

Les échanges inter-échelles en simulation des grandes échelles

Fang Le, J. Boudet & L. Shao

LMFA - UMR CNRS 5509 - Ecole Centrale de Lyon
36 av. Guy de Collongue, 69134 Ecully
jerome.boudet@ec-lyon.fr

Résumé :

La simulation numérique des grandes échelles (LES) est actuellement un outil prometteur pour la prédiction des écoulements turbulents industriels. Or de nombreux points d'interrogation, tant sur le plan pratique que théorique, n'ont pas encore de réponse. L'objet de ce papier est d'examiner les échanges inter-échelles en LES, pour une application en écoulements turbulents complexes. Ces échanges entre différentes échelles résolues sont cruciaux pour la qualité de l'écoulement simulé. Une des grandeurs caractérisant les échanges entre différentes tailles des tourbillons est le coefficient de di-symétrie des dérivées spatiales de vitesse. Dans cette communication, nous nous intéressons à cette grandeur et à son utilisation dans les modèles de sous-maille, dans le cas d'un écoulement en canal plan, simulé à l'aide d'un code industriel dont la précision de résolution des termes convectifs est d'ordre 4. Pour comparaison, un code spectral est aussi utilisé. Enfin, cette étude académique permet d'appuyer des résultats obtenus en géométrie complexe.

Abstract :

Large-eddy simulation (LES) is a promising tool for practical turbulent flow predictions. However, from both theoretical and practical point of views, numerous questions remain. In this study, we investigate the energy transfer in large-eddy simulation, for application to complex flows. The inter-scale energy exchange can be characterised by the skewness of the velocity derivatives. The present communication studies the skewness in case of LES applied to a turbulent channel flow. Two numerical methods, spectral and finite volumes, are used for comparison. The present investigation could bring support to industrial applications of LES with finite volume codes.

Mots-clefs :

LES, skewness, energy transfer

1 Introduction

La simulation numérique des grandes échelles (LES) est dédiée aux écoulements turbulents à grand nombre de Reynolds. Depuis les premières simulations en LES réalisées dans les années 70, de grands progrès ont été obtenus sur les aspects théoriques et pratiques. Cependant, il reste encore beaucoup de questions sur la LES, sur ce qu'on peut espérer obtenir, ou en d'autres termes, la qualité des résultats d'une simulation réalisée par LES. Par exemple, sur le plan statistique, nous savons que le niveau énergétique en un point est généralement correctement simulé par une LES. Mais selon la méthode numérique employée et le modèle de sous-maille utilisé, la répartition spectrale de l'énergie cinétique turbulente est moins évidente : il n'est pas toujours sûr qu'on obtienne le spectre de Kolmogorov. Or la bonne répartition spectrale de l'énergie cinétique est cruciale si l'on veut appliquer la LES à des écoulements avec physique complexe, par exemple la dispersion ou la combustion turbulente. Dans ces deux cas, des modèles supplémentaires sont exigés en plus d'une LES eulérienne classique. La qualité des toutes les structures simulées, les grandeurs statistiques caractéristiques, peuvent induire des erreurs sur les modèles supplémentaires pour la combustion ou la dispersion.

Sur le plan de la modélisation de sous-maille, peu de théories existent. La seule théorie rigoureuse existante est la théorie statistique de la turbulence, développée dans les années 70 par R. Kraichnan. Cette théorie consiste à modéliser les actions des petites structures non résolues par un bilan énergétique multi-échelles. R. Kraichnan a défini une viscosité de sous-maille comme un rapport de flux d'énergie à la dissipation. Le terme de flux d'énergie, lié à une corrélation triple dans l'espace spectral, est ensuite modélisé par des théories en deux points de la turbulence, par exemple la modélisation de Chollet et Lesieur (4). Cette approche, maintenant classique, a donné des résultats excellents, au moins sur la répartition spectrale d'énergie cinétique. Des comportements de turbulence à grand nombre de Reynolds, comme la loi $-5/3$ de Kolmogorov, ont été obtenus jusqu'aux plus petites structures simulées en LES.

Récemment, Cui *et al.* (3), Shao *et al.* (11), et E. Lévêque *et al.* (6), ont étendu la théorie spectrale pour la modélisation de sous-maille dans l'espace physique. Des bilans d'énergie inter-échelles dans l'espace physique ou l'équation de Kolmogorov, sont employés pour tirer des modélisations statistiques et dynamiques de sous-maille. Des résultats excellents sont obtenus dans des situations canoniques telles que la turbulence homogène isotrope ou l'écoulement turbulent en canal plan. Rappelons que C. Meneveau en 1993 (9) a été le premier à utiliser l'équation de Kolmogorov pour la modélisation de sous-maille. D'après les travaux de Meneveau (9), pour qu'on obtienne des résultats statistiques corrects sur le flux d'énergie ou les corrélations triples, il suffit que l'équation de Kolmogorov soit vérifiée. En d'autres termes, si on veut une bonne répartition spectrale de l'énergie cinétique turbulente, il faut que le flux d'énergie soit correctement simulé. Le transfert spectral ou inter-échelles doit être vérifié par l'équation de Kolmogorov. La vérification de l'équation de Kolmogorov par un modèle de sous-maille est une condition suffisante pour la LES, d'après Meneveau.

Pour caractériser le transfert entre les échelles, il est naturel de faire appel à une grandeur statistique qui est la di-symétrie (*skewness*) des dérivées de vitesse. Le skewness, d'après Batchelor (1), caractérise le mécanisme non-linéaire de la création des petites structures et les effets de la dissipation par ces dernières. Cerutti *et al.* (5) ont mesuré cette grandeur dans le cas d'un sillage turbulent et l'ont étudié en simulation numérique directe.

Dans le papier de Cui *et al.* (3), des modèles de sous-maille (CZZS) ont été obtenus à partir de l'équation de Kolmogorov pour le champ filtré. Ce sont des modèles de sous-maille qui font appel aux fonctions de structures d'ordre 2 et 3. Une version très simple des ces modèles fait apparaître directement le skewness :

$$\nu_t = -\frac{S_k}{8}\sqrt{D_{LL}(\Delta)}\Delta \quad (1)$$

où Δ est la taille du filtre et le skewness S_k est défini par :

$$S_k = \frac{D_{LLL}}{D_{LL}^{3/2}}$$

Cui *et al.* ont testé le modèle 1 dans le cas de turbulence homogène en décroissance et forcée. Des pentes spectrales en $-5/3$ ont été observées jusqu'à la fréquence de coupure (ou taille de filtre). De plus, la modélisation de CZZS 1 permet d'évaluer le coefficient du modèle classique de Smagorinsky, C_s , à partir du skewness simulé :

$$C_s = \sqrt{\frac{-S_k}{8\sqrt{15}}} \quad (2)$$

Cette expression 2 peut théoriquement constituer une alternative de la procédure dynamique de Germano (7). D'ailleurs, une valeur de C_S d'environ 0.12 est obtenue dans le cas de la turbulence homogène isotrope avec cette expression, si l'on utilise la valeur de $S_k = -0.45$, valeur issue de la théorie EDQNM pour le skewness.

Or dans la pratique, l'emploi du modèle 1 ou du modèle 2 peut ne pas être évidente si le skewness est mal simulé. Implicitement, le comportement spectral des structures doit en subir des conséquences. Nous nous proposons d'abord de vérifier le comportement du skewness et du coefficient C_s associé, dans un code de type industriel (volumes finis), en comparaison avec un code spectral. A partir de là, l'objectif est ensuite de tester la possibilité d'utilisation des modèles 1 et 2.

2 Méthodes numériques et cas test

Les équations utilisées sont les équations de Navier-Stokes filtrées, en incompressible pour le code spectral (11), et en compressible pour le code volumes finis (2). Les échelles de sous-maille sont représentées par divers modèles du tenseur associé.

Les deux méthodes numériques sont employées pour simuler le cas du canal plan. La méthode spectrale utilise les polynômes de Chebychev. Le code en volumes finis est un schéma conservatif, avec une discrétisation des termes convectifs à l'ordre 4 dans le cas homogène et à l'ordre 3 dans le cas inhomogène. L'avancement en temps est dans les deux méthodes de type Runge-Kutta. L'écoulement considéré est le canal plan avec un nombre de Reynolds, basé sur la vitesse de frottement, de l'ordre de 395. Le maillage utilise $48^2 \times 64$ points en spectral (64 points dans la direction perpendiculaire à la paroi), et $48 \times 89 \times 41$ en volumes finis ("longitudinal" x "perpendiculaire à la paroi" x "transversal").

Le code en volumes finis utilise le modèle de Lévêque (SISM) (6), alors que le code spectral dispose du modèle de Smagorinsky, du modèle dynamique de Germano et des modèles 1 et 2.

2.1 Résultats et discussion

Dans ce paragraphe, nous présentons les résultats qui correspondent au modèle 1 pour la méthode spectrale et au modèle SISM pour la méthode volumes finis. Sur la figure 1, nous présentons la valeur du skewness (calculé à partir des dérivées spatiales, cf. (3)) pour les deux méthodes utilisées. Nous pouvons constater que la valeur de skewness est de l'ordre -0.3 dans le centre du canal, qui est tout à fait correcte au regard des résultats de l'expérience de Cerutti (5). Dans la zone où $y^+ \in [10; 20]$, une valeur pic de près de -0.7 est trouvée dans les deux cas, mais la position du pic n'est pas tout à fait la même. Près de paroi, la valeur de skewness chute et atteint zero. Ces valeurs sont très encourageantes pour l'application de modèle 2 comme alternative de la procédure dynamique de Germano.

Sur la figure 2, nous montrons le coefficient de Smagorinsky, calculé à l'aide de l'équation 2. Nous observons le même type de comportement. Le pic de valeur de C_S est de l'ordre de 0.15, pour le deux méthodes. Au centre du canal, la valeur de C_S est de l'ordre de 0.1. Vers la paroi, la valeur de C_S tend vers 0. Ces résultats confirment la possibilité d'utiliser les modèles 1 et 2 pour la modélisation de sous-maille, même pour un code volumes finis de type industriel.

Le modèle 2 est alors testé avec la méthode spectrale. Sur les figures 3 et 4, nous montrons la vitesse longitudinale moyenne et les tensions de Reynolds. Les résultats (Present) sont com-

parés aux simulations directes (DNS) de Moser *et al.* (8), servant de référence, et aux résultats du modèle de Smagorinsky (SM) et du modèle dynamique (DSM). Nous pouvons constater les meilleurs résultats obtenus avec le modèle dynamique (DSM) et le modèle 2 (Present), par rapport au modèle de Smagorinsky (SM). Ces résultats appuyent alors la condition suffisante pour LES de C. Meneveau (9) : pour obtenir des statistiques de l'ordre 2 il suffit que les corrélations triples soient correctement simulées. Par ailleurs, la condition suffisante pour avoir de bonnes corrélations triples, c'est que l'équation de Kolmogorov soit bien vérifiée. Le modèle 2 remplit cette condition, c'est pourquoi le champ moyen ainsi que les tensions de Reynolds sont correctement obtenus par le modèle 2.

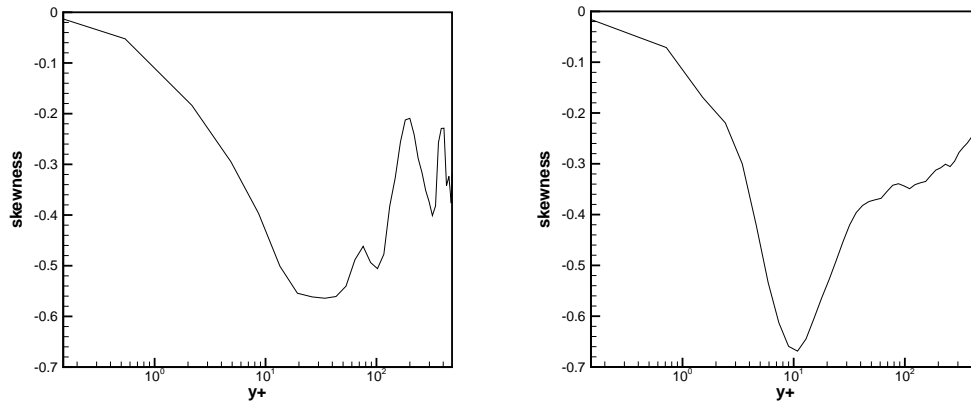


FIG. 1 – Skewness en fonction de la distance à la paroi. A gauche : méthode spectrale avec modèle 1 ; à droite : méthode volumes finis avec modèle SISM.

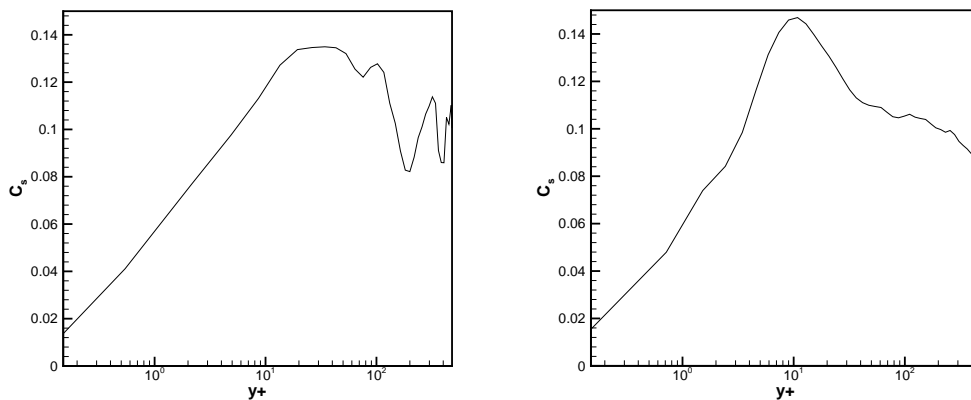


FIG. 2 – Coefficient de Smagorinsky (C_s) calculé par l'équation 2. A gauche : méthode spectrale avec modèle 1 ; à droite : méthode volumes finis avec modèle SISM.

3 Conclusions

Cette communication traite d'un aspect de base de la LES : le comportement et l'utilisation dans la modélisation de sous-maille du skewness des dérivées de vitesse. Les modèles de sous-maille dynamiques, basés sur ce skewness, sont étudiés dans le cas d'un canal plan. On montre

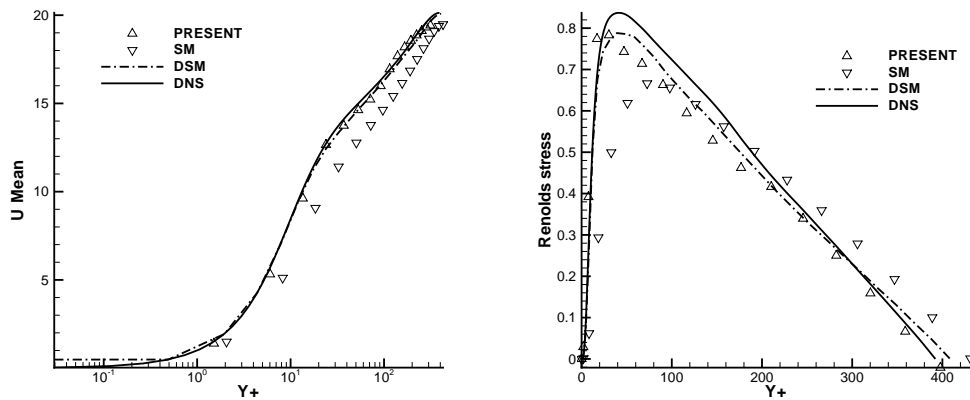


FIG. 3 – Méthode spectrale avec modèle 2. A gauche : champ moyen ; à droite : tensions de Reynolds.

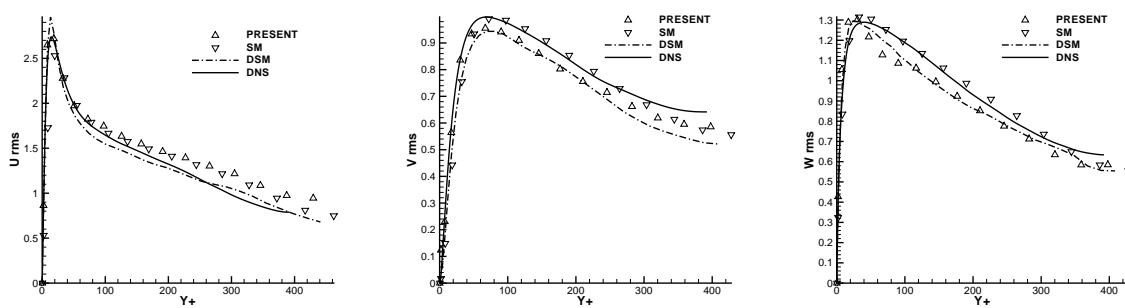


FIG. 4 – RMS des fluctuations par la méthode spectrale avec modèle 2. A gauche : composante longitudinale ; au milieu : composante transversale ; à droite : composante verticale à la paroi.

que la modélisation statistique de sous-maille, à l'aide des bilans d'énergie multi-échelles dans l'espace physique, permet de correctement simuler les transferts entre les différentes échelles. Le modèle CZZS offre des alternatives à la procédure dynamique de Germano et obtient des résultats très satisfaisants. Cette étude a aussi permis de vérifier la condition dite suffisante pour LES de Meneveau (9).

Le travail en cours consiste à appliquer cette nouvelle procédure dynamique dans le code de volumes finis et de simuler des situations complexes.

Références

- [1] G.K. Batchlor, "The theory of homogeneous turbulence", Cambridge Univ. Press, 1953.
- [2] J. Boudet, N. Grosjean, M.C. Jacob, "Wake-airfoil interaction as broadband noise source : a large-eddy simulation study", *International Journal of Aeroacoustics*, **4** (1+2), pp. 93-115, Jan. 2005.
- [3] Cui GX, Zhou HB, Zhang ZS and L. Shao, "A new dynamic subgrid eddy viscosity model with application to turbulent channel flow", *Phys. of Fluids*, **16**(8), pp. 2835-2842, (2004)
- [4] J.P. Chollet and M. Lesieur, "Parameterization for small scales of three dimensional isotropic turbulence using spectral closure, " *J. Atmos. Sci.*, **38**, 2747-2757 (1981).
- [5] S. Cerutti, C. Meneveau, A. Knio, "Spectral and hyper eddy viscosity in high-Reynolds-number turbulence", *Journal of Fluid Mechanics*, **vol.**, 421, pp. 307-333
- [6] E. Levêque, F. Tosci, L. Shao and J.P. Bertoglio, "Shear-Improved Smagorinsky Model for Large-Eddy Simulation of Wall-Bounded Flows", Accepted for publication in *Journal of Fluid Mechanics*, 2007
- [7] M. Germano, 1992, "Turbulence : the filtering approach," *J. Fluid Mech.*, **23**.
- [8] R. D. Moser, J. Kim, and N. N. Mansour, "Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to Re 590, ££, *Phys. Fluids*, **11**, 943 1999 .
- [9] C. Meneveau, 1994, "Statistics of turbulence subgrid-scale stresses : Necessary condition and experimental tests", *Phys. Fluids*, **6** (2), 815-833.
- [10] O. Métais and M. Lesieur, 1992, "Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence, " *J. Fluid Mech.*, **239**, 157-194.
- [11] L. Shao, Zhang ZS., Cui GX. and Xu CX. "Subgrid modeling of anisotropic rotating homogeneous turbulence", *Physics of Fluids*, 17(11), 2005
- [12] J. Smagorinsky, 1963, "General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment," *Mon. Weather Rev.*, **91**.