

# Simulation numérique de l'écoulement d'un fluide viscoplastique thixotrope et faiblement compressible dans une conduite cylindrique : application au transport des bruts paraffiniques

Guillaume Vinay & Anthony Wachs

IFP

1 à 4, avenue du Bois Preau, 92852 Rueil-Malmaison Cedex, France  
guillaume.vinay@ifp.fr

## Résumé :

Ce papier présente des simulations numériques de l'écoulement instationnaire d'un fluide viscoplastique thixotrope et faiblement compressible dans une conduite cylindrique. Le champ d'application de cette étude est lié au redémarrage d'un brut paraffinique dans une conduite pétrolière. Le fluide est décrit par un modèle de Houska, basé sur un modèle de Herschel-Bulkley dans lequel est introduit une équation d'évolution en temps pour prendre en compte les effets de la thixotropie. La compressibilité est prise en compte dans l'équation de conservation de la masse grâce à un facteur de compressibilité isotherme. La résolution numérique est basée sur une méthode Volumes Finis/Lagrangien augmenté qui permet de traiter la non-dérivabilité du modèle de fluide à seuil et la compressibilité du fluide. L'influence des effets combinés de la compressibilité et de la thixotropie sur la capacité et le temps de redémarrage est observée. D'un point de vue pratique, on observe que la pression de redémarrage  $P$  peut être inférieure à la pression prédite par la relation conservative  $P = 4\tau_y L/D$ , où  $\tau_y$  est la contrainte seuil,  $L$  la longueur de la conduite et  $D$  son diamètre.

## Abstract :

In this paper, we examine the numerical simulation of isothermal transient flows of weakly compressible viscoplastic and thixotropic fluid in an axisymmetric pipe geometry. The industrial situation considered refers to the start up of waxy crude oil flows in pipelines. We employ the Houska model, which is an Herschel-Bulkley model generalized to allow for thixotropic features thanks to an additional first-order time dependent equation, to describe the rheological behaviour of the waxy crude oil. The compressibility is introduced in the continuity equation using the isothermal compressibility coefficient. Particular attention is devoted to the velocity-pressure problem in which the "true" (without regularization procedure) Houska model is accounted for by using Lagrange multipliers techniques and augmented Lagrangian/Uzawa methods. The governing equations are discretized using a Finite Volume Method on a staggered grid. Results regarding the transient solution underline the influence of combined effects of compressibility and thixotropy on the flow pattern, especially in terms of pressure required to restart the flow. From an engineering viewpoint, we show that the actual restart pressure  $P$  is lower than the value predicted by the conservative relation  $P = 4\tau_y L/D$ , where  $\tau_y$  is the yield stress,  $L$  the pipe length and  $D$  the pipe diameter.

**Mots-clefs :** simulation numérique, écoulement compressible viscoplastique et thixotrope

## 1 Introduction

Depuis quelques décennies, l'exploitation de nouveaux champs pétroliers est à l'origine d'une importante production de bruts paraffiniques (environ 20% des réserves mondiales). Ces bruts, contenant entre 2% et 10% de paraffines, ont la particularité d'avoir une température de prise en gel élevée, souvent supérieure à la température de l'environnement dans lequel ils sont transportés. La température joue un rôle important dans l'écoulement des bruts paraffiniques, puisqu'elle contrôle la formation des cristaux de paraffines qui sont à l'origine de la modification de leur comportement rhéologique ; ils sont alors caractérisés par un seuil d'écoulement et une viscosité tous deux dépendants du cisaillement, de la température et du temps.

La principale difficulté dans le transport par pipeline des bruts paraffiniques, concerne le redémarrage de l'écoulement. Les opérateurs pétroliers sont amenés à arrêter l'écoulement dans la conduite pour diverses raisons techniques (panne, intervention d'entretien ...). Ainsi, à l'arrêt, la conduite étant soumise aux conditions thermiques extérieures, la température du fluide diminue, ce qui entraîne la cristallisation des paraffines. Si la température chute en dessous de la température de gel, le brut est gélifié. Lors d'un refroidissement suffisamment long, le brut paraffinique subit une contraction thermique laissant apparaître des poches de gaz qui confèrent au matériau une compressibilité. Finalement, après un long arrêt, un bouchon de gel de plusieurs centaines de mètres occupe le pipeline et il devient difficile de redémarrer l'écoulement.

Une solution pour remettre en route l'écoulement consiste à appliquer une pression importante pour déstructurer le gel, nettoyer le pipeline de tout débris de gel et retrouver un écoulement stable. Le manque de compréhension des phénomènes impliqués lors de ce redémarrage entraîne par exemple une surestimation des pressions de redémarrage. Ainsi, les compagnies pétrolières doivent investir dans des installations capables de supporter de telles surpressions. Ce surcoût à l'investissement peut être diminué si on améliore la compréhension de la phénoménologie du redémarrage et sa modélisation. Les travaux réalisés ici entrent dans ce cadre et ont pour objectif de prédire des pressions et des temps de redémarrage plus précis.

Sont d'abord présentées les équations et les conditions aux limites du problème. Ensuite, les méthodes mathématiques et numériques mises en oeuvre pour résoudre ce problème sont décrites. Enfin, nous analysons les résultats de simulations qui permettent d'étudier les effets combinés de la thixotropie et de la compressibilité sur le redémarrage d'un brut paraffinique.

## 2 Modélisation et résolution du problème

### 2.1 Equations de conservation et modèle rhéologique

Soit  $\Omega$  un domaine fermé de  $\mathbb{R}^2$  et  $[0, T]$  un intervalle de temps.

- Conservation de la masse

$$\mathcal{X}_\Theta \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \rho \right) + \nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad \text{dans } \Omega \times [0, T] \quad (2.1)$$

avec  $\rho$  la masse volumique,  $\mathbf{U} = (u, 0, w)$  le vecteur vitesse et  $\mathcal{X}_\Theta$  le facteur de compressibilité isotherme  $\mathcal{X}_\Theta$  défini par :

$$\mathcal{X}_\Theta = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_\Theta \quad (2.2)$$

- Conservation de la quantité de mouvement

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} \right) + \nabla p = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad \text{dans } \Omega \times [0, T] \quad (2.3)$$

où  $\boldsymbol{\tau}$  est le tenseur des extra-contraintes. Nous sommes dans la situation où le fluide étudié est très visqueux (la viscosité varie de 0.1 Pa.s à quelques dizaines de Pa.s) et s'écoule lentement (écoulements laminaires).

- Modèle rhéologique

Le modèle rhéologique d'un fluide viscoplastique compressible s'écrit :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau} = 2\mu(\dot{\gamma}) \cdot \left( \mathbf{D} - \frac{1}{3}(\nabla \cdot \mathbf{U})\mathbf{I} \right) + \frac{\mathbf{D}}{\|\mathbf{D}\|} \cdot \tau_y & \text{si } \|\boldsymbol{\tau}\| > \tau_y \\ \mathbf{D} = 0 & \text{si } \|\boldsymbol{\tau}\| \leq \tau_y \end{cases} \quad (2.4)$$

où  $\tau_y$  est la contrainte seuil et  $\mathbf{I}$  le tenseur identité.  $\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{U} + (\nabla\mathbf{U})^\top)$  est le tenseur des taux de déformation et  $\dot{\gamma}$  le taux de déformation généralisé défini par  $\dot{\gamma} = 2\|\mathbf{D}\|$ . Une loi de comportement particulièrement bien adaptée aux fluides viscoplastiques thixotropes est proposée par Houska (1981). Il introduit un paramètre de structure  $\lambda$  qui permet de rendre compte des effets thixotropes. Ainsi, la contrainte seuil et la viscosité comportent chacune une partie permanente (respectivement  $\tau_{y0}$  et  $k$ ) et une partie thixotrope (respectivement  $\tau_{y1}$  et  $\Delta k$ ) et s'écrivent de la façon suivante :

$$\begin{cases} \mu(\dot{\gamma}, \lambda) = (k + \lambda\Delta k) \dot{\gamma}^{n-1} \\ \tau_y(\lambda) = \tau_{y0} + \lambda\tau_{y1} \end{cases} \quad (2.5)$$

où  $n$  est le paramètre de rhéofluidification. D'autre part, le paramètre de structure  $\lambda$  est régi par la loi d'évolution en temps suivante :

$$\frac{\partial\lambda}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla\lambda = a(1 - \lambda) - b\lambda \dot{\gamma}^m \quad (2.6)$$

où  $a$  et  $b$  sont respectivement les paramètres de restructuration et de déstructuration, et  $m$  un paramètre d'ajustement. Finalement, le modèle rhéologique de Houska pour un écoulement compressible s'écrit :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau} = 2\mu(\dot{\gamma}, \lambda) \cdot \left( \mathbf{D} - \frac{1}{3}(\nabla \cdot \mathbf{U})\mathbf{I} \right) + \frac{\mathbf{D}}{\|\mathbf{D}\|} \cdot \tau_y(\lambda) & \text{si } \|\boldsymbol{\tau}\| > \tau_y(\lambda) \\ \mathbf{D} = 0 & \text{si } \|\boldsymbol{\tau}\| \leq \tau_y(\lambda) \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial\lambda}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla\lambda = a(1 - \lambda) - b\lambda \dot{\gamma}^m \quad (2.8)$$

On définit le nombre adimensionnel de Bingham par  $\mathcal{B}i = \frac{2\tau_y}{hR}$  où  $h = -\frac{\Delta p}{L}$ ,  $\Delta p$  est la chute de pression dans la conduite,  $L$  la longueur et  $R$  le rayon de la conduite.

## 2.2 Conditions aux limites et géométrie du domaine d'écoulement

Le domaine de calcul est une conduite 2D axisymétrique référencée par les coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ . Les conditions aux limites sont détaillées sur la Figure 1.

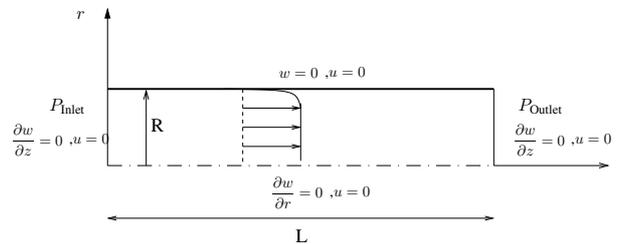


FIG. 1 – Géométrie et conditions aux limites du domaine d'écoulement

## 3 Résolution numérique du problème

La principale difficulté dans la simulation numérique des fluides viscoplastiques est issue de la non-dérivabilité de la loi rhéologique et de l'incapacité à évaluer précisément les contraintes

dans les régions où le fluide n'est pas cisailé. Il existe deux grandes familles de méthodes mathématiques pour résoudre ce problème. La plus utilisée consiste à régulariser la loi de comportement par une équation continue (par exemple, la loi exponentielle de Papanastasiou (1987)). Cette méthode est facile à mettre en place, cependant le critère pour visualiser les zones cisillées/non-cisillées ne permet pas de différencier rigoureusement ces régions puisque le tenseur des taux de déformation n'est jamais strictement nul (mais seulement proche de 0). La deuxième méthode repose sur une technique d'optimisation sous contraintes inégalités à l'aide de multiplicateurs de Lagrange (Fortin *et al.* (1982)). Cette méthode consiste à minimiser une fonctionnelle en déterminant son point-selle, solution du problème, grâce à un algorithme d'Uzawa. Le principal avantage de cette technique est qu'elle permet de prendre en compte la discontinuité de la loi de comportement. Désormais, puisque les zones non-cisillées de l'écoulement sont caractérisées par un tenseur des taux de déformation strictement nul, les régions cisillées/non-cisillées sont parfaitement identifiables. Nous avons donc adapté cette méthode pour résoudre le problème d'un écoulement instationnaire compressible d'un fluide viscoplastique et thixotrope (*cf.* Vinay *et al.* (2006)). Les équations sont discrétisées par une méthode de Volumes Finis. Le système vitesse-pression (2.1)-(2.3)-(2.4) et l'équation d'évolution du paramètre de structure (2.6) sont résolus de façon découplée. Le problème vitesse-pression est résolu grâce à la méthode de Lagrangien augmenté associé à un algorithme d'Uzawa. Les termes de convection sont discrétisés par un schéma TVD explicite en temps qui permet de limiter la diffusion numérique. A chaque pas de temps, le problème vitesse-pression et l'équation d'évolution du paramètre de structure sont résolus successivement. Les méthodes de résolution utilisées dans ce code sont détaillées dans Vinay *et al.* (2005) et Vinay *et al.* (2006).

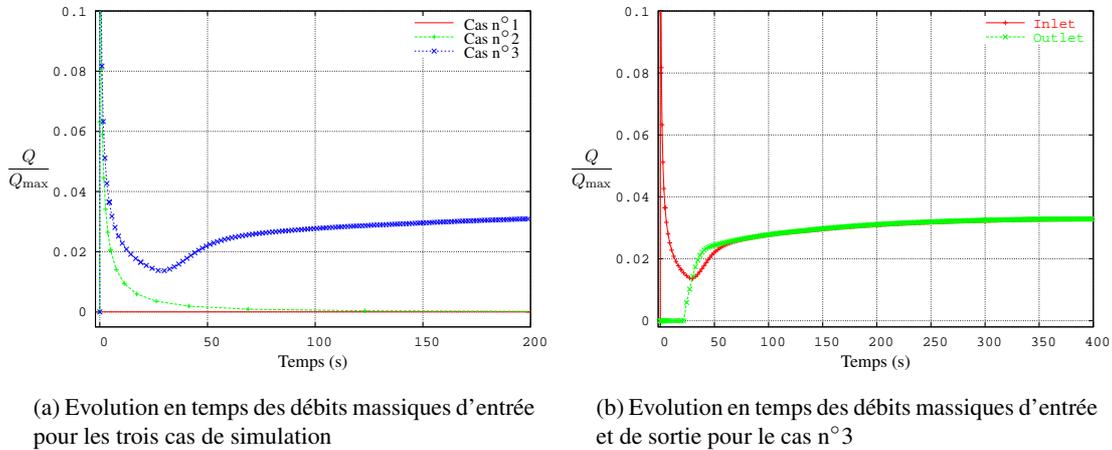
#### 4 Résultats : Influence combinée de la compressibilité et de la thixotropie sur le redémarrage

Le principal problème lié au redémarrage des écoulements de bruts paraffiniques concerne l'estimation de la pression minimale à appliquer à l'entrée de la conduite. Dans un papier précédent (Vinay *et al.* (2006)), nous avons mis en évidence que la compressibilité permet d'obtenir de grandes vitesses et de fortes chutes de pression à l'entrée de la conduite dans les premiers instants du redémarrage. De plus, d'après le modèle de Houska, le mécanisme de déstructuration du gel est contrôlé par le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ . Ainsi, nous pensons qu'un fluide viscoplastique et thixotrope, qui ne peut être redémarré dans une situation incompressible, pourra être redémarré grâce aux effets combinés de la compressibilité et de la thixotropie. Nous proposons donc trois calculs dont la géométrie est définie telle que  $\frac{L}{R} = 200$ . Pour les trois cas, une pression est imposée à l'entrée de la conduite de telle sorte que le nombre de Bingham  $\mathcal{B}i$  soit supérieur à 1 et le fluide est au repos à l'instant initial.

- Cas n°1 : fluide de Houska incompressible. Les paramètres rhéologiques sont choisis tel que  $\mathcal{B}i = 1.025$ . Le matériau à l'état initial est structuré ( $\lambda = 1$ ).
- Cas n°2 : fluide de Bingham compressible avec  $\mathcal{B}i = 1.025$  et  $\mathcal{X}_\Theta = 10^{-4} \text{ Pa}^{-1}$ .
- Cas n°3 : fluide de Houska compressible avec  $\mathcal{B}i = 1.025$  et  $\mathcal{X}_\Theta = 10^{-4} \text{ Pa}^{-1}$ . Le matériau est structuré à l'état initial ( $\lambda = 1$ ).

Nous comparons sur la Figure 2(a) l'évolution au cours du temps du débit massique à l'entrée de la conduite pour les trois cas. Pour le cas n°1, comme  $\mathcal{B}i > 1$  l'écoulement ne redémarre pas, le débit massique reste à 0. Dans le cas n°2, la compressibilité permet de redémarrer l'écoulement en entrée de la conduite pendant les premiers instants du redémarrage, puis l'écoulement s'arrête lorsque le front de compression atteint la longueur critique pour laquelle  $\mathcal{B}i = 1$ . Dans

le cas n°3, les effets de la thixotropie et de la compressibilité permettent à l'écoulement de redémarrer.



La Figure 2(b) présente l'évolution au cours du temps du débit massique pour le cas n°3 et nous permet d'identifier trois phases : compression, déstructuration et établissement de l'écoulement.

- Compression : cette première phase lors du redémarrage est dominée par les effets de compression et permet d'initier l'écoulement. Elle est identifiable sur la Figure 2(b) par le pic de débit massique d'entrée aux premiers instants du redémarrage. La compression permet d'obtenir de fortes chutes de pression et une importante augmentation du débit engendrant un fort cisaillement qui permet d'initier le mécanisme de déstructuration.
- Déstructuration : la déstructuration est donc initiée par la phase de compression. Le paramètre de structure chute à l'entrée de la conduite comme le montre la Figure 2 ( $\lambda < 1$ ).

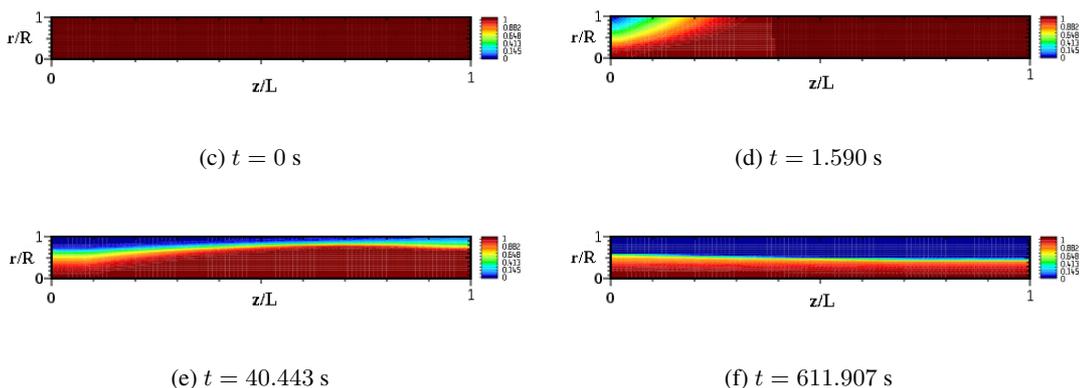


FIG. 2 – Evolution au cours du temps de la déstructuration du matériau pour le cas n°3

La viscosité et la contrainte seuil, qui dépendent du paramètre de structure, diminuent également. C'est pourquoi, contrairement au cas n°2, le débit massique d'entrée ne chute pas jusqu'à 0 après la phase de compression, mais jusqu'à une valeur minimale supérieure à 0 (Figure 2(b)). Ainsi, le processus de déstructuration est lancé et s'accélère par un phénomène d'« auto-alimentation ». En effet, comme le débit augmente le cisaillement augmente et le paramètre de structure  $\lambda$  décroît d'autant plus vite. Finalement, la viscosité

et la contrainte seuil décroissent rapidement et le débit augmente de plus en plus vite. Enfin, le débit continue d'augmenter plus lentement jusqu'à atteindre le régime stationnaire.

- Etablissement de l'écoulement : l'écoulement atteint un régime stationnaire lorsque les débits massiques présentent un plateau et sont égaux. La chute de pression est maintenant linéaire, comme le montre le profil de pression à  $t = 611.907$  s de la Figure 3.

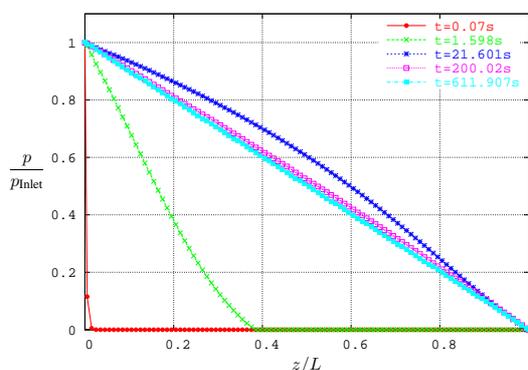


FIG. 3 – Evolution en temps de la chute de pression pour le cas n°3

## 5 Conclusions

Dans ce papier, nous avons simulé trois écoulements différents de bruts paraffiniques en pipeline afin de mesurer l'influence des effets combinés de la thixotropie et de la compressibilité sur la capacité de redémarrage. En fait, chacun de ces deux effets introduits individuellement, ne peut permettre le redémarrage d'un fluide bloqué. La compressibilité permet d'initier le redémarrage de l'écoulement à l'entrée de la conduite et le caractère thixotrope tend à diminuer la contrainte seuil et la viscosité. Finalement, il est possible de redémarrer l'écoulement d'un fluide à la fois thixotrope et compressible, alors que l'écoulement ne redémarre pas si le fluide ne possède seulement qu'une des deux propriétés. Ces résultats confirment donc que la pression de redémarrage peut être inférieure à la pression prédite par  $P = 4\tau_y L/D$ .

## Références

- Fortin, M., Glowinski, R. 1982 Méthodes de lagrangien augmenté. Application à la résolution numérique de problèmes aux limites. Dunod-Bordas
- Houska, M. 1981 Engineering aspects of the rheology of thixotropic liquids. Faculty of Mechanical Engineering, Czech Technical University of Prague
- Papanastasiou, T.C. 1987 Flow of materials with yield. *J. Rheology* **31** 385-404
- Roussel, N., Le Roy, R., Coussot, P. 2004 Thixotropy modelling at local and macroscopic scales. *J. Non-Newt. Fluid Mech.* **114** 85-95
- Vinay, G., Wachs, A., Agassant, J.F. 2005 Numerical simulation of non-isothermal viscoplastic waxy crude oil flows. *J. Non-Newt. Fluid Mech.* **128** 144-162
- Vinay, G., Wachs, A., Agassant, J.F. 2006 Numerical simulation of weakly compressible Bingham flows : the restart of pipeline flows of viscoplastic waxy crude oils. *J. Non-Newt. Fluid Mech.* **136** 93-105