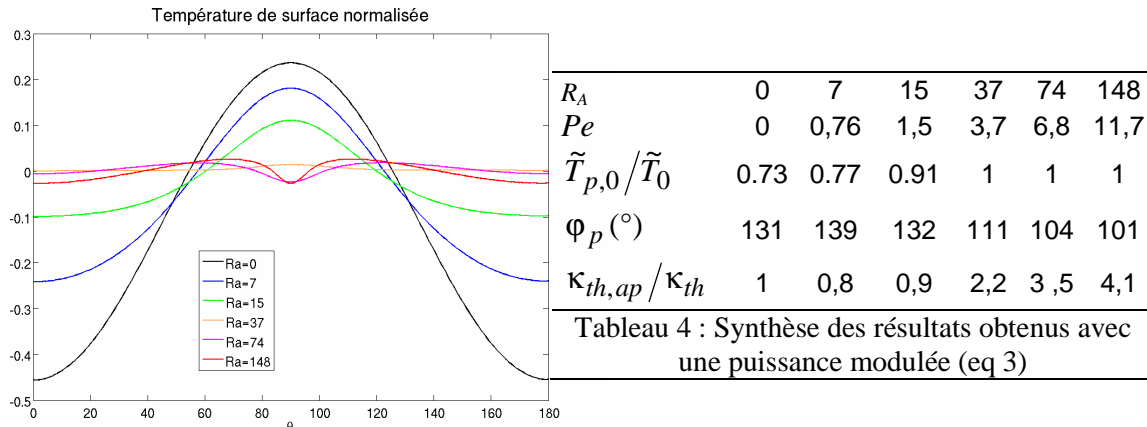


Figure 4 – Température à la surface de l'échantillon

## 6 Conclusions et perspectives

Une modélisation 2D-axisymétrique a été utilisée pour simuler les phénomènes électromagnétique, hydrodynamique et thermique dans l'échantillon. Les simulations stationnaire et instationnaire mettent en évidence une augmentation des transferts thermiques à l'intérieur de l'échantillon. On prouve ainsi que l'utilisation de la calorimétrie modulée pour des échantillons liquides est validée pour la mesure de la capacité calorifique. Toutefois, les phénomènes convectifs augmentant les transferts thermiques dans l'échantillon, l'utilisation d'un modèle de conduction dans des systèmes liquides amène à surestimer la conductivité thermique. Cette surestimation atteint jusqu'à 400% dans le cadre de cette étude.

## Références

- Sullivan, Seidel, 1968 Steady State, AC-Temperature Calorimetry. *Phys. Rev.* 173:679  
 Fecht, Johnson, 1991 A conceptual approach for non-contact calorimetry in space. *Rev. Sci. Instr.* 62:1299  
 Wunderlich, R.K., Fecht, H-J. 2005 Modulated electromagnetic induction calorimetry of reactive metallic liquids. *Measurement Science and Technology*  
 Delannoy, Y., Pelletier, D., Etay, J., Fautrelle, Y. 2002 Stirring and mass transfer in a 1-phase induction system. *actes de la Conférence Internationale PAMIR Ramatuelle* (France), section II 39–44.

## Remerciements

Ce travail est réalisé grâce au soutien financier de l'ESA [MAP-Thermolab], du CNES [Maglev] et de l'EC [PI-IMPRESS - Contract Number: NMP3-CT-2004-500635].