

Développement d'un élément fini semi-rigide pour l'étude des structures planes en bois

Thierry Descamps, Sélim Datoussaïd & Laurent Van Parys

Faculté Polytechnique de Mons
Génie Civil & Mécanique des Structures
Rue de Houdain, 9 - 7000 Mons - Belgique
thierry.descamps@fpms.ac.be

Résumé :

Bien souvent, les calculs de dimensionnement des structures en bois supposent que les nœuds d'assemblages se comportent comme des rotules parfaites ou comme des encastres parfaits. A l'exception de certains assemblages collés, les assemblages utilisés dans la pratique présentent un comportement semi-rigide bien marqué. Pour de tels assemblages, des déformations relatives apparaissent entre les membrures connectées. Le travail entrepris a pour finalité de développer un élément fini semi-rigide (EFSR) connectant les degrés de liberté en translation et en rotation des nœuds assemblés et dédié à la modélisation des assemblages par gousset en bois. La matrice de raideur locale de cet élément est alors définie à partir de résultats expérimentaux caractérisant les rigidités parallèle et perpendiculaire aux fibres. Un des intérêts de cette approche est la prise en compte au niveau même de la matrice de raideur le l'EFSR du comportement orthotrope et éventuellement plastique du bois.

Abstract :

Most of the time, basic assumptions are made for the study of timber structures. Joints are supposed to be moment free or fully restrained. Of course, these assumptions simplify the study but most of the joints are in fact partially restrained. For those, relative deflections may appear between connected beams. First, a short comment on the classical approach with EC5 will be done. In a second time, this paper presents a modified finite element approach to take into account inside the computations the bending behaviour of the joints. The idea consists in the implementation of a particular finite element linking the freedom degrees of adjoining beams. This element has a specific stiffness matrix obtained from embedding tests. This approach allows to introduce in a quite easy way the orthotropic behaviour of the joint and also its plasticity.

Mots-clefs : semi rigidité, structure en bois, assemblage

1 Introduction

Le principe des assemblages par goussets consiste à assembler deux ou plusieurs membrures à l'aide de panneaux (OSB, KERTO, ...) venant moiser les bois et assemblés généralement à l'aide de clous ou de vis. Abondamment utilisés pour la réalisation de structures en bois, les goussets présentent dans la plupart des cas un comportement semi-rigide bien marqué dont il est rarement tenu compte lors du dimensionnement simplement à cause du manque d'outils de modélisation et d'informations permettant de caractériser leur comportement flexionnel. Bien entendu, le caractère semi-rigide des assemblages n'est pas un élément neuf en lui même, cependant les impératifs économiques actuels ou encore la nécessité de calculs pointus (réponse spectrale d'une ossature par exemple) nécessitent d'inclure le comportement réel des assemblages dans l'analyse globale de la structure. Dans le contexte général du développement de la construction à ossature bois et de l'emploi généralisé des méthodes de calcul par éléments finis, il s'avère particulièrement opportun de développer un outil spécifique à la modélisation de tels assemblages.

2 Etude des structures en bois et modélisation des assemblages

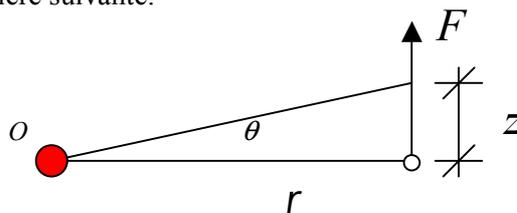
La prise en compte de la rigidité réelle des assemblages nécessite (HUBER et al.) :

- La caractérisation du comportement rotationnel des assemblages. Celle-ci est assurée par l'établissement de leur courbe moment/rotation ou au moins des principales valeurs permettant de l'approcher (voir idéalisation). Pour cela, trois approches sont possibles :
 - L'approche expérimentale sur modèle grandeur nature (rare car coûteuse).
 - L'approche analytique à l'aide de modèles de ressorts équivalents, poutres sur appuis élastique, méthode des composantes.
 - L'approche numérique par éléments finis.
- L'idéalisation de l'assemblage pour faciliter le calcul en approchant la courbe moment /rotation par une courbe simplifiée (bi ou tri-linéaire, modèle de Foschi, Jaspard, ...).
- La modélisation de l'assemblage c'est à dire la reproduction du comportement de l'assemblage dans l'analyse globale de la structure. Cette modélisation doit envisager toutes les sources de déformabilité possible. En pratique, trois grand types de modélisation existent:
 - La modélisation continue qui assure la continuité en rotation.
 - La modélisation semi-continue permet l'introduction d'un ressort de rotation entre les membrures assemblées (raideur définie par la relation moment/rotation).
 - La modélisation simple (ou rotulée).
- La classification des assemblages selon trois critères :
 - Classification en rigidité: cette classification permet de définir les zones de fonctionnement dans lesquelles l'assemblage peut être assimilé à une rotule parfaite, un encastrement parfait ou bien présente un comportement semi-rigide.
 - Classification en résistance : il s'agit ici de comparer la résistance de l'assemblage aux résistances des membrures assemblées.
 - Classification en ductilité : il s'agit ici de classer les assemblages en terme de déformation maximale en rotation.

3 Modélisation des assemblages : approche type Eurocode 5.

Pour les assemblages par organes de type tige (clous, vis, broches, boulons), la raideur est définie aux ELS à l'aide d'un coefficient de glissement K_{ser} [N/mm] défini par tige et par plan de cisaillement. Ce coefficient peut être évalué à l'aide d'équations empiriques faisant intervenir le diamètre de la tige et la masse volumique du bois ou des bois assemblés. La raideur aux ELU est définie conventionnellement comme valant 2/3 de la raideur aux ELS. K_{ser} , est défini comme une grandeur moyenne de telle manière que l'orthotropie du matériau peut être négligée. Dans l'analyse « traditionnelle » des structures, le dimensionnement des éléments et des assemblages est effectué en série. Dans ce cas, la modélisation de l'assemblage par une rotule ou un encastrement est une hypothèse qui se doit d'être vérifiée à posteriori grâce au calcul du module de glissement.

A partir de la rigidité translationnelle K_{ser} , la rigidité rotationnelle K_{rot} d'un assemblage peut être estimée de la manière suivante:



Une tige située à une distance r du centre de rotation O et soumise à une force F subit un déplacement z et une rotation θ . On a alors:

$$K_{rot} = \frac{M}{\theta} = \frac{F \cdot r}{\frac{F}{r K_{ser}}} = K_{ser} r^2$$

Pour une tige, la rigidité rotationnelle s'exprime donc simplement à partir de la rigidité translationnelle et du carré de la distance au centre de rotation.

A ce stade, une classification des assemblages est utile afin de faciliter le travail de vérification. A défaut, le concepteur se doit de vérifier l'influence de la rigidité estimée des assemblages sur la distribution des efforts dans la structure. Notons que pour une analyse de structure élastique linéaire, une classification en termes de rigidité et de ductilité suffit. Cette approche présente un grand intérêt lié à sa simplicité d'utilisation, cependant un point important reste en suspend. L'EC5 permet la modélisation des assemblages par une approche élastique ou élasto-plastique mais aucun outil ne permet de vérifier la ductilité de l'assemblage et donc la possibilité de progression de la plastification entre les différentes tiges !

4 Modélisation des assemblages : définition d'un élément fini semi_rigide.

Lors de la modélisation par éléments finis d'un assemblage de type rotule ou encastrement, l'unicité des déplacements nodaux (supposés appartenir à n'importe quelle membrure) au droit de l'assemblage rend sa résolution rapide et aisée. Lorsqu'il s'agit au contraire d'un assemblage semi-rigide, des déformations relatives apparaissent entre les membrures assemblées. L'unicité des déplacements nodaux n'est dès lors plus garantie et il convient d'assimiler l'assemblage à un ensemble de nœuds distincts. Diverses méthodes (PETERSON et al., POUTANEN) ont déjà été proposées pour appréhender progressivement le comportement complexe des assemblages par goussets dans le domaine élastique. L'élément fini semi-rigide (EFSR) abordé dans le présent article s'en inspire donc partiellement. La méthode consiste à intercaler lors de la modélisation éléments finis un EFSR entre les extrémités des membrures assemblées de manière à définir un champ de déplacements pour chacune des extrémités des membrures.

Afin de simplifier dans un premier temps le problème, il est commode de considérer le gousset comme un corps infiniment rigide dans son plan. Dans cette hypothèse, les déplacements relatifs apparaissant entre les deux membrures assemblées sont dus exclusivement à la résultante des glissements clou-membrure (écrasement local du bois et déformation des clous).

Le but de l'étude est d'établir les relations permettant d'associer les déplacements nodaux du gousset aux efforts transmis par celui-ci. Ces relations seront finalement exploitées sous la forme d'une matrice de rigidité élémentaire de l'EFSR. Dans l'exemple qui suit, le gousset étudié assemble deux membrures au moyen de 8 clous travaillant en double cisaillement. Afin d'être facilement généralisable par la suite à des assemblages de plusieurs membrures, la modélisation envisage deux demi gousset. En deux points de références, on considère un système d'axes locaux (1 et 2) reliés chacun à une membrure (*bois 1* et *bois 2*). Chaque clou i est repéré dans ce système par ses coordonnées x_i et y_i .

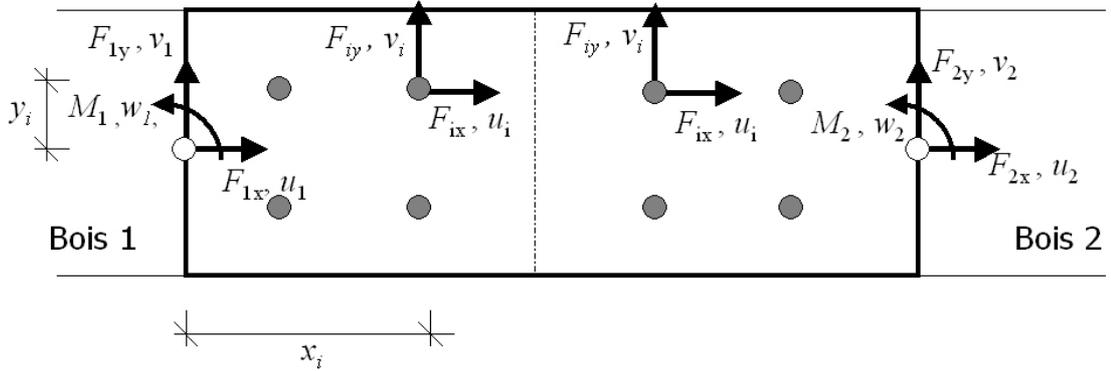


FIG. 1 – Exemple de modélisation d'un gousset composé de 8 clous.

Le gousset étant supposé rigide, une simple relation cinématique permet d'exprimer les déplacements (u_i, v_i) de chacun des clous du demi gousset dans les repères 1 ou 2. Par exemple, pour le demi gousset 1 (gauche), on a dans le repère 1 :

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_i \\ 0 & 1 & x_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix}$$

A chaque degré de liberté (u_i, v_i, w_i) défini au nœud de référence peut être associé un effort (F_{ix}, F_{iy}, M_i) de telle manière que :

$$\begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ M_i \end{bmatrix} = \sum_i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -y_i & x_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \end{bmatrix}$$

Si on admet un découplage des raideurs translationelles (terme en k_{21} et k_{12} nuls), pour chaque tige, forces et déplacements sont liés par une loi non linéaire pouvant être obtenue par un simple essai de cisaillement (embedding test). Cette loi de comportement du clou peut s'écrire :

$$\begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}(u_i) & 0 \\ 0 & k_{22}(v_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}$$

On peut dès lors écrire la relation liant force et déplacement dans le repère 1 :

$$\begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ M_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n k_{11}^i(u_i) & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^n k_{22}^i(v_i) & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^n k_{11}^i(u_i)y_i^2 + k_{22}^i(v_i)x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix} = K(u)^* \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix}$$

De manière semblable, par rapport au point de référence 2 :

$$\begin{bmatrix} F_{2,x} \\ F_{2,y} \\ M_2 \end{bmatrix} = K(u)^* \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

La relation caractéristique de l' EFSR reliant les nœuds 1 et 2 peut donc s'écrire :

$$\begin{bmatrix} K(u)^* & -K(u)^* \\ -K(u)^* & K(u)^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{1,x} \\ F_{1,y} \\ M_1 \\ F_{2,x} \\ F_{2,y} \\ M_2 \end{bmatrix}$$

La phase d'assemblage du système est ensuite menée classiquement. L'introduction dans la formulation même de l'EFSR de la loi de comportement réelle du clou conduit à la résolution d'un système non linéaire par la méthode de Newton Raphson.

5 Validation expérimentale :

L'EFSR présenté ci-avant a fait l'objet d'une implémentation sous environnement *MATLAB*. La structure modélisée est une poutre de 4x14cm de section et d'une longueur totale de 2,1 mètres. Son module d'élasticité est de 7000N/mm².

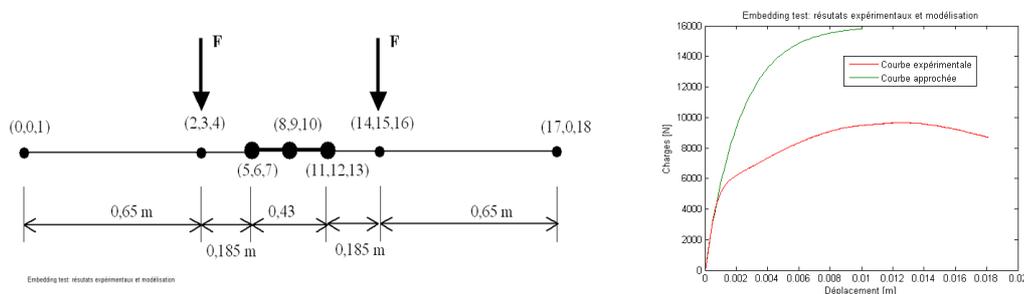


Fig. 2 – Modèle de la poutre étudiée & embedding test: courbe expérimentale

L'assemblage, d'une longueur totale de 43cm, est situé au milieu de la poutre. L'assemblage est constitué de 32 clous disposés selon les prescriptions de l'EC5. La disposition des charges correspond à un essai de flexion 4 points de manière à solliciter l'assemblage en flexion pure. Le module d'élasticité ainsi que les raideurs k_{22} et k_{11} ont été mesurés expérimentalement. Les raideurs ont été approchées analytiquement par un modèle de Foschi ajusté de manière à approcher au mieux le domaine élastique de l'assemblage. La poutre étudiée est divisée en 6 éléments. Les degrés de liberté de chacun des nœuds sont indiqués sur la figure 2.

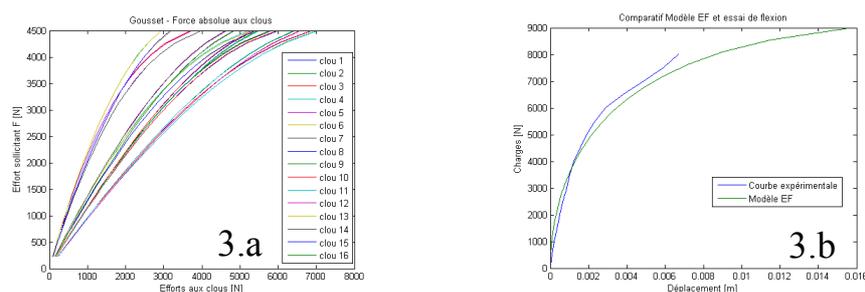


Fig. 3 – Efforts au niveau des clous – Comparatif modèle EF et essai de laboratoire.

La figure 3.a présente les efforts mesurés au niveau des clous du demi gousset 1. L'évolution de ceux-ci montre la plastification progressive de l'assemblage et le taux de chargement différentiel des clous selon leur position. Le graphique 3.b compare l'évolution du déplacement vertical sous le point d'application de la charge (ddl numéro 3) obtenue lors d'un essai en laboratoire et par simulation numérique à l'aide de l'EFSR.

6 Conclusion

L'introduction d'un EFSR permet la prise en compte aisée de l'anisotropie de l'assemblage et de son comportement non linéaire. De plus, celui-ci simplifie grandement le travail de classification des assemblages (très nombreux en construction bois) puisque la caractéristique de ductilité est intégrée directement au processus de calcul.

Dans l'état actuel de la recherche, la prédiction du comportement à la rupture de l'assemblage nécessite un ajustement des raideurs k_{22} et k_{11} . Cet ajustement a pour conséquence la surestimation de la charge à la rupture au niveau des clous (figure 2). Les modes de ruptures observés dans l'essai d'embedding et lors de l'essai de flexion sur la poutre assemblée sont cependant différents, ce qui pourrait partiellement expliquer ces écarts. Une nouvelle campagne d'essai s'avère dès lors nécessaire afin de caractériser le comportement des clous tel qu'il est dans l'assemblage fléchi.

Bien que cette approche nécessite encore des investigations complémentaires et des validations sur des structures plus importantes, les résultats préliminaires s'avèrent encourageants.

Références

- Huber G., Kronenberg H.J., Weynand K. Representation of Joints in the Analysis of Structural Systems - COST C1, Proceedings of the International Conference. Liège, Belgium.
- Leijten A.J.M. Densified veneer wood reinforced timber joints with expanded tube fasteners – Phd Thesis, TU Delft 1998.
- Nielsen J., Ellegaard P., Design and modelling of knee joints – Department of Building Technology and Structural Engineering Aalborg University, Denmark.
- Ellegaard P., Analysis and design of modified attic trusses with punched metal plate fasteners – Department of Building Technology and Structural Engineering Aalborg University, Denmark.
- Jensen J.L., Larsen H.J., Modelling of semi-rigid joints and their influence on the behaviour of structures - Proceedings of the 5th World Conference on Timber Engineering, Montreux - Switzerland, august 1998.
- Hakkarainen H., Jerkku I., Kevarinmäki A. The comparison of the semi-rigid and pin-connected joint models in the designing of nail plates structures - COST C1, Proceedings of the International Conference. Liège, Belgium.