Vers une nouvelle stratégie d'estimation conjointe des paramètres matériaux et de l'état des structures par assimilation de données et recalage

Khaled Hadj-Sassi, Stéphane Andrieux

LaMSID, UMR CNRS-EDF 2832,
1, avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart, France
Khaled.hadj-sassi@edf.fr

Résumé :

Dans cet article, on propose une nouvelle stratégie pour une estimation simultanée de l'état d'une structure et les paramètres des lois de comportement des matériaux qui la constituent. Celle-ci se résume en deux étapes. La première est une identification variationnelle déterministe des paramètres matériaux, basée sur une fonctionnelle d'erreur en énergie. A l'issue de cette étape, on utilise les paramètres optimaux identifiés ainsi que le Hessien de la fonctionnelle en ces points pour bâtir la seconde étape, probabiliste, utilisant les techniques d'assimilation variationnelle et traitant les données incertaines qu'on dispose. Celle-ci permet conjointement une correction des paramètres matériaux identifiés et une estimation de l'état du système.

Abstract :

In this paper, we propose a new strategy for a estimate of the space time state of the structure and the parameters of the constitutive laws, simultaneously. The method decomposes into two stage. The first is a variational deterministic parameters identification whose the Hessien of its energy error cost function and its optimal parameters will be entry arguments for a second probabilistic stage using the variational assimilation techniques and treating the available uncertain data. This one allows a joint correction of the materials parameters and system state already predicted by the model.

Mots-clefs :
Assimilation de données, identification des paramètres matériaux, méthodes variationnelles.

1 Introduction

Afin d'assurer le suivi des enceintes en béton des réacteurs nucléaires, on souhaite disposer d'une estimation de l'état de ces structures, mais également identifier les paramètres entrant dans leur modélisation afin de pouvoir réaliser des études prévisionnelles en cours de vie de l'ouvrage. On s'appuie pour cela sur un ensemble de mesures effectuées en service. On s'intéresse donc ici à l'estimation conjointe des paramètres matériaux des lois constitutives et de l'état de la structure, à partir des mesures incertaines.

Pour ce faire, on se réfère aux techniques variationnelles d'assimilation de données reposant sur la théorie du contrôle optimal. Celles-ci regroupe l'ensemble des méthodes mathématique et numérique qui permettent de reconstituer, d'améliorer la connaissance de l'état, déformations et variables internes, de la structure d'enceinte de confinement en combinant de manière optimale les données prédites par les équations d'évolution décrivant le modèle et l'information physique provenant des mesures supposées incertaines. Dans notre stratégie, ces techniques seront précédées par une première étape reposant sur les méthodes variationnelles d'identification des paramètres matériaux. Pour sa formulation de cette dernière, on s'est intéressé à des fonctions coût de type erreur en relation de comportement tenant en compte simultanément les deux parties, réversible et dissipative, du comportement des matériaux standards.

La stratégie à deux niveaux développée fait donc intervenir les techniques d'assimilation de données et les méthodes variationnelles d'identification des paramètres.

2 Position du problème d'assimilation de données

2.1 Description du problème direct (équations d'état)

Dans ce qui suit, on se place dans l'hypothèse des petites perturbations, qui permet d'associer au déplacement $\underline{u}$ la déformation linéarisée $\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{u})$. Pour décrire les équations constitutives, on introduit deux potentiels thermodynamiques convexes : le potentiel d'énergie libre et le potentiel de dissipation, fonctions respectivement des variables d'état $(\underline{\underline{\varepsilon}},\alpha)$ et de la vitesse $\dot{\alpha}$, et des paramètres matériaux $\{p\}$, soit, en notant $(\underline{\underline{\sigma}},\mathcal{A})$ les forces thermodynamiques :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \varphi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}(\underline{\underline{\varepsilon}},\alpha;p) \quad , \quad \mathcal{A} = -\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}(\underline{\underline{\varepsilon}},\alpha;p) \quad , \quad \mathcal{A} = \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{\alpha}}(\dot{\alpha};p) \qquad [1]$$

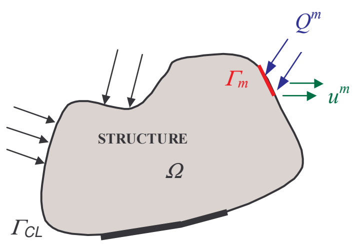

FIG. 1 - Problème direct.

Sur un intervalle de temps [0,T], l'équilibre mécanique de la structure, en chaque point du domaine d'étude Ω est décrit par : $div\,\underline{\underline{\sigma}} + \rho \underline{g} = 0$,

Celle-ci est soumise à trois types de chargements : le premier, usuel, est connu sur une portion de frontière Γ_{CL} sera noté de façon générale par : $CL(\underline{u},\alpha,t) = 0 \quad sur \ \Gamma_{CL}, \forall t$. Le deuxième et le troisième concernent respectivement les conditions aux limites en déplacements et en forces connues simultanément sur la partie de frontière Γ_m $(\Gamma_m = \partial\Omega \setminus \Gamma_{CL})$ de normale $\underline{n}$:

$$\underline{u} = u^m \quad et \quad \underline{\underline{\sigma}}.\underline{n} = Q^m \qquad sur \quad \Gamma_m, \forall t \qquad [2]$$

et est considérée au repos à l'état initial : $\alpha(x,0) = \alpha_0(x) \quad \forall x \in \Omega$.

L'estimation de l'état de la structure et l'identification des paramètres constitutifs requièrent, dans un premier temps, la résolution des équations du problème posé ci-dessus et la détermination du couple des champs de variables d'état fonction du temps et de l'espace.

2.2 Description des observations

D'autre part, les données dont on dispose sont des déplacements mesurés à partir des jauges extensométriques déposées sur la structure qu'on note y^o. Ces mesures sont entachées d'erreurs, modélisées pare un bruit gaussien centré $\varepsilon_i^o \sim N(0,R)$, de matrice de covariance R supposée parfaitement connue.

Les mesures ne couvrent bien entendu pas tout le domaine occupé par le solide, on définit alors l'opérateur d'observations discrètes H qui permet de passer d'un champ définit sur tout le solide et à tout les instants aux valeurs correspondant aux mesures :

$$y_i = H_i\left(F_i\left(\underline{\underline{\alpha}}_i, p\right)\right) \qquad [3]$$

H ($H:\mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^{N_{obs}}$), permet de passer de l'espace des états à l'espace des observations, et F l'opérateur d'évolution du modèle discret

3 Formulation du Problème d'assimilation pour l'estimation de l'état mécanique des structures

Dans l'approche d'assimilation à laquelle on s'intéresse, le problème d'estimation de l'état dans la structure se ramène à la recherche des conditions initiales seulement, ici la variable interne α_0, et non de tous les états successifs du modèle. Pour obtenir ces derniers, il suffit, une fois les conditions initiales identifiées, d'intégrer le modèle. Pour décrire le problème d'assimilation, on dispose généralement d'une connaissance a priori de la condition initiale (Talagrand et Courtier, 1987), (Nodet, 2006). C'est l'ébauche, noté $\underline{\underline{\alpha}}^b$, entachée d'une erreur gaussienne de matrice de covariance P.

La fonction coût d'assimilation de données est de type « maximum de vraisemblance » et construite comme la somme de la distance entre les observations et les états numérique du système et la différence entre le vecteur de contrôle et l'ébauche définies toutes les deux dans les normes de leurs matrice de covariance respectives:

$$J\left(\underline{\underline{\alpha}}_0\right) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N^{obs}} \left\| H_i\left(F_i\left(\underline{\underline{\alpha}}_0, p\right)\right) - y^o \right\|_{R^{-1}}^2 + \frac{1}{2}\left\| \underline{\underline{\alpha}}_0 - \underline{\underline{\alpha}}^b \right\|_{P^{-1}}^2 \quad , \quad \|\psi\|_{N^{-1}}^2 \equiv \psi^T N^{-1} \psi \qquad [4]$$

Les états optimaux recherchés minimisent cette fonction coût : $\underline{\underline{\bar{\alpha}}}_0 = \underset{\underline{\underline{\alpha}}_0}{ArgMin}\ J\left(\underline{\underline{\alpha}}_0\right)$.

4 Formulation du problème d'assimilation conjointe pour l'estimation simultanée de l'état et des paramètres matériaux des structures

Si on adjoint le problème d'identification des paramètres modèle au problème d'estimation ci-dessus, la fonctionnelle présente en général de sévères difficultés de convergence vers les paramètres optimaux, notamment lorsque le comportement est fortement non linéaire (Corigliano et al., 2004). Un des raisons de ces difficultés réside dans la dépendance très implicite de la réponse de la structure (notamment aux point de mesures) vis-à-vis des paramètres modèle. Pour pallier ce problème, on propose d'ajouter un terme permettant d'inclure explicitement les paramètres et se traduisant comme un terme de pénalisation de la fonctionnelle initiale.

Pour introduire ce nouveau terme et conformément aux techniques d'assimilation de données, on est amené à déterminer une ébauche sur les paramètres matériaux et une matrice de covariance associée. Ces deux éléments essentiels à la phase d'assimilation de données sont cependant impossibles à déterminer sur une base statistique puisque l'on ne dispose pas de données de ce type sur les structures comme les enceintes nucléaires, en trop petit nombre et présentant des variations importantes dans leur construction ou leur exploitation d'un site à un autre. Pour lever cette difficulté, on introduit une première étape d'identification déterministe basée sur une fonctionnelle d'erreur, récemment proposée baptisée Erreur en Loi de Comportement Incrémental totale, bâtie simultanément sur les deux potentiels énergétiques (voir Eq.1) définis sous leurs formes discrétisés (Hadj-Sassi et Andrieux, 2006 (A)). Présentant de bonnes propriétés de convexité et de conditionnement sur les paramètres, la matrice hessienne de cette fonction coût sera exploitée comme matrice de covariance définie positive et son minimum sera choisi comme ébauche sur les paramètres (Tarantola, 1997) :

$$p_0 = \underset{p}{ArgMin}\left(ELCI\left(p\right)\right) \qquad [5]$$

Dans cette première phase, déterministe, les incertitudes sur les mesures en sont par prises en compte. A l'issue de celle-ci, on dispose tous les éléments pour introduire la seconde étape stochastique permettant de traiter les données et ses incertitudes tout en respectant les deux termes d'ébauche sur l'état initial et les paramètres et ayant comme résultat une estimation conjointe de l'état et des paramètres. La fonction coût définie par l'équation [4] se transforme donc en

$$J\left(\underline{\underline{\alpha}}_0, p\right) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N^{obs}} \left\| H_i\left(F_i\left(\underline{\underline{\alpha}}_0, p\right)\right) - y^o \right\|^2_{R^{-1}} + \frac{1}{2}\left\| \underline{\underline{\alpha}}_0 - \underline{\underline{\alpha}}^b \right\|^2_{P^{-1}} + \frac{1}{2}\left\| p - p_0 \right\|^2_{ELCI''} \qquad [6]$$

où $\left(\underline{\underline{\alpha}}_0, p\right)$ est le vecteur de contrôle rassemblant les variables internes initiales et les paramètres modèles.

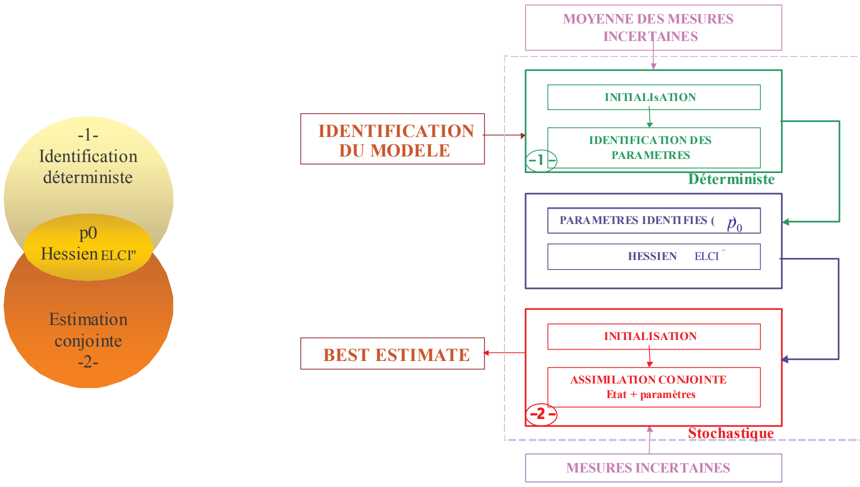

FIG. 2 - : Stratégie hiérarchique d'assimilation conjointe état / paramètre

Ainsi pour une assimilation conjointe état/paramètres modèle, la stratégie proposée se résume à une première étape déterministe qui consiste, à l'aide des mesures brutes, à minimiser une fonction coût énergétique dont les paramètres optimaux et le Hessien seront utilisés comme arguments d'entrée pour une seconde étape probabiliste d'estimation simultanée de l'état et des paramètres (voir Fig. 2) (Hadj-Sassi et Andrieux, 2006(B))

5. Illustration numérique

Pour mettre en application cette stratégie, on a introduit, dans un premier temps, un modèle rhéologique de type viscoélastique linéaire (voir Fig. 3) soumis à des conditions en efforts F et en déplacement V dont on souhaite estimer simultanément l'état u au point A et les paramètres d'élasticité E_1 et de viscosité η:

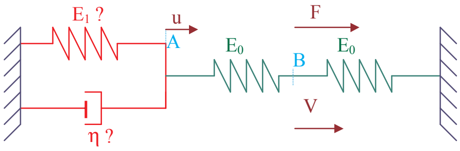

FIG. 3 - : Modèle rhéologique de type viscoélastique

Après la première étape d'identification déterministe, les paramètres p (p= (E_1,η)) s'identifient mais restent encore relativement loin par rapport à leurs valeurs vraies (P_True). Ils seront après utilisés dans la seconde étape probabiliste permettant de les corriger et mieux s'approcher des valeurs cherchées. Parallèlement, cette étape permet aussi une correction de l'état $\underline{u}$ (Estimated_u) du système après une première prédiction par les équations d'évolution du modèle. Cette double correction est due au fait que les incertitudes sur les mesures peuvent servir comme une information complémentaire par rapport aux mesures brutes et enrichir donc les données du problème et en conséquence une amélioration de l'estimation conjointe des états et paramètres modèle.

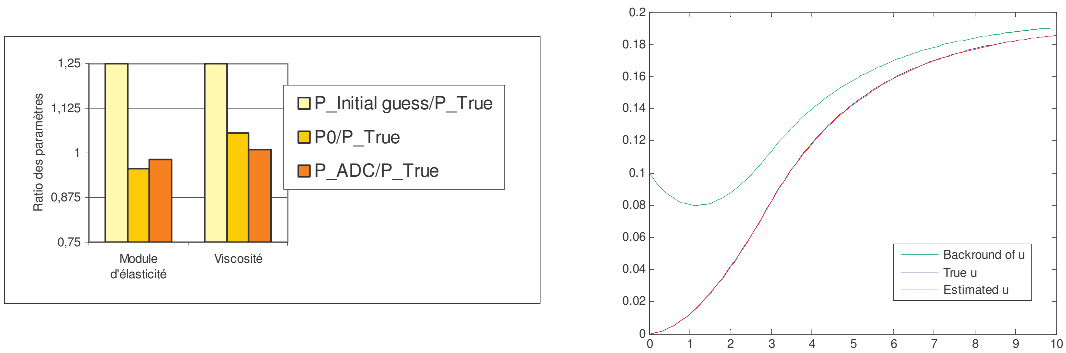

FIG. 4 - Identification et correction des paramètres et de l'état par assimilation de données conjointe.

Dans un second temps, une mise en œuvre numérique de cette stratégie pour l'estimation de l'état et des paramètres des lois viscoélastiques non linéaires constitutives une structure d'enceinte de confinement modélisée en axisymétrique a été étudiée. Le potentiel d'énergie libre est fonction d'une déformation de fluage α, séparée en parties déviatorique et sphérique $\left(\underline{\underline{\alpha}}, a\right)$, et du tenseurs déformations $\left(\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}, e\right)$

$$\varphi(\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}, e, \underline{\underline{\alpha}}, a) = \frac{3K(E)}{2}(e-a)^2 + \frac{1}{2}k_s a^2 + \mu\left(\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}(\underline{u}) - \underline{\underline{\alpha}}\right):\left(\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}(\underline{u}) - \underline{\underline{\alpha}}\right) + \frac{1}{2}k_d \underline{\underline{\alpha}}:\underline{\underline{\alpha}} \quad [7]$$

et la loi d'évolution non linéaire du système dérive du potentiel de dissipation, non différentiable pour la partie sphérique, s'écrivant donc sous la forme suivante :

$$D(\dot{\underline{\underline{\alpha}}}, \dot{a}) = \frac{1}{2}\eta_d\, \dot{\underline{\underline{\alpha}}} : \dot{\underline{\underline{\alpha}}} + \frac{1}{2}\eta_s\, \dot{a}^2 + \Psi_{\mathbb{R}^+}\left(\dot{a}\right) \qquad [8]$$

avec : K coefficient de compressibilité élastique, μ coefficient de Lamé et k_s , k_d , η_s et η_d rigidités et viscosités sphérique et déviatorique au fluage. Comme déjà décrit ci-haut, on souhaite estimer les différentes composantes de variables internes initiales sphériques et déviatoriques (vecteur de dimension égale à 6) en chaque point de la structure d'enceinte et le quintuplet des paramètres matériaux (E, k_s, k_d, η_s, η_d). Pour résoudre ce problème d'estimation conjointe, l'algorithme d'optimisation utilisée est de type descente où la méthode de l'état adjoint a été introduite pour le calcul du gradient.

6 Conclusions

Dans ce travail, une nouvelle méthode pour l'estimation conjointe des paramètres des lois constitutives et de l'état des structures à partir des données incertaines a été proposée. Pour sa formulation, les techniques d'assimilation de données, qualifiées de méthodes probabilistes, ont été utilisées. Cependant la méconnaissance d'une base statistique sur les paramètres matériaux, a conduit à définir une première étape d'identification déterministe dont le Hessien de la fonction coût et les paramètres optimaux sont utilisés comme arguments d'entrée pour l'étape d'assimilation de données. Cette méthode hiérarchique conduit à une double correction des paramètres matériaux et à une estimation correcte des états de la structure au cours du temps.

Références

Corigliano, A., Mariani S., Parameters identification in explicit structural dynamics: performance of extended Kalman filter, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 193, 2004, pp 3807-3835.

Hadj-Sassi K., Andrieux S. (A). Parameter identification of a non linear viscoelastic model via an energy error functionnal, III European Conference on Computational Mechanics Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering, C.A. Mota Soares et.al. (eds.), Lisbon, Portugal, 5–8 June 2006.

Hadj-Sassi K., Andrieux S. (B). A new coupled approach for materials parameter identification and probabilistic state estimation of a dynamic system, 15th U.S. National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, Colorado, 25–30 June 2006.

Nodet M., 'Variational assimilation of Lagrangian data in oceanograpy', Inverse problems 22, 2006, pp 245-263.

Talagrand O., Courtier P. Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint vorticity equation. I:theory, Quaterly Journal of the Royal Meteorological Society, p 1311-1328, 1987.

Tarantola A., "Inverse problem theory: methods for data fitting and model parameter estimation", Edited by Elsevier, 1987.