

Simulation de l'écoulement des pâtes cimentaires par un modèle diphasique

A. KACI^{1,a}, G. RACINEUX², M. CHAUCHE¹

⁽¹⁾Laboratoire de Mécanique et Technologie, Ecole Normale Supérieure de Cachan/CNRS
61, Av. du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex

⁽²⁾Institut de Recherche en Génie-Civil et Mécanique, Ecole Centrale de Nantes

1 rue de la Noë, 44321 NANTES cedex 3

^(a) e-mail : kaci@lmt.ens-cachan.fr

Résumé :

La modélisation de l'écoulement des pâtes cimentaires est un problème difficile car le matériau a non seulement un comportement rhéologique complexe mais il peut également présenter des hétérogénéités induites par l'écoulement. L'apparition de ces hétérogénéités résulte de la filtration de phases fluides au travers de phases solides et peut conduire au blocage de l'écoulement. Pour modéliser l'écoulement d'un tel matériau il est nécessaire de prendre en compte la présence d'au moins deux phases. Dans notre modélisation nous considérons que les deux phases sont continues et admettent un comportement rhéologique en loi de puissance. Le couplage entre les deux phases est pris en compte au moyen d'une loi de Darcy généralisée à un fluide en loi de puissance. Le modèle est résolu par la méthode des éléments finis et validé dans le cas d'un test d'écrasement. Nous montrons que ces simulations permettent d'établir des diagrammes d'ouvrabilité des pâtes cimentaires.

Mots clefs : modèle diphasique ; test d'écrasement ; matériaux cimentaire

Abstract:

Modelling the flow of cementitious pastes is a difficult task since such materials have a complex rheological behaviour and are often subject of flow-induced heterogeneities and blockage. This may be due to the filtration of the liquid phase through the porous media made up by the solid particles. In order to deal with this phenomenon, one has to consider that the material is composed of at least two different phases. In our model we consider that these phases are continuous and behave as power-law fluids. The two phases are coupled up using the Darcy's filtration law generalized to power-law fluids. The model is solved numerically using the finite elements method and applied to the case of a squeeze flow. Flow conditions for blockage are determined and phase diagrams mapping out the blockage and flowability zones are derived.

Key words: diphasic model; squeeze test; cementitious material

1 Introduction

Les adjuvants du type minéral ou organique sont de plus en plus utilisés dans la formulation des pâtes cimentaires afin d'améliorer leur comportement rhéologique et de faciliter leur mise en œuvre. Cependant plusieurs problèmes tels que la ségrégation ou le blocage peuvent apparaître lors de leur mise en œuvre. Ces phénomènes sont dus à la filtration de phases fluides au travers de phases solides. Plusieurs auteurs ont montré, sur différents types de suspensions (milieux modèles, boues, pâtes de ciment), que des essais d'écrasement à différentes vitesses permettent de mettre en évidence une éventuelle hétérogénéité induite par l'écoulement [Racineux *et al.* (1999), Chaouche *et al.* (2003), Poitou *et al.* (2001), Chaari *et al.* (2003), Delhay *et al.* (2000)]. Les résultats expérimentaux montrent l'existence de deux régimes d'écoulement. Au dessus d'une vitesse critique l'effort d'écrasement augmente lorsque la vitesse de compression augmente. Au dessous de cette même vitesse critique, le phénomène est inversé. Les auteurs attribuent ce phénomène à une dissociation au sein du matériau et montrent que la vitesse critique est liée à un nombre de Peclét. Aux faibles vitesses (en dessous de la vitesse critique) la phase fluide filtre au travers du réseau poreux formé par le squelette granulaire [Lantéri *et al.* (1996)] ce qui peut conduire à un blocage de l'écoulement (effort brutalement très

important) tandis qu'aux vitesses élevées la phase fluide n'a pas le temps de migrer et le matériau reste homogène. La modélisation de ce comportement rhéologique reste aujourd'hui encore un défi. Certains auteurs [Bown *et al.*(1976), Coussy *et al.*(1987), Racineux (1999)] utilisent un modèle hétérogène à deux phases. Une méthode d'identification des paramètres rhéologiques est proposée par Racineux (1999) et Kolenda *et al.* (2003), en utilisant une technique d'homogénéisation.

Dans cette étude nous nous intéressons à la simulation de l'essai d'écrasement d'une pâte cimentaire en utilisant un modèle diphasique avec, pour chacune des phases, une loi de comportement non linéaire du type pseudoplastique. L'interaction est prise en compte par une loi de Darcy isotrope non linéaire [Fadili *et al.* (2002)] dont la perméabilité suit le modèle de Kozeny-Carman. Les résultats de la simulation confirment les observations expérimentales. Une courbe d'ouvrabilité est construite séparant ainsi les zones d'écoulement et de blocage. Dans la section 2 nous présentons les équations de la modélisation. Dans la section 3 nous présentons succinctement la technique de résolution numérique du problème d'écrasement. Finalement, dans la section 4, nous présentons et commentons le résultat de nos simulations et nous terminons par une conclusion et des perspectives.

2 Modélisation

Sous l'hypothèse d'existence d'un volume élémentaire représentatif, la pâte de ciment peut être décrite comme la superposition de deux milieux continus. En chaque point macroscopique, chacune des phases coexistent dans des proportions indiquées par leur fraction volumique ϕ_c . On désigne respectivement les phases fluide et solide par les indices f et s . Dans ces conditions, chaque phase est décrite par : sa vitesse macroscopique \bar{V}_c , son tenseur des contraintes macroscopique $\underline{\underline{\sigma}}_c$, son tenseur des taux de déformation $\underline{\underline{D}}_c$ et ses propres conditions aux limites.

Conservation de la masse - Si l'on suppose que la pâte de ciment est non réactive pendant sa mise en forme et que ses constituants, à l'échelle microscopique, sont individuellement incompressibles alors, la conservation de la masse pour chacune des phases s'écrit :

$$\frac{\partial \phi_f}{\partial t} + \text{div}(\phi_f \bar{v}_f) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \phi_s}{\partial t} + \text{div}(\phi_s \bar{v}_s) = 0 \quad (1)$$

Conservation de la quantité de mouvement - Dans les conditions de mise en forme, les forces de gravité et les effets d'inertie peuvent être négligés par rapport aux effets visqueux. Les équations de conservation de la quantité de mouvement s'écrivent alors :

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}_f) + \bar{\pi}_f = \bar{0} \quad \text{et} \quad \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}_s) + \bar{\pi}_s = \bar{0} \quad (2)$$

Etant donné que l'écoulement est supposé isotherme il n'est pas nécessaire d'écrire la conservation de l'énergie.

Comportement de la phase fluide - Compte tenu de la nature des différents adjuvants utilisés dans la formulation des bétons, en accord avec les expériences réalisées par Phan *et al.*(2005), nous supposons que le comportement de la phase fluide est pseudoplastique à l'échelle macroscopique.

$$\underline{\underline{\sigma}}_f = -\phi_f p I + 2\eta_f \underline{\underline{D}}_f, \quad \text{avec} \quad \eta_f = K_f \left(\sqrt{2\text{tr}(\underline{\underline{D}}_f^2)} \right)^{m_f-1} \quad (3)$$

où K_f et m_f désignent respectivement la consistance et l'indice de sensibilité à la vitesse de déformation de la phase fluide.

Comportement de la phase solide - La phase solide est constituée de particules solides entourées d'une fine couche de fluide. Le comportement de ce constituant ne peut pas être mesuré séparément. Dans ces conditions nous supposons comme Lantéri *et al.*(1996) que la phase solide a un comportement purement visqueux qui dépend uniquement de la vitesse de la phase solide :

$$\underline{\underline{\sigma}}_s = -\phi_s p I + 2\eta_s \underline{\underline{D}}_s, \quad \text{avec} \quad \eta_s = K_s \left(\sqrt{2\text{tr}(\underline{\underline{D}}_s^2)} \right)^{m_s-1} \quad (4)$$

où K_s et m_s désignent respectivement la consistance et l'indice de sensibilité à la vitesse de déformation de la phase solide.

De nombreuses approches théoriques et expérimentales [Kreiger *et al.*(1959), Quemada (1977)] permettent de supposer que la consistance diverge à l'approche de l'empilement compact ϕ_m . Nous étendons ce résultat au comportement de notre phase solide :

$$K_s = K_0 / \left(1 - \frac{\phi_s}{\phi_m}\right)^\alpha, \text{ avec } \alpha > 0, \quad (5)$$

où α est choisi de façon à vérifier le modèle d'Einstein dans le cas d'une suspension diluée de sphères rigides ($K_s = K_0 (1 + 2,5\phi_s)$). On obtient ainsi $\alpha = 2,5\phi_m$. En première approximation nous supposons que la fraction volumique maximum est égale à la fraction d'empilement compact de sphères rigides désordonnées, soit 64%.

Terme d'interaction - L'interaction entre les deux phases est modélisée par une loi de Darcy isotrope non linéaire [Fadili *et al.* (2002)], couplée à une force de réaction due au gradient de la fraction volumique. Pour un fluide en loi de puissance les forces d'interactions s'écrivent :

$$\vec{\pi}_s = -\vec{\pi}_f = k \left(\sqrt{(\vec{v}_f - \vec{v}_s)^2} \right)^{m_f - 1} (\vec{v}_f - \vec{v}_s) + p \text{grad}(\phi_s) \quad (6)$$

où k est le coefficient d'interaction entre la phase solide et la phase fluide, c'est à dire le rapport entre la viscosité du liant η_f et la perméabilité B du squelette granulaire. Ce dernier dépend de nombreux paramètres tels que la taille des particules, leur forme, leur morphologie, leurs propriétés chimiques etc. Afin de limiter le nombre de paramètres à identifier, nous supposons que la perméabilité B suit la loi de Kozeny :

$$B = b \frac{\phi_f^3}{(1 - \phi_f)^2} \text{ avec } b = \frac{1}{2CT^2S^2} \cong \frac{D^2}{100} \quad (7)$$

où T est la tortuosité des pores, S la surface spécifique du squelette granulaire, C le coefficient de circularité qui définit la forme des pores et D le diamètre moyen des particules.

Conditions aux limites - Nous supposons que les phases fluides et solides collent aux parois. Sur les bords latéraux, les conditions aux limites de chacune des phases respectent l'équilibre local avec le milieu extérieur (FIG. 1) :

$$\vec{V}_f = \vec{V}_s = \vec{V}_0, \quad \underline{\underline{\sigma}}_f \vec{n} = -\phi_f p_a \vec{n} \text{ et } \underline{\underline{\sigma}}_s \vec{n} = -\phi_s p_a \vec{n} \quad (8)$$

où \vec{n} désigne la normale extérieure et p_a la pression atmosphérique.

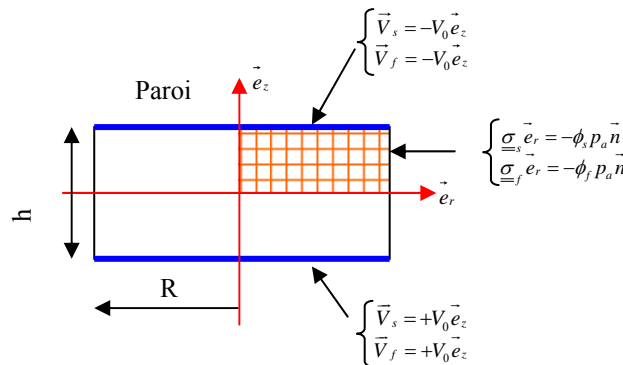


FIG. 1 – Conditions aux limites pour la simulation du test d'écrasement

3 Etude numérique : test d'écrasement

La résolution du problème d'écrasement a été réalisée à l'aide du code μ Fill développé par G. Racineux. Le test d'écrasement présentant une symétrie de révolution, le problème en 3D peut être ainsi réduit à un problème 2D axisymétrique (FIG. 1). Le problème étant instationnaire nous avons adopté une approche incrémentale en 3 étapes [Poitou *et al.* (2005)].

(i) Dans la première étape nous supposons la fraction volumique connue et nous résolvons le problème d'écoulement, qui est du même ordre de complexité que le problème de Stokes. Nous utilisons la méthode des éléments finis avec une formulation mixte en vitesse-pression et un algorithme de Newton-Raphson pour résoudre les non linéarités. Pour éviter le phénomène de blocage numérique nous utilisons une interpolation quadratique en vitesse et linéaire en pression.

(ii) Ensuite, la fraction volumique est actualisée en utilisant un algorithme implicite et une formulation de Taylor-Galerkin pour résoudre l'équation de conservation de la masse. La difficulté numérique du calcul résulte du caractère hyperbolique de cette équation.

(iii) A la fin de l'incrément de temps le maillage est convecté.

4 Résultats et discussions

Nous avons effectué des simulations pour des matériaux de caractéristiques proches de celles d'une pâte de ciment en faisant varier la vitesse de compression. Les figures 2 et 3 correspondent à deux fractions volumiques initiales ($\phi_s = 0,3$ et $\phi_s = 0,5$). Plusieurs points peuvent être notés :

- Pour les vitesses les plus faibles, l'effort d'écrasement peut diverger ce qui correspond à un blocage de la phase solide. Ce blocage (abscisse faisant une asymptote verticale avec l'effort) apparaît à différentes hauteurs suivant la vitesse de compression (FIG. 2).
- Plus la fraction volumique initiale de solide est élevée et plus le blocage apparaît rapidement c'est-à-dire pour des épaisseurs élevées (FIG. 2 et 3).

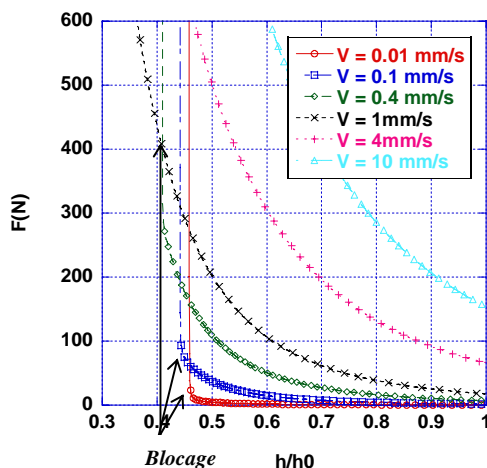


FIG. 2 – Courbes simulées pour différentes vitesses d'écrasement

($K_s = 100$, $m_s = 0,6$, $K_f = 10$, $m_f = 1,0$, $k = 10^7$, $\phi_s = 0,3$)

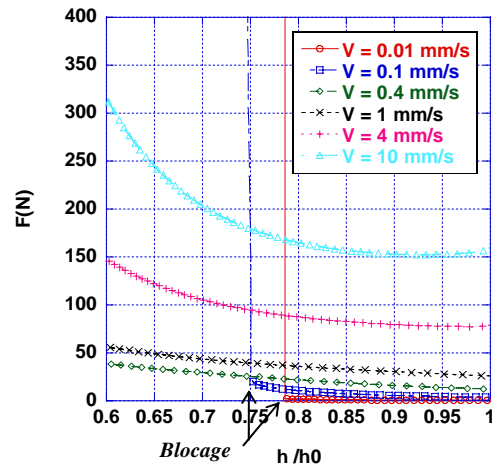


FIG. 3 – Courbes simulées pour différentes vitesses d'écrasement

($K_s = 100$, $m_s = 0,6$, $K_f = 10$, $m_f = 1,0$, $k = 10^7$, $\phi_s = 0,5$)

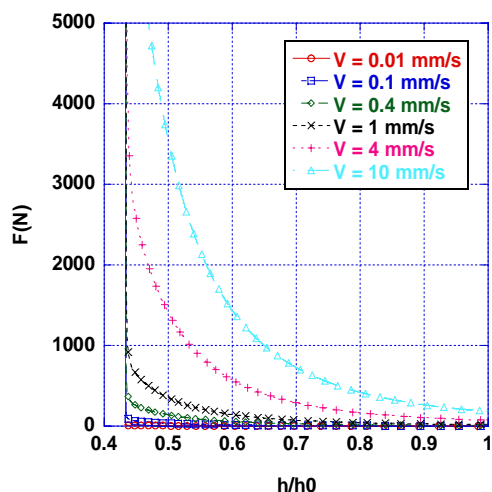


FIG. 4 – Courbes simulées pour différentes vitesses d'écrasement
($K_s = 100$, $m_s = 1,0$, $K_f = 10$, $m_f = 1,0$, $k = 10^7$, $\phi_s = 0,3$)

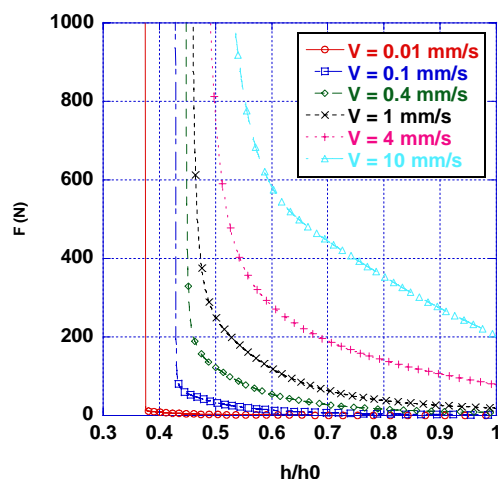


FIG. 5 – Courbes simulées pour différentes vitesses d'écrasement
($K_s = 100$, $m_s = 1,5$, $K_f = 10$, $m_f = 1,0$, $k = 10^7$, $\phi_s = 0,3$)

Les figures 2, 4 et 5 correspondent à trois indices de sensibilité à la vitesse de déformation de la phase solide qui correspondent à une phase solide rhéofluidifiante ($m_s = 0,6$ - FIG. 2), Newtonienne ($m_s = 1,0$ - FIG. 4) et rhéo-épaississante ($m_s = 1,5$ - FIG. 5). Ces différents comportements peuvent être obtenus à l'aide d'adjuvants. On peut remarquer que :

- La FIG. 4, montre l'existence d'une épaisseur de blocage unique, indépendante de la vitesse d'écrasement. Ce résultat peut être confirmé par l'approximation donnant l'expression de la vitesse critique en définissant un nombre de Peclet [Chaouche *et al.*(2003), Chaari *et al.*(2003), Delhaye *et al.*(2000), Phan *et al.*(2005)]. On peut en déduire l'expression de la hauteur critique suivante :

$$h_{critique} = \left[\left(K_s \left(\frac{1}{k} \right)^{\frac{m_f+1}{2}} \right) / \left(K_f V^{m_f-m_s} \right) \right]^{\frac{1}{m_s+1}} \quad (9)$$

- L'équation (9), montre que la hauteur critique ne dépend pas de la vitesse de compression lorsque $m_f = m_s$. Si on fait une application numérique avec les valeurs utilisées dans les simulations, on trouve une hauteur de blocage de 1 mm ce qui est très proche de la valeur obtenue numériquement ($h = 0,43 \times h_0 = 0,43 \times 2,5 \text{ mm} = 1,075 \text{ mm}$).
- Lorsque la phase solide est rhéo-épaississante (FIG. 5), l'épaisseur de blocage est d'autant plus importante que la vitesse augmente.

A partir de ces simulations il est possible de construire des diagrammes d'ouvrabilité (FIG. 6). Ces diagrammes sont obtenus en traçant les zones d'écoulement et de blocage. D'un point de vue pratique ces diagrammes permettent de montrer qu'il est préférable d'utiliser, à faible vitesse (0.01 mm/s), une phase solide rhéo-épaississante pour avoir une large gamme d'écoulement avant blocage. Au contraire, pour les vitesses élevées (1 mm/s), il vaut mieux choisir une phase solide rhéo-fluidifiante.

5 Conclusions

La modélisation proposée pour les pâtes cimentaires permet de représenter qualitativement le comportement de ces pâtes notamment les phénomènes de ségrégation et blocage observés lors d'essais d'écrasement à différentes vitesses. La construction des diagrammes d'ouvrabilité permet de situer la zone où le matériau peut s'écouler et rester homogène, de celle où des hétérogénéités peuvent apparaître et conduire à un blocage. Cette étude préliminaire doit se poursuivre par une identification

des modèles de comportement et par une validation dans le cas d'écoulements plus complexes tels que l'essai classique d'étalement du génie-civil ou de la boîte en L.

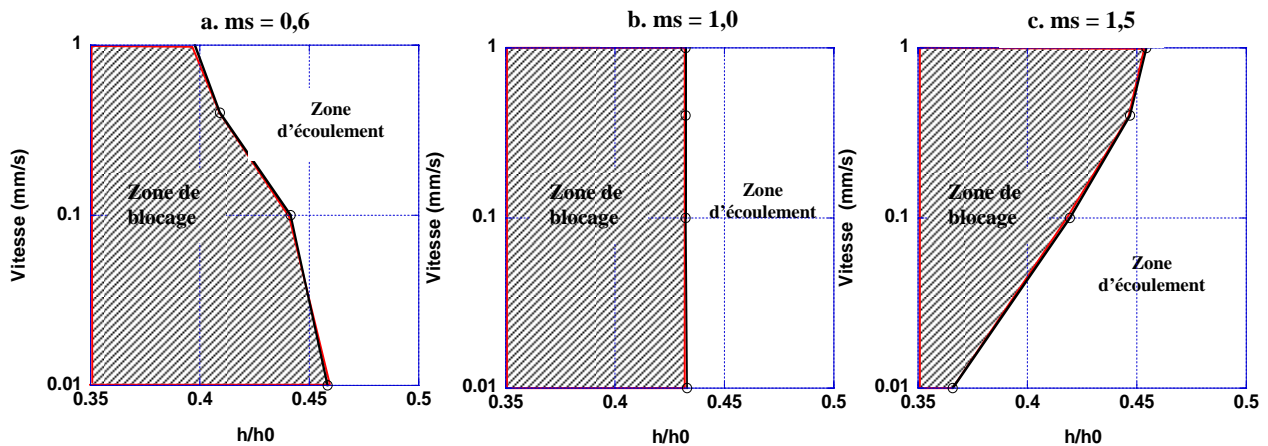


FIG. 6 – Courbes d'ouvrabilité

Bibliographie

- Bowen R. M., Grot R., Mauguin G.A. 1976 Continuum Physics, Mixtures and EM Field Theories. Eringen, Academic, New York, vol 3
- Chaari F., Racineux G., Poitou A., Chaouche M. 2003 Rheological behavior of sewage sludge and strain-induced dewatering. *Rheol. Acta* **42**, 273-279
- Chaouche M., Chaari F., Racineux G., Poitou A. 2003 Comportement de fluides pâteux en écoulement d'écrasement. *Rhéologie*, vol. **3**, 46-52
- Coussy O. 1987 Mécanique des milieux poreux. Technip. Paris
- Delhaye N., Poitou A., Chaouche M. 2000 Squeeze flow of highly concentrated suspensions of spheres. *JNNFM* **94** (1), 67-74
- Fadili A., Tardy P.M.J., Pearson J.R.A. 2002 A 3D filtration law for power-law fluids in heterogeneous porous media. *JNNFM*, **106**, 121-146
- Kolenda F., Retana P., Racineux G., Poitou A. 2003 Identification of rheological parameters by the squeezing test. *Powder Technology* **130**, 56-62
- Krieger I. M., Dougherty T.J. 1959 A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *Tran. Soc. Rheol.* **3**, 137-152
- Lantéri B., Burlet H., Poitou A., Campion I. 1996 Rheological behaviour of polymer-ceramic blend used for injection moulding. *J. Mater. Sci.* **31**, 1751-1760
- Phan T.H., Chaouche M., Bernier G., Moranville M. 2005 Rheological behaviour of self-compacting concrete paste under squeeze flow conditions. SCC.
- Poitou A., Racineux G. 2001 A squeezing experiment showing binder migration in concentrated suspensions. *Journal of Rheology*. **45**(3), 609-625
- Poitou A., Racineux G. 2005 Modelling of segregation under flow phenomenon in self-consolidating concretes forming. RILEM Symposium on SCC.
- Quemada D. 1977 Rheology of concentrated disperse systems and minimum energy dissipation principale-viscosity, concentration, relationship. *Rheol. Acta* **16**, 82-94
- Racineux G. 1999 Rhéologie des pâtes minérales : cas du mélange TiO_2-HNO_3 destiné à l'extrusion de supports de catalyseur. Thèse de Doctorat, LMT-ENS-Cachan.