

Caractérisation des propriétés mécaniques anisotropes de la paroi artérielle saine à partir de la méthode des champs virtuels

Simon Le Floch^a, Jacques Ohayon^a, Philippe Tracqui^a, Gérard Finet^b

^a Laboratoire TIMC-IMAG, Equipe DynaCell, CNRS UMR 5525, Institut de l'Ingénierie et de l'Information de Santé, Faculté de Médecine de Grenoble, 38706 La Tronche cedex, France

^b Université Claude Bernard, Hôpital Cardiologique, INSERM E0226, Lyon, France.

Web : [http://www-timc.imag.fr/dynacellaboratoire\(s\)](http://www-timc.imag.fr/dynacellaboratoire(s))

Email : simon.lefloch@imag.fr

Résumé :

Dans ce travail, nous appliquons la théorie des champs virtuels développée par Grediac et al. (2002) à l'étude de la caractérisation des propriétés mécaniques isotropes transverses de la paroi artérielle saine. Nos résultats montrent que cette approche reste prometteuse malgré une sensibilité au bruit non négligeable lorsque l'on cherche à caractériser en particulier le module d'Young radial de la paroi vasculaire.

Abstract :

This work is an adaptation of the theory of virtual fields developed by Grediac et al. (2002) for the identification of the orthotropic mechanical properties of the arterial wall. From this method we successfully characterized the anisotropy of a healthy arterial wall. Nevertheless, the robustness of the algorithm towards noise and particular when the radial Young's modulus is investigated, seems limited.

Mots-clefs :

élastographie ; anisotropie ; mécanique des milieux continus

1 Introduction

Chaque année les maladies cardiovasculaires font plus de victimes que le cancer. Angine de poitrine, infarctus du myocarde, mort subite et accidents vasculaires sont les conséquences de l'athérosclérose. Lorsqu'une artère coronaire irriguant le muscle cardiaque (ou myocarde) est obstruée par un thrombus déclenché par la rupture spontanée d'une plaque d'athérosclérose, la zone musculaire non irriguée en oxygène est lésée. Ce mécanisme est à l'origine de la mort subite, de l'angor instable ou de l'infarctus du myocarde.

La rupture spontanée de la plaque d'athérosclérose est issue d'une cascade d'évènements faisant intervenir son remodelage, sa dégradation et les contraintes tissulaires (Libby, 2001). Ces dernières sont principalement responsables de la rupture spontanée de la plaque d'athérosclérose coronarienne (Virmani *et al* (2000) ; Finet *et al.* (2004)). Le mécanisme lié à l'amplification des contraintes au sein de la chape fibreuse avec l'amincissement de cette paroi peut-être prédit grâce à la modélisation mécanique (Cheng *et al.* (1993) ; Lee *et al.* (1993) ; Ohayon *et al.* (2001) ; Ohayon *et al.* (2005)). Notre groupe a récemment montré (Finet *et al.* (2004)) que l'amplitude des contraintes

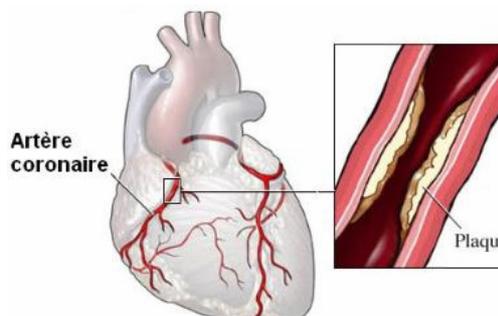


FIG. 1 – Schéma d'une plaque d'athérosclérose coronarienne.
 (www.cdn-geneve.ch)

au sein de la chape fibreuse est fondamentalement dépendante des propriétés mécaniques des différents constituants de la plaque d'athérosclérose coronarienne. Or, à ce jour, il n'existe aucune expérience caractérisant les constituants de cette plaque coronarienne. Toutes les données publiées sont issues d'expériences réalisées sur l'aorte animale ou humaine (Vorp *et al.* (1995) ; Lee *et al.* (1991)). Il est donc impératif de caractériser les principaux milieux que l'on retrouve dans la majorité des plaques et qui sont : les fibres cellulaires, hypocellulaires et denses, ainsi que les agrégats de calcium et le milieu graisseux ou lipidique.

Les méthodes d'élastographie ultrasonores permettent d'obtenir la cartographie des déformations radiales de la paroi artérielle au cours du cycle cardiaque, Maurice *et al.* (2005). Les méthodes actuelles de résolution du problème inverse associé (Baldewising *et al.* (2006)) sont capables d'identifier, à partir de tels champs restreints de déformation, les caractéristiques mécaniques de matériaux supposés isotropes. Or les observations microscopiques montrent que les fibres formant la plaque ainsi que la paroi artérielle doivent être considérées comme des milieux anisotropes. De plus, Holzapfel *et al.* (2004) a montré expérimentalement sur des échantillons post-mortem de coronaires humaines saines, que le rapport des rigidités anisotropes peut être supérieur à 5 en faveur de la rigidité circonférentielle.

C'est pourquoi, dans un premier temps, nous avons cherché à identifier les propriétés mécaniques anisotropes uniquement de la paroi artérielle saine dans un cas idéalisé ou l'artère a une géométrie cylindrique et lorsque l'on connaît à la fois la pression de chargement et les distributions des déformations pariétales. Pour cela, nous avons utilisé, testé et adapté sur ce type de problème la méthode des champs virtuels développée par Grediac *et al.* (2002).

2. Méthodes

2.1 Principes de la méthode des champs virtuels proposée par Grediac *et al.* (2002)

La méthode des champs virtuels utilisée est basée sur le théorème des travaux virtuels. En contraintes planes et pour un milieu continu isotrope transverse soumis à des petites déformations, le théorème des champs virtuels peut se mettre sous la forme (Grediac *et al.* (2002)):

$$Q_{rr} \int_S \varepsilon_{rr} \varepsilon_{rr}^* dS + Q_{\theta\theta} \int_S \varepsilon_{\theta\theta} \varepsilon_{\theta\theta}^* dS + Q_{r\theta} \int_S (\varepsilon_{rr} \varepsilon_{\theta\theta}^* + \varepsilon_{\theta\theta} \varepsilon_{rr}^*) dS + Q_{ss} \int_S \varepsilon_{r\theta} \varepsilon_{r\theta}^* dS = \int_{L_f} TU^* ds \quad (1)$$

où les Q_{ij} sont les composantes de la matrice de rigidité qu'il nous faut identifier, ε_{ij} les déformations mesurées expérimentalement, ε_{ij}^* les déformations virtuelles, S la surface où sont mesurées les déformations, L_f la ligne de chargement, T la force appliquée, et U^* le vecteur des déplacements virtuels sur L_f relié aux ε_{ij}^* . L'élégance de la méthode consiste à choisir judicieusement une famille de déplacements virtuels U^* de telle sorte que les Q_{ij} soient identifiés un à un grâce à l'équation (1).

2.2 Choix de l'expression des champs de déplacements virtuels compatibles

Nous nous sommes également inspirés des travaux de l'équipe de Grediac pour formuler nos déplacements virtuels en coordonnées polaires r et θ où $R_i \leq r \leq R_m$ et $0 \leq \theta \leq \theta_m$ avec $\theta_m = \pi/2$ car pour des raisons de symétrie, nous ne modélisons qu'un quart de la paroi artérielle saine. Les rayons interne et externe de l'artère sont notés respectivement R_i et R_m . Les déplacements virtuels choisis ont pour expressions :

$$U_r^*(r, \theta) = \frac{r}{R_m} \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n A_{ij} \left(\frac{r}{R_m} \right)^i \left(\frac{\theta}{\theta_m} \right)^j \quad (2)$$

$$U_\theta^*(r, \theta) = \frac{\theta \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)}{\theta_m^2} \frac{r}{R_m} \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n B_{ij} \left(\frac{r}{R_m} \right)^i \left(\frac{\theta}{\theta_m} \right)^j \quad (3)$$

où les coefficients A_{ij} et B_{ij} sont obtenus à partir de contraintes judicieusement imposées sur les champs virtuels (voir Grediac *et al.* (2002) pour une description détaillée de la méthode).

2.3 Simulation des champs de déformations expérimentaux

Afin d'obtenir les amplitudes des petites déformations, nous avons simulé le comportement *in vivo* de l'artère à l'aide de la méthode aux éléments finis (MEF) (ANSYS version 10). Les résultats issus de ce calcul aux éléments finis ont ensuite été utilisés comme entrées de l'algorithme d'inversion. La simulation a été effectuée sous l'hypothèse de contraintes planes. Les modules d'Young radial et circonférentiel étaient respectivement fixés à 100 kPa et 400 kPa. Enfin, le coefficient de Poisson était de 0,35.

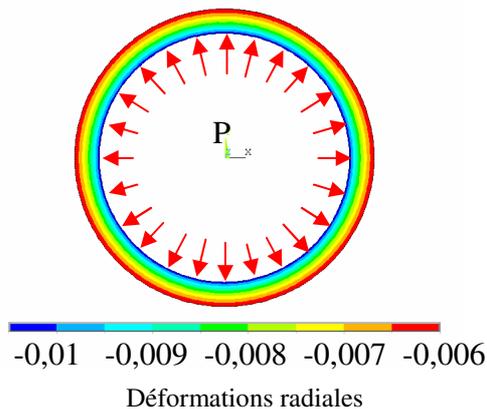


FIG. 2 - Modélisation à l'aide de la MEF de l'artère saine ($R_i = 2,5$ mm ; $R_m = 3$ mm) avec une faible pression artérielle $P = 0,5$ kPa et une forte anisotropie du matériau, les modules d'Young radial et circonférentiel ont été fixés respectivement à 100 kPa et 400 kPa

Un bruit d'écart type contrôlé a été ajouté aux déformations issues de la simulation aux éléments finis pour évaluer la robustesse du code. Pour chaque nœud du modèle, un nombre aléatoire différent est ajouté à chaque composante de la déformation. Ce nombre aléatoire a une distribution normale dont l'écart-type est égal à un pourcentage donné (l'amplitude du bruit) et dont la moyenne est nulle. Pour se rendre compte de son influence sur le calcul des modules d'Young, l'amplitude du bruit a été augmentée jusqu'à 5% de la déformation maximum issue de la simulation. Pour chaque amplitude de bruit rajouté, le code de calcul a été lancé 30 fois avec une répartition aléatoire du bruit à chaque fois différente. Ainsi, pour chaque amplitude de bruit, il est possible de calculer la moyenne et l'écart-type des rigidités trouvées au cours des 30 calculs (Fig. 3).

3 Résultats et discussion

Sans bruit, cet algorithme a été validé car il a permis de retrouver les rigidités de référence avec une erreur acceptable (inférieure à 10%). En effet, en utilisant les déformations radiales et circonférentielles non bruitées issues de la simulation (Fig. 2), l'algorithme a pu retrouver un module d'Young circonférentiel de 433 kPa (au lieu de 400 kPa), un module d'Young radial de 104 kPa (au lieu de 100 kPa) et un coefficient de Poisson de 0,34 (au lieu de 0,35). Il est à noter que la déformation de cisaillement $\varepsilon_{r\theta}$ étant nulle sur toute la surface considérée, la valeur du module de cisaillement directement lié au coefficient Q_{ss} de l'équation (1) ne peut être identifier pour ce type de problème.

Nos résultats montrent que pour un bruit d'amplitude de 5%, la moyenne des modules d'Young circonférentiels identifiés grâce à l'algorithme est de 336 kPa avec un écart type de 122 kPa. L'algorithme identifie le module circonférentiel de manière relativement robuste vis-à-vis du bruit.

Le calcul du module radial a un comportement moins stable vis-à-vis du bruit. A 1% d'amplitude du bruit, la moyenne des modules d'Young trouvés est de 134 kPa avec un écart type de 140 kPa. Au-dessus de 1% de bruit, l'écart-type ne représente plus une valeur statistique valable. En effet, l'algorithme n'arrive plus, pour certaines configurations aléatoires du bruit, à identifier le module d'Young radial. Cette incapacité trompe les calculs d'écart-types qui ne prennent en compte que les valeurs identifiées. Ce résultat indique que le code n'a pas un comportement stable souhaité pour un bruit supérieur à 1% dans le cas de l'identification du module d'Young radial.

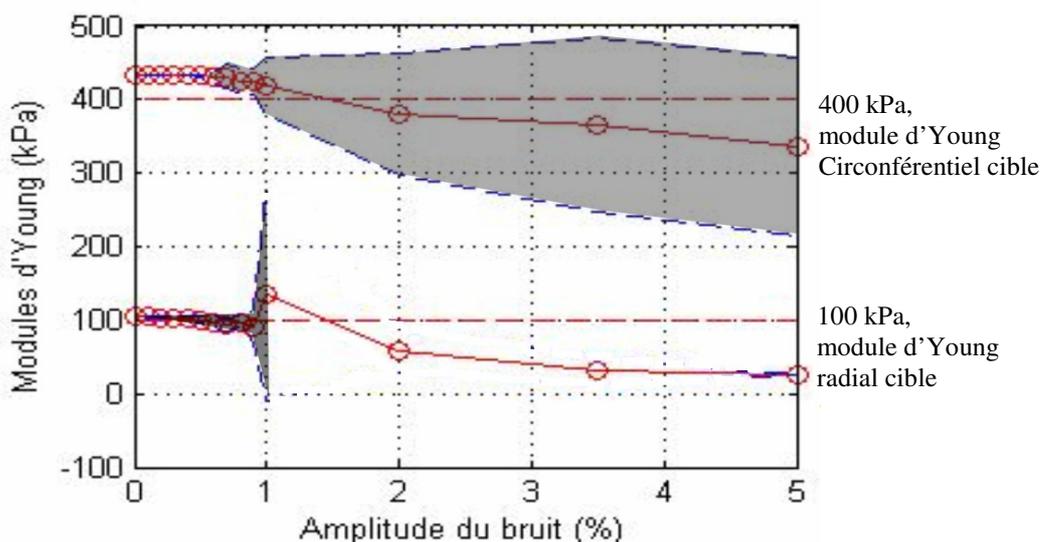


FIG.3 - Moyenne (points circulaires) et écart-type (aires hachurées) des modules d'Young circonférentiel et radial en fonction de l'amplitude du bruit. Les cibles représentent les valeurs réelles des paramètres du matériau.

Nous expliquons la mauvaise stabilité de l'algorithme dans le cadre de l'identification du module d'Young radial par le fait que la répartition de la pression artérielle appliquée donne un champ de déformations très homogène. En effet, l'étude menée par Grediac *et al.* (2002) indique que pour la méthode des champs de déplacements virtuels fonctionne, il faut une sollicitation mécanique complexe qui induise des champs de déformations hétérogènes.

6 Conclusions

L'utilisation de l'algorithme issu de la méthode des champs virtuels proposé par Grediac *et al.* (2002) pour caractériser l'anisotropie d'une paroi artérielle saine ou pathologique est prometteuse.

Le bruit, ou les erreurs commises lors de mesures *in vivo* de déformations, ne peuvent pas être négligés dans le cadre d'études sur des artères coronaires. En effet, principalement dû au battement du cœur, la sonde ultrasonore bouge en tous sens dans l'artère, altérant les données fournies. Les résultats sur l'étude de l'influence du bruit montre une limite de la robustesse de l'algorithme, sûrement à cause d'une répartition très homogène des déformations et de l'absence de déformation de cisaillement. Une configuration géométrique plus complexe pourrait permettre une caractérisation plus complète et moins sensible au bruit.

D'autre part, les conditions retrouvées dans les artères coronaires *in vivo* sont plus proche d'un problème mécanique en déformations planes qu'en contraintes planes. Nous comptons donc étendre en déformations planes la méthode développée par l'équipe de Grediac. De plus, nous envisageons de tester cet algorithme en clinique dans le cas de vaisseaux pathologiques où la plaque est très hétérogène.

Références

- Baldewsing R.A., Mastik F., Schaar J.A., Serruys P., van der Steen A.F.W. 2006 Young's modulus reconstruction of vulnerable atherosclerotic plaque components using deformable curves, *Ultrasound in Med. & Biol.* **32**,201-210.
- Cheng G.C., Loree H.M., Kamm R.D., Lee R.T. 1993 Distribution of circumferential stress in ruptured and stable atherosclerotic lesions : a structural analysis with histopathological correlation. *Circulation.* **87**,1179-1187.
- Finet G., Ohayon J., Rioufol G. 2004 Interactions of blood pressure – cap thickness – lipid core composition on coronary atherosclerotic plaque stability: Computational structural analysis based on *in vivo* intravascular ultrasound. *Coron Artery Dis.* **15**(1),13-20.
- Grédiac M., Toussaint E., Pierron F. 2002 Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 1 - Principle and definition, *International Journal of Solids and Structures.* **39**,1691-2705.
- Holzappel G.A., Sommer G., Regitnig P. 2004 Anisotropic mechanical properties of tissue components in human atherosclerotic plaques, *J. Biomech. Eng.* **126**,657-665.
- Lee R.T., Grodzinsky A.J., Frank E.H., Kamm R.D., Schoen F.J. 1991 Structure-dependent dynamic mechanical behavior of fibrous caps from human atherosclerotic plaques. *Circulation.* **83**,1764-70.
- Lee R.T., Loree H.M., Lieberman E.H., Jaramillo N., Schoen F.J. 1993 Computational structural analysis based on intravascular ultrasound imaging before *in vitro* angioplasty: prediction of plaque fracture locations. *J Am Coll Cardiol.* **21**,777-782.
- Libby P. 2001 Current concepts of the pathogenesis of the acute coronary syndromes. *Circulation.* **104**,365-72.

- Maurice R.L., Daronat M., Ohayon J., Stoyanova E., Foster F.S., Cloutier G. 2005 Non-invasive high-frequency vascular ultrasound elastography. *Physics in Medicine and Biology*. **50**,1611-1628.
- Ohayon J., Teppaz P., Rioufol G., Rioufol G. 2001 In vivo prediction of human coronary plaque rupture location using intravascular ultrasound and finite element method. *Coron Artery Dis*. **12**,655-663.
- Ohayon J., Finet G., Treyve F., Rioufol G., Dubreuil O. 2005 A three-dimensional finite element analysis of stress distribution in a coronary atherosclerotic plaque: In-vivo prediction of plaque rupture location. *Biomechanics Applied to Computer Assisted Surgery*. **2005**,225-241.
- Virmani R., Kolodgie F.D., Burke A.P., Farb A., Schwartz M.S. 2000 Lesions from sudden coronary death : a comprehensive morphological classification scheme for atherosclerotic lesions. *Arterios. Thromb Vasc Bio*. **20**,1262-75.
- Vorp D.A., Rajagopal K.R., Smolinski P.J., Borovetz S.H. 1995 Identification of elastic properties of homogeneous, orthotropic vascular segments in distension. *J Biomech*. **28**,501-512.