

# Etude expérimentale et numérique des structures de Kelvin-Helmholtz se développant dans les couches cisailées décollées autour d'un cylindre à section carrée à $500 \leq Re \leq 200000$

Christophe Brun<sup>1,2</sup>, Sandrine Aubrun<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Mécanique et d'Energétique, 8, rue Léonard de Vinci, 45072 Orléans

<sup>2</sup>Laboratoire d'Etudes Géophysiques et Industrielles, 38000 Grenoble

[christophe.brun@univ-orleans.fr](mailto:christophe.brun@univ-orleans.fr)

## Résumé :

On s'intéresse à l'analyse des échelles de temps caractéristiques de l'écoulement turbulent décollé autour d'un cylindre à section carrée afin d'en étudier la dépendance au nombre de Reynolds dans la gamme  $Re = 50$  à  $Re = 200000$ . L'utilisation de la Simulation des Grandes Echelles de la turbulence (SGE) à nombre de Reynolds intermédiaire et de l'Anémométrie LASER Doppler (LDA) à nombre de Reynolds élevé permet de caractériser les structures cohérentes présentes dans les couches cisailées du cylindre. Au delà de  $Re \approx 1000$ , la signature des structures de type Von Kármán (VK) et Kelvin-Helmholtz (KH) est présente simultanément dans le signal de vitesse. On étudie la combinaison de leurs fréquences caractéristiques à l'aide de transformée en ondelettes.

## Abstract :

The purpose of the present work is to study the various specific time scales of the turbulent separating flow around a square cylinder, in order to determine the Reynolds number effect on the separating shear layer, where occurs a transition to turbulence. Unsteady analysis based on Large Eddy Simulation (LES) at intermediate Reynolds numbers and LASER Doppler Velocimetry (LDV) measurements at high Reynolds numbers are carried out. The Reynolds number is ranging from  $Re = 50$  to  $Re = 200000$ . We focus on the coherent structures developing on the edges and in the wake of a square cylinder. For a large Reynolds number range above  $Re \approx 1000$ , both signatures of Von Kármán (VK) and Kelvin-Helmholtz (KH) type vortical structures are found on velocity time samples. The combination of their frequency signature is studied based on wavelet analysis.

## Mots-clefs :

**Structures cohérentes de Kelvin-Helmholtz ; SGE ; LDA**

## 1 Introduction

L'écoulement autour d'un cylindre est un problème multi-échelle dans le sens où les instabilités hydrodynamiques qui se développent dans le proche sillage sont de deux types, les instabilités de Kelvin-Helmholtz (KH) dans les couches cisailées décollées et les instabilités de Kármán (VK) dans le sillage [12]. Pour le cas d'un cylindre à section circulaire, l'interaction entre ces deux types de structures cohérentes a été étudiée aussi bien par des approches expérimentales [9, 12, 3] que numériques [2, 5], dans la continuité des travaux préliminaires détaillés de Bloor [1] d'observation et d'analyse : 'Transition to turbulence occurs before the separated layer rolls up in the wake... and is observed at all Reynolds number larger than  $Re = 1,300$ '. Bloor a en particulier montré que le rapport entre la fréquence de couche cisailée  $f_{SL}$  et la fréquence fondamentale de Kármán  $f_K$  était quasiment proportionnelle à  $\sqrt{Re}$ . Cette question a généré de nombreuses controverses au cours des 20 dernières années [9, 12, 13, 16, 5]. Le présent travail se propose d'étudier l'interaction de ces différentes échelles de temps dans les cas du cylindre à section carrée [17, 11].

	$Re$	$L_x$	$L_y$	$L_z$	$n_x \times n_y \times n_z$	$Cd$	$Cp_b$	$St$
SND 2D	50 – 110	14D	13D	–	321 × 274 × 1	1.5 – 1.4	–0.9	0.133-0.171
SGE	500-2000	14D	13D	4D	220 × 175 × 18	2.6	–2.0	0.142-0.132
LDV	2.10 <sup>4</sup> -20.10 <sup>4</sup>	50D	20D	20D	–	–	–	0.130-0.140

TAB. 1 – paramètres de la configuration d'étude

## 2 Configuration d'étude

On étudie le comportement instationnaire de l'écoulement turbulent dans les couches cisailées décollées autour d'un cylindre carré. Le nombre de Reynolds, basé sur la vitesse de l'écoulement amont  $U_o$  et le diamètre du cylindre  $D$  varie de  $Re = 50$  à  $Re = 200000$ . on privilégie l'approche numérique de type Simulation des Grandes Echelles de la turbulence (SGE) aux nombres de Reynolds intermédiaires et l'approche expérimentale d'Anémométrie Laser Doppler (LDA) à haut nombre de Reynolds. Pour l'étude des régimes de Reynolds  $500 \leq Re \leq 5000$ , la SGE permet d'accéder aux caractéristiques instationnaires les plus énergétiques de l'écoulement pour un coût réduit, par rapport à la Simulation Numérique Directe (SND). Les simulations numériques sont effectuées avec le code Trio\_U de résolution des équations de Navier-Stokes, développé par le CEA-Grenoble, et dont une version parallélisée a été portée sur les calculateurs de l'IDRIS pour cette application. On résout les équations de Navier-Stokes incompressibles avec une discrétisation de type volumes finis [8]. On utilise un schéma centré d'ordre 4 pour le terme convectif, d'ordre 2 pour le terme diffusif, l'avancement temporel des équations est effectué par un schéma de type Runge-Kutta d'ordre 3, la résolution de l'équation sur la pression est assurée par une méthode de gradient conjugué préconditionnée SSOR. En entrée du domaine, une vitesse uniforme est imposée, sur les parois latérales, une condition de glissement sans frottement. Enfin, une condition d'Orlansky permet d'adveciter les structures tourbillonnaires en sortie du domaine. On a mené des SND 2D avec 87954 points à bas nombre de Reynolds  $Re \leq 110$  et des SGE avec 693000 points à  $Re = 500$ ,  $Re = 1000$ ,  $Re = 1500$ , et  $Re = 2000$  (tableau 1). Le maillage est resserré près de la paroi du cylindre si bien qu'aucune loi de paroi n'est utilisée dans la direction  $y$ . Une résolution plus faible est imposée dans la direction d'envergure  $z$  ( $\Delta z = 0.2D$ ) mais acceptable par rapport à d'autres études numériques dans la littérature de type SND à  $Re = 500$  avec  $\Delta z = 0.15D$  [15], et SGE à  $Re = 21,400$  avec  $0.08D \leq \Delta z \leq 0.32D$  [14]. Ce choix de discrétisation est en accord avec l'objectif de l'étude de résoudre avec précision les structures de Kelvin Helmholtz que l'on sait être des instabilités 2D dans leur phase initiale de formation [12]. Le modèle de turbulence utilisé est le modèle de fonction structure sélective [10].

Pour les régimes de Reynolds  $20000 \leq Re \leq 200000$ , une campagne expérimentale a été menée dans la soufflerie du LME-Orléans dont les régimes de vitesse sont dans la gamme  $3m/s \leq U_o \leq 30m/s$ . Un cylindre de section carrée de diamètre  $D = 100mm$  a été placé à une distance  $x - x_o = 20D$  en aval de la sortie du convergent (coefficient de contraction 25 : 4). La section d'essai  $L_y \times L_z = 2m \times 2m$  permet un rapport d'aspect  $L_z/D$  suffisant (tableau 1) pour réduire l'influence des effets de bord. En entrée de la section d'essai l'épaisseur de la couche limite ne dépasse pas 1cm. Les profils de vitesse présentent une homogénéité spatiale à 0.5% près. Le taux de turbulence est de moins de 0.8%. L'utilisation d'un moyen de mesure non intrusif et à 2 composantes de vitesse est primordiale pour cette étude de l'écoulement recirculant au dessus de la paroi du cylindre. Un système LDA Dantec bichromatique Argon est utilisé avec un volume de mesure  $Lo \times ho \times ho = 1.74mm \times 90.5\mu m \times 90.5\mu m$ , et un espace interfrange  $i = 3.74\mu m$ . Un ensemencement de particules de DEHS ( $C_{26}H_{50}O_4$ ) de taille de l'ordre de  $0.25\mu m$ , de temps de vie long et de coefficient de réflexion élevé a permis d'obtenir une haute résolution fréquentielle (10 à 20 KHz à  $U_o = 3m/s$ ) nécessaire pour l'analyse des structures de type KH.

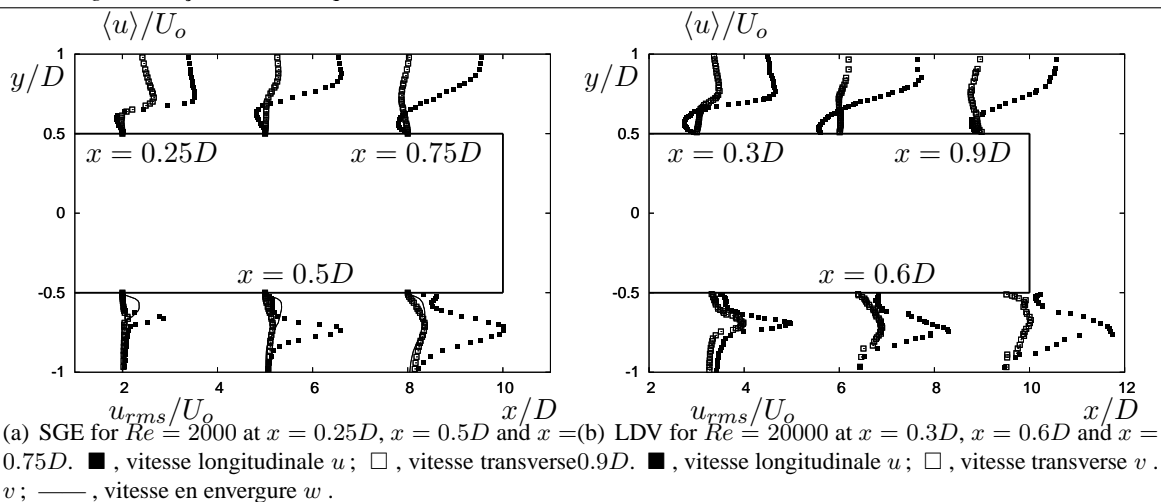


FIG. 1 – Profils de vitesse moyenne et RMS dans la zone d'écoulement décollé autour d'un cylindre à section carrée issus de simulation SGE (gauche) et de mesures LDV (droite).

### 3 Description des couches cisillées décollées

Pour un cylindre à section carrée, la première bifurcation de Hopf mène à la formation de l'allée de VK à partir de  $Re = 47 \pm 2$  [15]. Dans toute la gamme de nombre de Reynolds considérée dans cette étude, la fréquence de lâcher de tourbillon de VK est de l'ordre de  $St = \frac{f_K D}{U_o} \approx 0.15$  [17]. La validation du code de calcul est effectuée sur la base de simulations 2D à bas nombre de Reynolds  $50 \leq Re \leq 110$ . Le seuil d'apparition de l'instabilité absolue de VK et la dépendance de sa fréquence caractéristique avec le nombre de Reynolds  $St \times Re = 0.18Re - 3.7$  sont bien reproduits [15]. Les effets 3D importants apparaissent dans le sillage au delà de  $Re \geq 150 - 200$  [15]. L'écoulement décolle alors à partir du coin amont du cylindre. Les SGE effectuées à  $Re = 500 - 2000$  sont dans le régime suivant pour lequel les instabilités de KH se développent dans les couches cisillées autour du cylindre. Les profils de vitesse moyenne et RMS ont été déterminés pour la SGE à  $Re = 2000$  et pour la LDA à  $Re = 20000$  (fig 1) et sont comparables avec ceux de la littérature [11]. Les mêmes tendances sont obtenues en terme de topologie de la zone de recirculation autour du cylindre, mais la déstabilisation de la couche cisillée décollée commence plus tôt lorsque le nombre de Reynolds augmente. On détermine pour ces 2 cas d'étude l'épaisseur de vorticité et l'épaisseur de quantité de mouvement, respectivement  $\delta_\omega = 0.062D$  et  $\theta_o = 0.0132D$  à  $Re = 2000$  en  $x = 0.25D$  et  $\delta_\omega = 0.0158D = 1.58mm$  et  $\theta_o = 0.0047D = 0.47mm$  à  $Re = 20000$  en  $x = 0.2D$ . Ces résultats sont conformes à ceux attendus pour une couche de mélange au sens où  $\delta_\omega$  est 3 à 5 fois plus grand que  $\theta_o$  et où les 2 épaisseurs diminuent lorsque le nombre de Reynolds augmente. Lorsqu'on suit la formation des structures KH au cours d'une demi période de l'allée de Kármán à  $Re = 1500$  (figure 2), on observe que les 2 couches de mélanges supérieures et inférieures se déstabilisent pour former chacune 2 à 3 structures tourbillonnaires advectées puis absorbées dans le sillage. Ce comportement est similaire à celui du sillage de cylindre circulaire pour lequel l'apparition de structures KH se produit aux alentours de  $Re = 1,200$  [1, 11]. Les appariements de structures KH sont presque systématiques. On remarque à partir de  $t = t_o + 0.6D/U_o$  le retour de tourbillons KH le long de la paroi en direction du coin amont et leur appariement/absorption avec les structures primaires de la couche cisillée décollée en  $t = t_o + 1.8D/U_o$ . A plus haut nombre de Reynolds, les structures KH se développent de plus en plus tôt dans les couches cisillées décollées et sont de taille de plus en plus fine [7]. Des appariements entre KH existent mais le processus d'absorption avec des structures de retour n'a pas été constaté, une raison possible étant l'étroitesse de la zone de transition à ces Reynolds.

#### 4 Analyse temps-fréquence

L'écoulement est sensible à la fois aux mouvements à grande échelle du sillage de Kármán et à la transition à la turbulence initiée par les structures KH locales. Chacune de ces instabilités a son comportement propre plus ou moins intermittent et agit à des échelles de temps d'ordre de grandeur différent si bien que l'analyse temps-fréquence est beaucoup plus adaptée que l'analyse classique de Fourier.

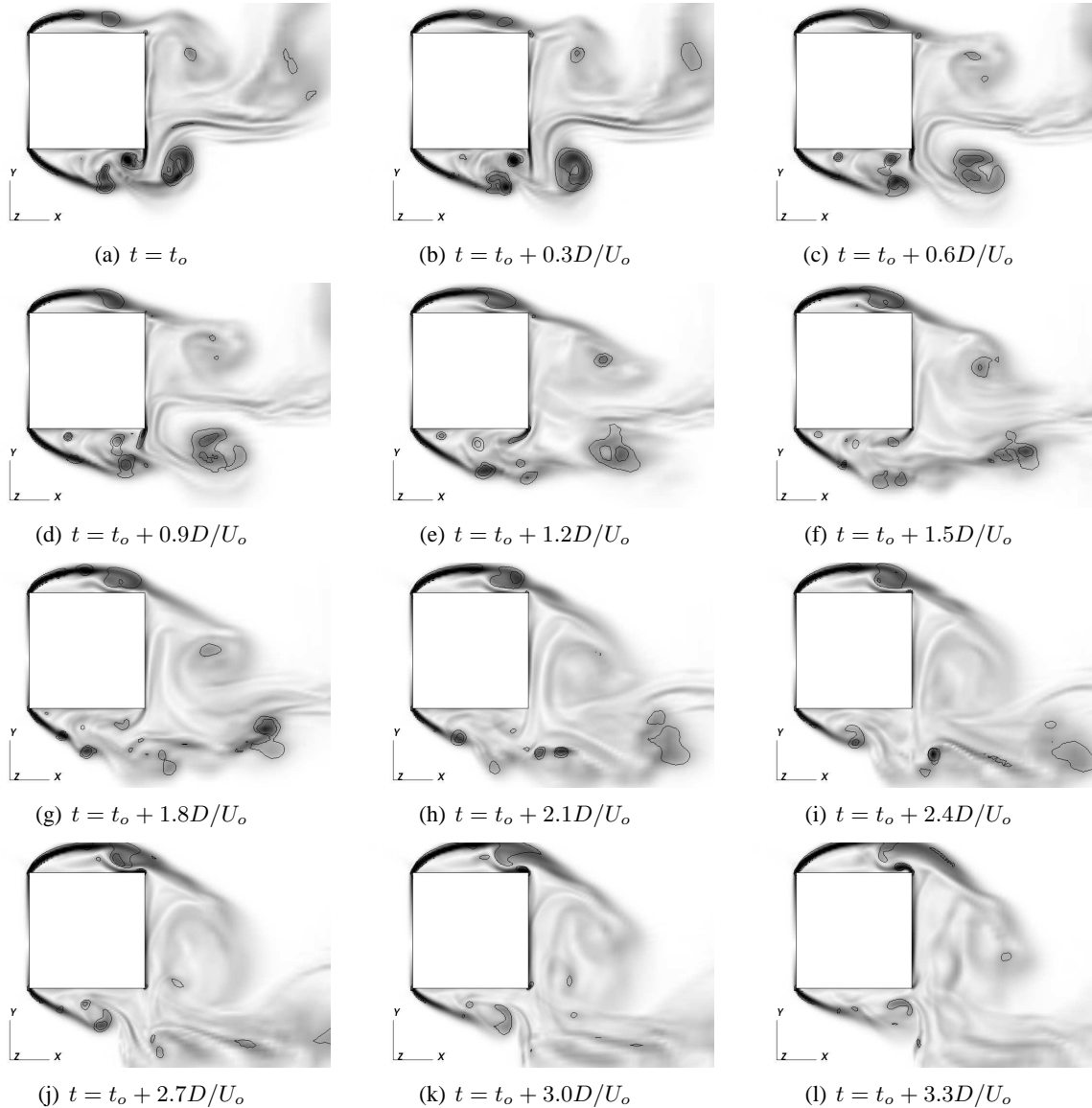


FIG. 2 – Visualisation de la formation des KH au-dessous du cylindre pendant un 1/2 cycle de lâcher de tourbillon de l'allée de Kármán à  $Re = 1500$ . Isovaleurs du critère  $Q$  :  $Q = 3U_o^2/D^2$  et  $Q = 5U_o^2/D^2$ .

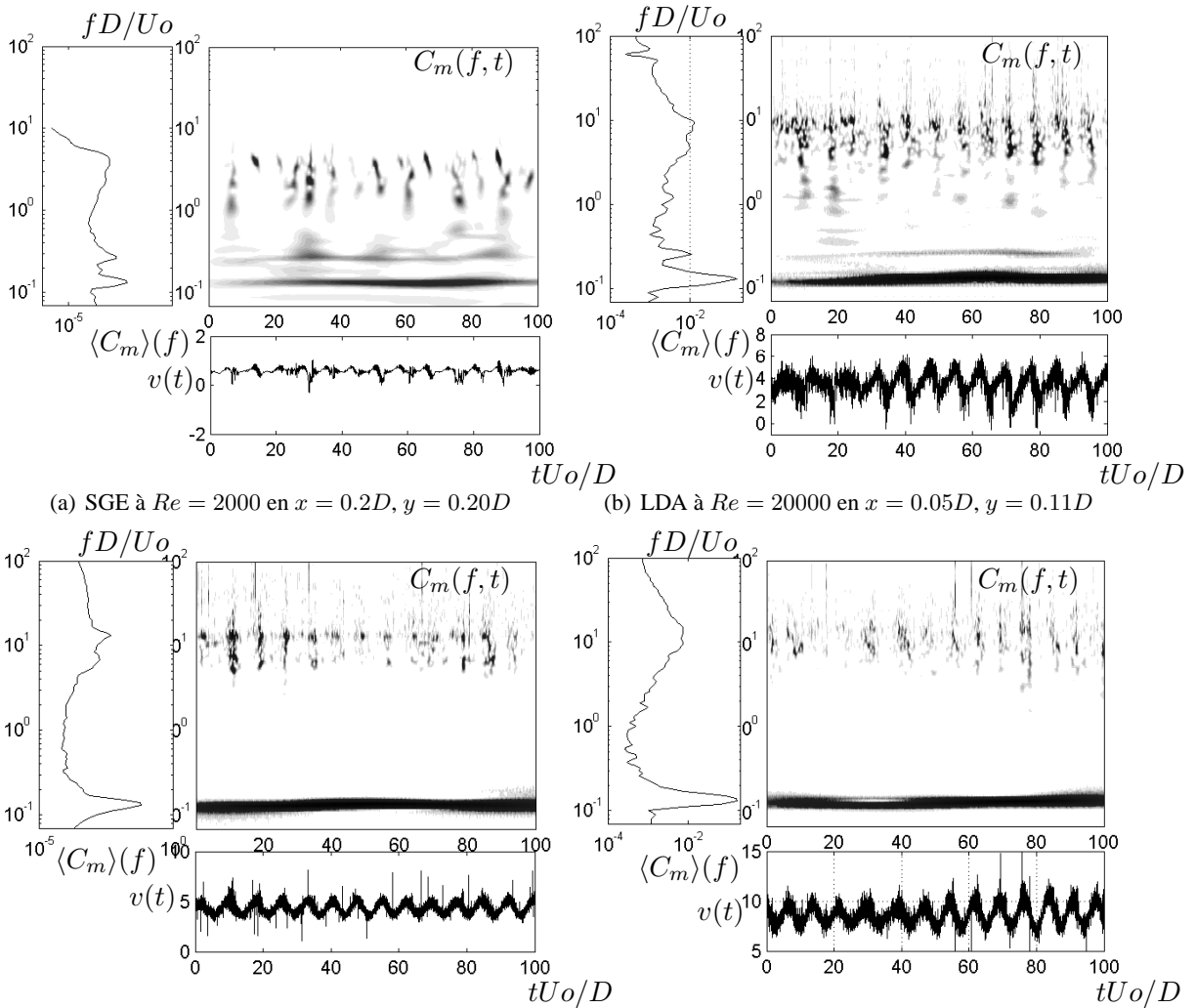


FIG. 3 – Analyse temps fréquence du signal de vitesse transverse dans l'écoulement décollé autour d'un cylindre carré. Séparation des contributions des modes VK et KH par transformée en ondelette.

Une décomposition en ondelette continue  $1D$  est appliquée sur les échantillons de vitesse  $v$  dans la zone cisailée afin de séparer les contributions des modes VK et KH [6]. On considère une ondelette de Morlet complexe  $\psi_{T_o, \tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi T_o}} e^{2i\pi \frac{t-\tau}{T_o}} e^{-\frac{(t-\tau)^2}{T_o^2}}$ . La figure (3) montre l'évolution temporelle du module du coefficient associé à la transformée en ondelette  $1D$ ,  $C_m(T_o, \tau) = \int_0^\infty v'(t) \psi_{T_o, \tau}^*(t) dt$ . et sa moyenne  $\langle C_m \rangle(f)$ . L'instabilité de VK est présente en continu aux alentours de  $St = 0.13 - 0.14$  alors que la signature des KH apparaît de façon intermittente pour 2 valeurs de fréquence correspondant plus ou moins à des harmoniques :  $fD/U_o = 2.2$  et  $3.5$  à  $Re = 2000$ ,  $fD/U_o = 5$  et  $10$  à  $Re = 20000$ . La théorie de stabilité linéaire appliquée aux couches de mélanges prévoit une fréquence fondamentale de couche cisailée de  $f_{KH} = 0.033U_c/\theta_o$ , basée sur  $\theta_o$ . Les résultats présents sont globalement du bon ordre de grandeur, avec  $f_{KH}\theta_o/U_c \in [0.035, 0.056]$  pour le cas à  $Re = 2000$  et  $\in [0.013, 0.027]$  pour  $Re = 20000$ . Pour des écoulements recirculants de ce type,  $\delta_\omega$  est l'échelle spatiale caractéristique[4] et la fréquence caractéristique attendue vaut  $f_{KH}\delta_\omega/U_c \in [0.2, 0.3]$ . On obtient  $[0.18, 0.28]$  et  $[0.15, 0.31]$ . A haut nombre de Reynolds les deux fréquences dominantes correspondent à la fréquence de KH fondamentale  $f_{SL}$  et à sa sous-harmonique  $0.5f_{SL}$  qui provient d'un mécanisme classique d'appariement. A nombre de Reynolds intermédiaire, les deux fréquences dominantes ne sont pas proportionnelles et c'est la plus basse qui correspond à  $f_{SL}$ . Le mécanisme de recirculation de KH décrit précédemment est un bon candidat pour

expliquer qu'il apparaisse des harmoniques par simple réintroduction de structures cohérentes dans la couche cisailée décollée et que la fréquence résultante ne soit pas exactement  $2f_{SL}$  du fait de la différence entre vitesse d'advection et vitesse de retour. Finalement le rapport  $f_{SL}/f_K$  augmente clairement avec le nombre de Reynolds selon un loi puissance d'exposant de l'ordre de celui obtenu pour le cas du cylindre circulaire entre  $n = 0.5$  [1, 16, 5] et  $n = 0.67$  [12, 13].

## 5 Conclusions

On a étudié les signaux de vitesse issus de simulations SGE et de mesures LDA de l'écoulement turbulent dans les couches cisailées décollées autour d'un cylindre carré dans une large gamme de nombre de Reynolds. L'utilisation d'outils numériques et expérimentaux avec une forte résolution spatiale et temporelle a permis de générer une banque de donnée riche en information fréquentielle caractéristique du problème multi-échelles considéré. La mise en oeuvre d'outils d'analyse temps-fréquence tels que la transformée par ondelettes offre une méthode précise de détermination du rapport  $f_{SL}/f_K$  qui permette de lever l'incertitude sur la valeur de l'exposant de la loi puissance en fonction du Reynolds, et de confirmer le phénomène d'appariement propre aux couches de mélanges dans les écoulements décollés recirculants [13, 16].

## Remerciements

Les calculs ont été effectués à l'IDRIS avec le code Trio\_U développé par le CEA Grenoble. L'étude entre dans le cadre d'un projet DFG-CNRS UR 507 du GDR européen MFN intitulé 'LES of complex flows'. Les auteurs remercient Philippe Ravier pour ses conseils avisés sur l'utilisation et l'analyse des transformées par ondelettes et Thomas Goossens pour avoir initié cette étude au cours de sa thèse de doctorat.

## Références

- [1] M.S. Bloor. *J. Fluid Mech.*, 19 :290, 1964.
- [2] M. Braza, P. Chassaing, and H. Ha Minh. *J. Fluid Mech.*, 165 :79, 1986.
- [3] C. Brun, D. Tenchine, and Hopfinger E.J. *Experiments in Fluids*, 2004.
- [4] N.J. Cherry, R. Hillier, and Latour M.E.M.P. *J. Fluid Mech.*, 144 :13–46, 1984.
- [5] S. Dong, G.E. Karniadakis, A. Ekmecki, and D. Rockwell. *J. Fluid Mech.*, 569 :185–207, 2006.
- [6] M. Farge. *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 24 :395–457, 1992.
- [7] T. Goossens. In *PhD Thesis*, 2005. Université d'Orléans.
- [8] R.J.A. Howard and M. Pourquie. *Journal of Turbulence*, 3(012), 2002. Institute of Physics Pub Ltd.
- [9] A. Kourta, H.C. Boisson, P. Chassaing, and H. Ha Minh. *J. Fluid Mech.*, 181 :141, 1987.
- [10] M. Lesieur and O. Métais. *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 28 :45–82, 1996.
- [11] D.A. Lyn and W. Rodi. *J. fluid Mech*, 267 :353–376, 1994.
- [12] A. Prasad and C.H.K. Williamson. *J. Fluid Mech.*, 333 :375, 1997.
- [13] S. Rajagopalan and Antonia R.A. *Experiments in Fluids*, 38 :393–402, 2005.
- [14] W. Rodi, J.H. Ferziger, M. Breuer, and M. Pourquie. *ASME J. Fluid Engng* 119 (2), 119 :248–262, 1997.
- [15] A. Sohankar , C. Norberg , and L. Davidson. *Phys. fluids*, 11 :288–306, 1999.
- [16] M.C. Thompson and K. Hourigan. *Phys. Fluids*, 17 :1–4, 2005.
- [17] B. J. Vickery. *J. fluid Mech.*, 25 :481–494, 1966.