

Sur l'évolution du taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique dans la zone d'établissement d'un jet rond turbulent

Guillaume Boutin, Luminita Danaila et Bruno Renou

CORIA, Avenue de l'Université, BP 12, 76801 Saint Etienne du Rouvray, danaila@coria.fr

Résumé :

Nous présentons une approche analytique sur l'évolution dans la zone proche sortie d'un jet rond turbulent, du taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence, $\langle \epsilon \rangle$. Plus précisément, nous allons considérer la forme homogène de cette grandeur $\langle \epsilon \rangle_{hom} = 3\nu \langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \rangle$, ν étant la viscosité moléculaire. L'évolution de $\langle \epsilon \rangle_{hom}$ dépend de plusieurs paramètres : un premier représentant l'étirement de la vorticité par le champ de cisaillement turbulent, un deuxième étant un terme de destruction par la viscosité moléculaire. Deux autres termes sont mis en évidence dans cette zone, un de cisaillement du champ de vitesse moyenne et un dernier qui reflète la diffusion turbulente. Notre équation est favorablement testée en utilisant des données expérimentales obtenues dans la zone proche de sortie d'un jet rond turbulent, à un nombre de Reynolds, $R_\lambda \sim 120$.

Abstract :

This paper deals with an analytical approach on the transport equation for the mean energy dissipation rate $\langle \epsilon \rangle$, and more precisely with a particular form of this magnitude, $\langle \epsilon \rangle_{hom} = 3\nu \langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \rangle$, ν is the molecular viscosity. L'évolution de $\langle \epsilon \rangle_{hom}$. We study the transition zone between a turbulent tube flow and a fully developed axisymmetric turbulent jet. Very few analytical studies are devoted to this field, because of its hydride character between two laboratories flow well known (tube flow and free fully developed turbulent jet). The evolution of $\langle \epsilon \rangle$ depends on four parameters: the first one represents the strain of the vorticity by the mean turbulent shear layer, whereas the second one is a destruction term through molecular viscosity. A third one depends on the mean velocity shear, while the last one is the turbulent diffusion. Our equation is checked against experimental data obtained by PIV, in an free axisymmetric turbulent jet and allows for a good verification of $\langle \epsilon \rangle$ evolution, for a Reynolds number $R_\lambda \sim 120$.

Mots-clefs :

Jet rond turbulent, approche analytique, taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence

Mots-clefs :

Axisymmetric turbulent jet, Analytical approach, Mean dissipation rate of turbulent kinetic energy

1 Introduction

Les jets axisymétriques, en tant qu'écoulements *a priori* simples et très bien référencés dans la littérature, ont des applications très importantes dans l'industrie automobile, notamment pour l'optimisation du mélange carburant/air visant à améliorer les rendements de combustion, mais aussi à réduire les émissions de polluant. La plupart des études sont dédiées à la zone auto-similaire des jets, car les développements analytiques sont (un peu) plus simples. Peu d'études sont dédiées à la zone de proche sortie du jet, alors que de nombreuses applications pratiques concernent le cône potentiel des jets. Par exemple, dans des réacteurs de mélange, de

multiples jets impactent les uns devant les autres, mais à des distances L/D petites. Une autre application concerne la combustion (injection par des jets dans des chambres de combustion), éventuellement des jets swirlés. Dans un certain nombre d'échangeurs/refroidisseurs, l'échange de chaleur se fait par des jets qui se développent sur des distances courtes par rapport à leur diamètre. Cette zone de proche sortie est une zone de transition entre un écoulement de type tuyau et un jet rond libre auto-similaire.

D'un autre côté, le taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence $\langle \epsilon \rangle$ est une grandeur centrale dans la caractérisation d'un écoulement, et permet la détermination de différentes échelles caractéristiques, du temps caractéristique de la turbulence etc. *Le but de cette étude est de modéliser fiablement l'évolution de $\langle \epsilon \rangle$ entre un écoulement de tube, et un écoulement de jet rond auto-similaire.* Dans cette perspective, nous nous intéressons à l'équation d'évolution de la forme homogène du taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique $\langle \epsilon \rangle_{hom} \equiv 3\nu \langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \rangle = 3\nu \left\langle \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\rangle$, où x est la direction de l'écoulement u et v sont les fluctuations de vitesse selon la direction de l'écoulement (x) et radiale respectivement. L'hypothèse d'axisymétrie a été utilisée implicitement. Notons que l'évolution de la forme isotrope de $\langle \epsilon \rangle$, $\langle \epsilon \rangle_{iso} \equiv 15\nu \left\langle \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\rangle$, a déjà été étudiée analytiquement et expérimentalement par Batchelor & Townsend (1947), Lesieur (1997), Zhou *et al.* (2000).

Nous présentons tout d'abord une approche théorique de l'évolution $\langle \epsilon \rangle_{hom}$ (section 2), basée sur une approche développée dans Danaila *et al.* (2003). Dans une seconde partie (section 3), nous présentons le dispositif expérimental et la technique de PIV utilisée. Nous comparons enfin (section 4.2) les différents termes de l'équation de transport du taux de dissipation d'énergie turbulente.

2 Développement analytique

Nous allons noter les composantes de la vitesse moyenne U selon l'axe du jet x et V selon la direction radiale ρ . Une forme très générale de l'équation de Kolmogorov est :

$$-\frac{1}{r^2} \int_0^r s^2 \left[U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial \rho} \right] \langle (\delta q)^2 \rangle ds - \frac{1}{r^2} \int_0^r s^2 \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial \rho} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \langle \delta u \delta v \rangle + \frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \langle (v + v^+) (\delta u_i)^2 \rangle) + 2 \frac{\partial U}{\partial x} [\langle u^2 \rangle - \langle v^2 \rangle] \right] - \langle \delta u (\delta q)^2 \rangle + 2\nu \frac{d}{dr} \langle (\delta q)^2 \rangle = \frac{4}{3} \langle \epsilon \rangle_{hom} r, \quad (1)$$

où $(\delta q)^2 = (\delta u_i) \cdot (\delta u_i)$ et $\delta u_i \equiv u_i(x_1 + r) - u_i(x_1)$ représentent les incréments longitudinaux de différentes composantes de la vitesse, entre deux points de l'espace séparés par r . Nous suivons à présent une démarche similaire à celle présentée dans Antonia *et al.* (2000), en faisant un développement en série de Taylor de la fonction $\langle (\delta q)^2 \rangle$, lorsque la séparation $r \rightarrow 0$: $\langle (\delta q)^2 \rangle \simeq \left\langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) \right\rangle \cdot r^2 - \frac{1}{12} \left\langle \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1^2} \right) \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1^2} \right) \right\rangle \cdot r^4$. En remplaçant cette relation dans l'Eq. (1), en utilisant la définition de $\langle \epsilon \rangle_{hom}$ et en sélectionnant uniquement les termes en r^3 , nous obtenons :

$$-\frac{1}{15\nu} \left[U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial \rho} \right] \langle \epsilon \rangle_{hom} - \frac{2}{5} \left[\frac{\partial U}{\partial \rho} + \frac{\partial V}{\partial x} \right] \left\langle \frac{\partial u_3}{\partial x} \frac{\partial u_1}{\partial x} \right\rangle - \frac{2}{15\nu} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \langle v q^2 \rangle) \frac{\langle \epsilon \rangle_{hom}}{\langle q^2 \rangle} - \frac{2}{5} \frac{\partial U}{\partial x} \left[\left\langle \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\rangle \right] = \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \right\rangle + \frac{2}{3} \nu \left\langle \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} \right) \right\rangle. \quad (2)$$

L'équation (2), après normalisation et quelques calculs, s'écrit sous une forme simplifiée

$$D + S + TD + P = A + B, \quad (3)$$

qui dépend tout d'abord de deux paramètres :

$$S_q = \frac{\left\langle \frac{\partial u_1}{\partial x} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \right\rangle}{\left\langle \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}} \left\langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \right\rangle} \quad \text{et} \quad G_q = \frac{\langle u_i u_i \rangle \left\langle \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} \right) \right\rangle}{\left\langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \right\rangle^2}. \quad (4)$$

Le terme D est le terme d'advection ('decay'); S est le terme de cisaillement ('shear'); le terme TD est la diffusion turbulente ('turbulent diffusion') et P est le terme de production. Ce dernier est négligeable dans la zone d'écoulement que nous étudions ici, et nous allons l'omettre par la suite. Les termes A et B sont des termes classiques, qui dépendent respectivement de S_q et G_q . Le terme S_q est un terme de production de dissipation $\langle \epsilon \rangle_{hom}$ via l'étirement de la vorticité par le champ de cisaillement turbulent, alors que G_q est un terme de destruction de $\langle \epsilon \rangle_{hom}$ par la viscosité moléculaire. Les autres termes sont l'expression de l'évolution en x de ϵ , du cisaillement, et finalement de la diffusion turbulente. Nous allons montrer par la suite comment ces termes nouveaux interviennent dans le budget total.

3 Dispositif expérimental

Nous étudions le comportement des termes de production, destruction et d'advection de la dissipation homogène pour différentes position x/D en aval de l'injecteur. La zone de mesure s'échelonne de 0 à 5 diamètres d'injecteur permettant de visualiser l'évolution du taux moyen de dissipation dans la zone potentielle de l'écoulement. La figure 1 est une illustration schématique de notre dispositif expérimental. Celui-ci est constitué d'un jet de diamètre $D=5\text{mm}$ entouré d'un co-flow laminaire. Ce système expérimental a été réalisé dans le but d'obtenir un écoulement turbulent établi au niveau du tube ($Re = 7000$) et un co-flow laminaire de vitesse débitante 1 m/s .

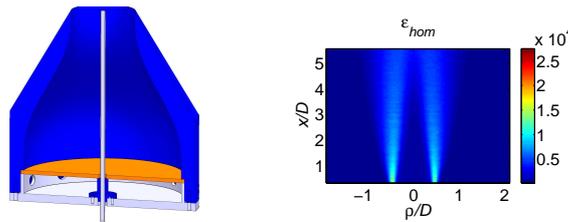


FIG. 1 – Schéma du système expérimental (gauche) et distribution de $\langle \epsilon \rangle_{hom}$ (droite).

Les mesures de deux composantes de vitesse ont été effectuées par Velocim trie par Image de Particules (PIV). Les écoulements (jet et co-flow) sont ensemencés par de fines particules d'huile d'olive de diamètre moyen de $1\ \mu\text{m}$. La source lumineuse est une source laser Nd :YAG (Big Sky laser, $\lambda = 532\text{ nm}$, 120 mJ/pulse). La lumière diffusée par les particules est collectée par une caméra CCD (FlowMaster La Vision, 12 bits, $1280 \times 1024\text{ pix}^2$) avec un objectif de $85\text{ mm } f/1.4$ Nikkor donnant un grandissement de 50 px/mm . Le champ objet mesuré est alors de $20 \times 26\text{ mm}^2$. Les calculs de PIV sont réalisés par le logiciel Davis 6.2 (LaVision), qui utilise un algorithme multi-pass et adaptatif proposé par Scarano et Reithmuller (2000). La taille initiale de la fenêtre d'interrogation est de 64 pix^2 et 6 itérations sont utilisées pour obtenir une fenêtre finale d'interrogation de 16 pix^2 , avec un recouvrement de 50%, soit 8 pixels d'écart entre chaque vecteur. L'épaisseur de la nappe laser est inférieure à $500\ \mu\text{m}$.

4 Résultats expérimentaux

Le but de cette partie est de présenter les caractéristiques dynamique de notre jet turbulent. Les moyennes sont effectuées sur 6000 champs instantanés de vecteur permettant une bonne convergence des statistiques. Tout d'abord nous présentons les champs moyens (4.1), puis les différents termes intervenant dans l'équation d'évolution de la dissipation d'énergie cinétique turbulente (4.2). La figure 1 (droite) représente le champ $\langle \epsilon \rangle_{hom}$ dans la zone étudiée. Il est à remarquer son évolution entre des valeurs très grandes au voisinage de la paroi (à $x/D \approx 0$), et des valeurs plus grandes sur l'axe du jet, à $x/D = 5$.

4.1 Les champs de vitesse moyennes

La figure 2 représente les champs de vitesse axiale et radiale moyen. Le champ de vitesse axiale ci-dessous montre l'étendue de la zone de mesure. On distingue la zone d'écoulement potentiel ($\langle U \rangle = cste$). Cette zone est la zone d'induction de l'écoulement, elle n'est pas encore influencée par les conditions extérieures et aucune instabilité ne s'est encore développée. Le gradient est nul au centre ce qui implique qu'il n'y a pas de cisaillement dans cette zone mais uniquement un transport d'ensemble. Les gradients restent constants et importants dans la zone comprise entre $\rho/D = 0.4$ et $\rho/D = 0.8$. Le champ radial est anti-symétrique. L'expansion du jet observée expérimentalement se traduit par une augmentation de cette composante de la vitesse pour $\rho/D = cste$.

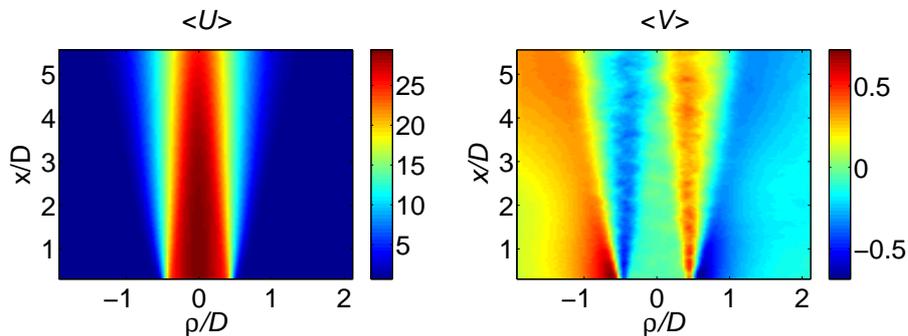


FIG. 2 – Champs de vitesse moyenne : $\langle U \rangle$ (gauche) et $\langle V \rangle$ (droite).

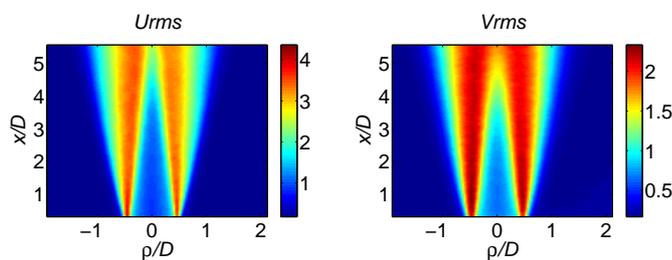


FIG. 3 – Ecart-type des fluctuations de vitesse : U (gauche) et V (droite).

Au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la buse, la couche de cisaillement interne croît progressivement vers le centre du jet, d'où l'augmentation du taux de turbulence le long de cette couche (figure 3).

4.2 Evolution de $\langle \epsilon \rangle_{hom}$

Compte tenu de l'algorithme utilisé, notre résolution spatiale est 8 pixels (soit 8η , où η est la micro-échelle de Kolmogorov). Cette limitation a une grande importance pour le calcul du terme de destruction, G_q , c'est est un terme en k^4 . Le bruit étant important pour les grands nombres d'ondes, il se répercute à la puissance 4 sur le calcul de G_q . Nous avons donc filtré nos termes, par un filtre Gaussien 3×3 pixels. Ce filtre a pour effet de lisser et donc de sous estimer les termes de l'équation. D'autre part, en effectuant un bilan énergétique en un point (pas présenté ici), nous pouvons tirer la conclusion que les termes de corrélation vitesse–pression sont négligeables. Nous nous concentrons donc uniquement sur les termes prépondérants de cette équation, qui sont les termes d'advection D , de cisaillement S et de diffusion turbulente TD , présentés sur la figure 4. Il est à observer que ces termes sont très importants dans la zone de fort cisaillement, à $\rho/D = \pm 0.5$. Les termes classiques, A et B ne sont pas représentés ici. Sur la figure 4 droite, le membre de gauche de l'équation 2 est comparé au membre de droite ($A + B$). Il est évident que ces deux ont le même comportement, malgré de différences notables (50%). Ces différences sont attribuées aux erreurs d'estimation des termes A et B à partir de la PIV (qui a une résolution de 8η), mais également au fait que dans l'écriture des équations de transport, les termes de corrélation (gradients de) vitesse–pression ont été volontairement négligés.

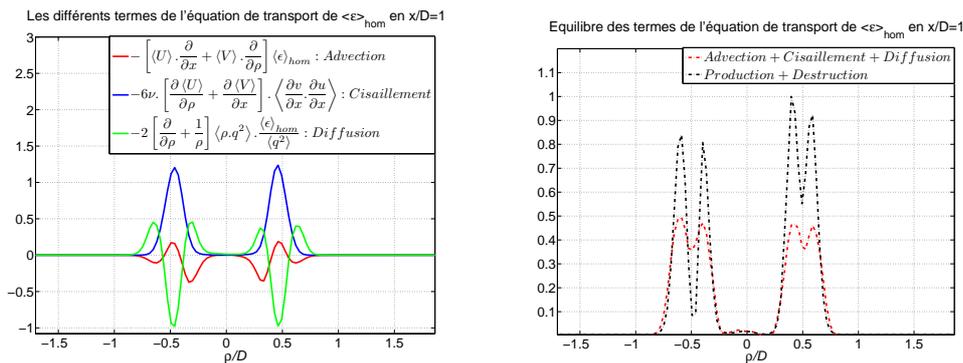


FIG. 4 – Gauche : Les termes D (rouge), S (bleu) et TD (vert) de l'équation 2, en $x/D = 1$. Droite : Comparaison entre $D + S + TD$ (rouge) et $A + B$ (noir), à $x/D = 1$.

La figure 5 (gauche) représente les mêmes termes, avec les mêmes couleurs, mais plus en aval, à $x/D = 4$ qui représente la fin du cône potentiel. Si l'allure des nouveaux termes est la même, leur étendue spatiale est plus large, du fait que la zone de cisaillement est plus large. L'équilibre entre le membre de gauche et de droite de l'équation 2 (Fig. 5, droite) est beaucoup mieux respecté. Ce succès est probablement dû au fait que cette zone est beaucoup plus isotrope (localement) que la zone de très proche sortie du jet. Les effets de la pression sont toutefois probablement présents.

5 Conclusion

Nous avons discuté une approche analytique portant sur l'évolution dans la zone proche sortie d'un jet rond turbulent, du taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence, $\langle \epsilon \rangle_{hom}$. Cette évolution dépend, à part les deux paramètres classiques (l'étirement de la vortécité par le champ de cisaillement turbulent, et la destruction par la viscosité moléculaire), principalement de deux autres termes : un de cisaillement du champ de vitesse moyenne et un

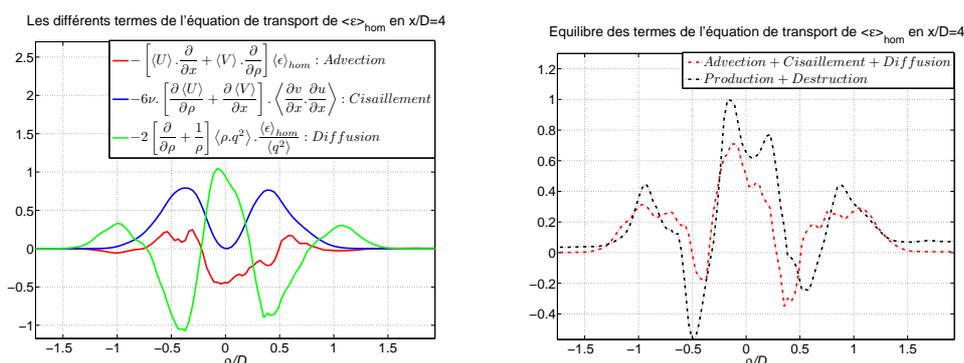


FIG. 5 – Gauche : Les termes D (rouge), S (bleu) et TD (vert) de l'équation 2, en $x/D = 4$. Droite : Comparaison entre $D + S + TD$ (rouge) et $A + B$ (noir), à $x/D = 4$.

dernier qui reflète la diffusion turbulente. Notre équation est favorablement testée en utilisant des données expérimentales obtenues dans la zone proche de sortie d'un jet rond turbulent, à un nombre de Reynolds, $R_\lambda \sim 120$. Alors que l'accord est qualitativement très satisfaisant sur toute la zone étudiée, l'accord quantitatif est très bon à la fin du cône potentiel (20%). Notons que ces estimations ont été faites en utilisant des mesures PIV, avec une résolution spatiale de 8η . Cette sous-résolution conduit à une estimation de $\langle \epsilon \rangle$ avec une précision de 20%, et une estimation d'autres termes qui impliquent des dérivées spatiales (S_q , G_q) avec une précision encore plus modeste (30%). Finalement, les effets de la pression ont été volontairement négligés dans l'approche analytique, sur la base de l'hypothèse d'isotropie locale. Le principal mérite de cette étude est de décrire proprement l'évolution de ϵ dans un écoulement hybride entre un tuyau turbulent et un jet rond autosimilaire, en fonction de paramètres qui tiennent compte du cisaillement de la vitesse moyenne et la diffusion turbulente.

Nous remercions l'ANR (ANR 'Micromélange' ANR-05-BLAN-0242-01) pour le support financier de cette étude.

Références

- Antonia, R.A., Zhou, T., Danaila, L. & Anselmet, F., 2000 Streamwise inhomogeneity of decaying grid turbulence, *Physics of Fluids* **12**, 3086-3089.
- Batchelor, G.K. & Townsend, A.A., 1947 Decay of vorticity in isotropic turbulence, *Proc. Roy Soc. A* **190**, 534-550.
- Danaila, L., Anselmet, F., Zhou, T. & Antonia, R.A. 2003 Sur l'évolution du taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence dans une turbulence homogène et isotrope, *Mécanique et Industries* **4**, 415-420.
- Lesieur, M., 1997 *Turbulence in fluids*, Third revised and enlarged edition, Kluwer : Dordrecht.
- Scarano F., Reithmuller M.L., 2000 Advances in iterative multigrid PIV image processing, *Exp. Fluids Suppl.*, **29**, 51-S60.
- Zhou, T., Antonia, R.A., Danaila, L. & Anselmet, F., 2000 Transport equations for the mean energy and temperature dissipation rates in grid turbulence, *Experiments in Fluids* **28**, 143-151.
- Westerweel J. 1998 Effect of sensor geometry on the performance of PIV interrogation. In : *Adrian et al. (eds) Laser techniques applied to fluid mechanics. Springer, Berlin Heidelberg New York, pp. 37-55.*