

## Evolution du Facteur de résistance hygrothermique transitoire en fonction des séquences d'empilement pour des composites stratifiés sous des conditions d'environnement cycliques

N. Boualem\*, Z. Sereir\*, A. Adda Bedia\*\*

\* Faculté de Génie mécanique, BP 1505 El m'naoer, USTO, Oran, Algérie.

Email : [boualem\\_ndz@univ-usto.dz](mailto:boualem_ndz@univ-usto.dz)

\*\* Laboratoire Matériaux et d'Hydrologie, Faculté de L'ingénieur,  
BP 89 El'Mhidi, Sidi Bel Abbes, Algérie

### Résumé :

*Exposé à des conditions d'environnement cycliques, les composites à matrices polymères sont capables d'absorber une quantité d'humidité durant de longues années de service. Suite à ce type d'environnement, il se développe des contraintes hygrothermiques extrêmement critiques aux bords et aux interfaces fibres/résines. Au cours des premiers temps de la diffusion d'humidité, les contraintes hygrothermiques sont assez importantes dans la direction transversale, où elles peuvent engendrer un délaminage par gonflement entre les plis formant le stratifié. Pour avoir une idée sur la probabilité d'endommagement des plaques stratifiées sous des contraintes hygrothermiques transitoires, on a adopté le critère de rupture de Tsai-Wu. Le critère de sécurité sera vérifié en évaluant le facteur de résistance (R) pour chaque séquence d'empilement aux bords de la plaque stratifiée.*

### Abstract:

*Exposed to cyclic environmental conditions, polymeric matrices composites absorb a quantity of moisture during long years of service. For this type of environment, it develops extremely critical hygrothermal stresses at the edges and the interfaces fibres/resins. During first times of moisture diffusion, hygrothermal stresses are more significant in the transverse direction, where a delamination it is caused by swelling between the plies constitute the laminate. To have an idea on the damage probability of the laminated plates under hygrothermal transient stresses, we adopted the Tsai-Wu rupture criterion. The safety factor will be to check by evaluating the factor of resistance (R) for each stacking sequence at the edges of the laminated plate*

### Mots-clefs :

**Composite ; Hygrothermiques ; Rupture**

## 1 Introduction

En comparaison avec les métaux, les polymères absorbent une quantité importante d'humidité de leur environnement. Cette humidité a un effet significatif sur les composites à matrices polymères, elle peut provoquer des changements sur le comportement mécanique du matériau. Dans ce cas, on assiste à une chute considérable des propriétés hygrothermiques, et une dégradation des limites de traction et de compression du matériau. La diffusion d'humidité dans les composites peut être étudiée, en utilisant la loi de Fick qui est le modèle le plus simple pour la diffusion des particules d'eau dans un solide (Vergnaud, 1991). Une caractérisation détaillée de l'absorption d'humidité dans les résines époxydes a été rapportée par Tsai (1988), où les effets de la température et de l'humidité relative sur la constante de diffusion et de l'énergie d'activation ont été étudiés. Ashbee et al. (1967) a étudié l'endommagement des

résines de polyester immergées dans l'eau, en utilisant le microscope électronique optique à balayage. Kriz et Stinchcomb (1982) ont démontré à quel point l'absorption par les stratifiées en carbone/époxy (T300/5208), modifie l'état des contraintes ainsi que le processus d'endommagement du stratifié le long de ces bords, et ceci durant une traction statique ou un chargement cyclique. Afin de quantifier l'effet des conditions d'environnements ainsi que la concentration d'humidité sur la probabilité d'endommagement des composites stratifiés, on a adopté les critères de rupture pour déterminer le facteur de résistance hygrothermique pour des conditions d'environnements cycliques prédéfinies. Le choix des séquences d'empilements du type  $[\theta/-\theta]_{ns}$  a été adopté afin de réduire les contraintes hygrothermiques (Sereir 2005), par conséquent assurer des facteurs de résistance hygrothermiques sécurisants.

## 2 Formulation

On considère une plaque stratifiée d'épaisseur  $h$  en composite à matrice polymère, exposée aux deux extrémités à un environnement humide. La plaque est considérée comme infinie dans les directions  $x$  et  $y$ . La concentration d'humidité  $c$  et la température  $T$  varient seulement dans la direction normale aux deux faces de plaque (Figure 3). Si la plaque est soumise à un environnement symétrique où la concentration et la même aux deux faces ( $C_0 = C_L$ ), l'utilisation de la méthode des séparations des variables, nous permettra d'avoir la solution analytique du type :

$$c_k = \lambda_k \left[ c_\infty - \frac{4 c_\infty}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \cos\left(\frac{(2n+1)\pi z_k}{h}\right) \exp\left(\frac{-D(2n+1)^2 \pi^2 t}{h^2}\right) \right] \quad (1)$$

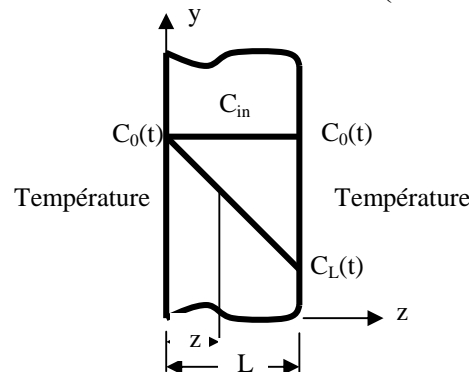


FIG 1- Plaque infinie exposée unidirectionnellement à un environnement humide

Pour une orientation  $\theta$  des fibres du stratifié et une température constante  $\Delta T$ , les contraintes hygrothermiques sont données comme suit :

$$\begin{cases} \sigma_x^{n(k)} = A_\theta + B_\theta \lambda_k \\ \sigma_y^{n(k)} = C_\theta + D_\theta \lambda_k \\ \sigma_s^{n(k)} = E_\theta + F_\theta \lambda_k \end{cases} \quad (2)$$

Avec:

$$\begin{cases} A_\theta = (p_{\alpha n} + Q_{\alpha n} \cos 2\theta) \Delta T \\ B_\theta = p_{\beta n} + Q_{\beta n} \cos 2\theta \\ C_\theta = (p_{\alpha n} - Q_{\alpha n} \cos 2\theta) \Delta T \\ D_\theta = p_{\beta n} - Q_{\beta n} \cos 2\theta \\ E_\theta = (Q_{\alpha n} \sin 2\theta) \Delta T \\ F_\theta = Q_{\beta n} \sin 2\theta \end{cases} \quad (3)$$

Alors, les quantités  $p_{\alpha n}$ ,  $Q_{\alpha n}$ ,  $p_{\beta n}$  et  $Q_{\beta n}$  sont définies par les relations :

$$\begin{cases} p_{\alpha n} = \frac{Q_{11} + Q_{12}}{2} \alpha_1 + \frac{Q_{12} + Q_{22}}{2} \alpha_2 \\ Q_{\alpha n} = \frac{Q_{11} - Q_{12}}{2} \alpha_1 + \frac{Q_{12} - Q_{22}}{2} \alpha_2 \end{cases} \quad \begin{cases} p_{\beta n} = \frac{Q_{11} + Q_{12}}{2} \beta_1 + \frac{Q_{12} + Q_{22}}{2} \beta_2 \\ Q_{\beta n} = \frac{Q_{11} - Q_{12}}{2} \beta_1 + \frac{Q_{12} - Q_{22}}{2} \beta_2 \end{cases} \quad (4)$$

Les composantes non mécaniques des efforts  $N_\alpha^n$  et des moments  $M_\alpha^n$  sont exprimées dans le plan, en fonction des contraintes, par :

$$N_\alpha^n = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\alpha^n dz \quad \text{et} \quad M_\alpha^n = \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_\alpha^n dz \quad \alpha = 1, 2, 6 \quad (5)$$

$N_\alpha^n$  et  $M_\alpha^n$  sont calculés en utilisant la distribution réelle des contraintes non mécaniques  $\sigma_\alpha^{n(k)}$  entre les points  $z_k$  et  $z_{k+1}$ ,  $k = 0, \dots, N-1$ . Les déformations non mécaniques sont déduites en utilisant la relation habituelle entre les efforts et les déformations dans des plaques stratifiées (Tsai, 1988).

$$\begin{cases} \{\varepsilon^{0n}\} = [\alpha] \{N^n\} + [\beta] \{M^n\} \\ \{k^n\} = [\beta] \{N^n\} + [\delta] \{M^n\} \end{cases} \quad (6)$$

Les déformations non mécaniques  $\varepsilon_\alpha^{n(k)}$  sont alors calculées en chaque point  $z_k$  :

$$\varepsilon_\alpha^{n(k)} = \varepsilon_\alpha^{0n} + z_k k_\alpha^n \quad (7)$$

Dans le repère pli, ces déformations non mécaniques deviennent  $\varepsilon_i^{n(k)}$ . Les déformations résiduelles sont alors définies par la différence entre les déformations non mécaniques et les expansions libres :

$$\varepsilon_i^{r(k)} = \varepsilon_i^{n(k)} - e_i^{(k)} \quad (8)$$

Les contraintes résiduelles  $\sigma_i^{r(k)}$  dans chaque pli sont finalement exprimées par :

$$\sigma_i^{r(k)} = Q_{ij} \varepsilon_j^{r(k)} \quad (9)$$

Pour prédire la probabilité d'endommagement d'un composite stratifié, on utilise le plus souvent les critères de rupture. Le critère de rupture nous offre une relation directe entre les contraintes appliquées au stratifié et les résistances de traction, de compression et de cisaillement du matériau utilisé. Pour un pli orthotrope mince en un état de contraintes dans le plan, le critère quadratique de rupture est donné par :

$$F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \tau_{12}^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 1 \quad (10)$$

Les paramètres de la résistance sont exprimés par :

$$F_1 = \frac{1}{X} - \frac{1}{X'}, \quad F_2 = \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}, \quad F_{66} = \frac{1}{Y^2}, \quad F_{11} = \frac{1}{X X'}, \quad F_2 = \frac{1}{Y Y'}, \quad F_{12} = -\frac{1}{2} \sqrt{F_{11} F_{22}} \quad (11)$$

Les contraintes dans chaque couche par rapport au système d'axe global, sont données par l'équation (9). Si le facteur de résistance  $R$ , désigne le rapport entre les résistances ultimes  $(\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12})^f$  et les contraintes hygrothermiques appliquées  $(\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12})^k$  pour chaque pli, nous pouvons écrire :

$$a R^2 + b R - 1 = 0 \quad (12)$$

Avec :

$$a = F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \tau_{12}^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 \quad \text{et} \quad b = F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2$$

La solution de l'équation (12) est donnée comme suit :

$$R = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4a}}{2a} \quad (19)$$

Il est à noter que si  $R > 1$  la rupture n'aura pas lieu, et quand  $R = 1$  la rupture aura lieu.

#### 4 Applications et discussions

Afin de concrétiser notre étude nous avons choisi comme application, une plaque stratifiée en graphite époxy T300/5208, avec une épaisseur totale  $h = 4.8$  mm. Les caractéristiques hygrothermiques ainsi que les résistances de notre plaque stratifiée sont données aux tableaux 1 et 2.

**Tableau 1:** Caractéristiques hygrothermiques du T300/5208 (Tsai 1988)

$E_x$ (GPa)	$E_y$ (GPa)	$\nu_x$	$G_{xy}$ (GPa)	$\alpha_x (10^{-6} K^{-1})$	$\alpha_y (10^{-6} K^{-1})$	$\beta_x$	$\beta_y$
181	10.3	0.28	7.17	0.02	22.5	0	0.6

**Tableau 2:** Résistances à la traction, compression et cisaillement du T300/5208 (Tsai 1988)

X (MPa)	X' (MPa)	Y (Mpa)	Y' (MPa)	S (MPa)
1500	1500	40	246	68

Il est à noter qu'en plus des contraintes hygrothermiques transversales, il se développe aussi des contraintes longitudinales et des contraintes de cisaillement. Alors, tester séparément l'intensité de chacune de ces trois contraintes aux résistances de traction, de compression et de cisaillement pour chaque matériau, ne permet pas d'avoir une idée globale sur l'évolution des contraintes hygrothermiques cycliques. Pour cela, nous avons opté pour les critères de rupture en régime transitoire, pour déterminer le facteur de résistance hygrothermique  $R$ . Ce dernier est défini comme étant le rapport entre les contraintes hygrothermiques produites par chaque cycle et les résistances du matériau. Il nous devient maintenant très facile, de localiser la position d'un éventuel endommagement. La figure 2 et 3 représentent l'évolution du facteur de résistance hygrothermique  $R$  en fonction de l'épaisseur de la plaque stratifiée avec les séquences d'empilements  $[10/-10]_{4S}$  et  $[20/-20]_{4S}$  pour le cycle 6 heures. Les deux figures ont la même allure à l'exception que l'intensité du facteur  $R$  qui diffère d'une séquence à l'autre, il est clair que ce dernier atteint la valeur  $R=3.615$  pour la séquence  $[10/-10]_{4S}$  et  $R= 3.812$  pour la  $[20/-20]_{4S}$  aux bords de la plaque. Le facteur  $R$  est marqué aussi par des piques  $R=69.094$  pour la séquence  $[10/-10]_{4S}$  et  $R= 46.980$  pour la  $[20/-20]_{4S}$ , caractérisées par des contraintes nulles. . Donc les figures 3, 4 et 5 représentent l'évolution du facteur  $R$  en fonction de l'épaisseur de la plaque stratifiée  $[20/-20]_{4S}$  respectivement pour le cycle 6 heures, de 6 jours et de 6 semaines. Il est évident que la présence de l'effet de bords pour les périodes de 6 jours et 6 semaines engendre des fluctuations. Dans ce cas deux piques apparaissent, le premier à cause du changement de signe des contraintes et le deuxième à cause de l'extension de l'effet de bords. Aux faces de la plaque, on remarque que le facteur  $R$  devient plus critique avec la durée de la période du cycle. Afin de voir l'effet des séquences d'empilement sur l'évolution du facteur de résistance hygrothermique, nous allons proposer des séquences d'empilement du type  $[\theta/-\theta]_{ns}$  avec  $\theta = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  et  $45^\circ$ . Les figures 6 et 7 illustrent respectivement la variation du facteur  $R$  en fonction de l'épaisseur de la plaque stratifiée au temps initial (FIG-6) et au temps de saturation (FIG-7). On remarque que les valeurs critiques de  $R$  sont constatées aux bords et au centre de la plaque. A état initial (FIG-6), le facteur  $R$  aux bords de la plaque est de 3.556 pour la séquence unidirectionnelle, tandis qu'au centre, il est de 1.815 pour la séquence  $[45/-45]_{4S}$ . Au temps de saturation, le facteur  $R$  est de 4.733 au centre de la plaque pour la séquence  $[45/-45]_{4S}$  et il est de 7.465, aux bords de la plaque, pour la séquence unidirectionnelle.

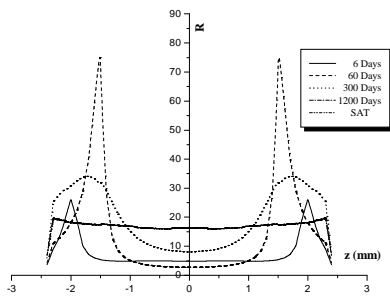


FIG 2- Facteur R en fonction de l'épaisseur de la plaque [10/-10]<sub>4S</sub> pour le cycle 6 heures

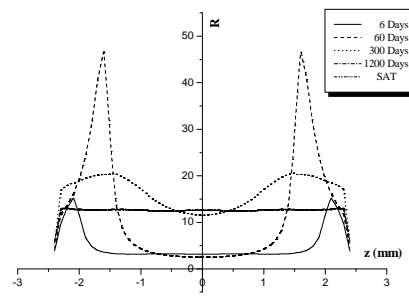


FIG 3 - Facteur R en fonction de l'épaisseur de la plaque [20/-20]<sub>4S</sub> pour le cycle 6 heures

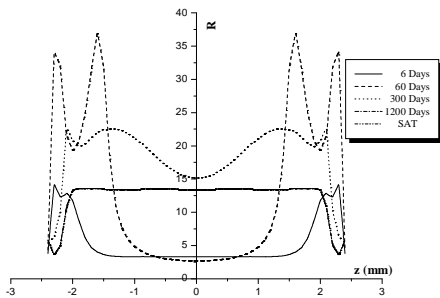


FIG 5 - Facteur R en fonction de l'épaisseur de la plaque [20/-20]<sub>4S</sub> pour le cycle 6 jours

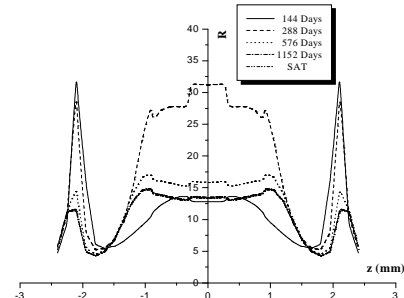


FIG 6 - Facteur R en fonction de l'épaisseur de la plaque [20/-20]<sub>4S</sub> pour le cycle 6 semaines

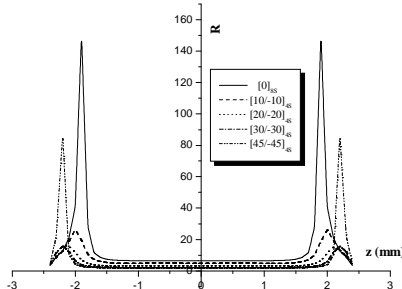


FIG 5 - Facteur R à l'état initial en fonction de l'épaisseur de la plaque [θ/-θ]<sub>4S</sub> pour le cycle 6 heures

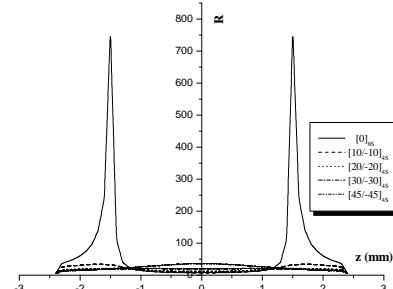
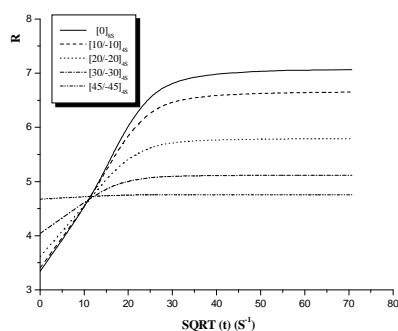
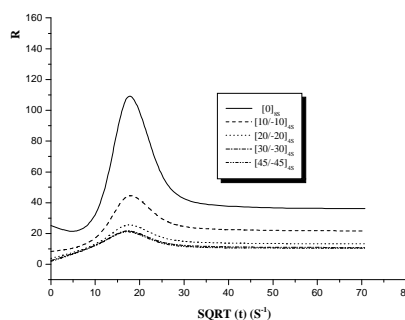


FIG 6 - Facteur R à la saturation en fonction de l'épaisseur de la plaque [θ/-θ]<sub>4S</sub> pour le cycle 6 heures

Suite aux résultats précédents, il a été constaté que le facteur R atteint des valeurs critiques au centre et aux bords de la plaque stratifiée, c'est dans ce contexte et afin de montrer la particularité de ces deux régions, nous avons illustré ci dessous l'évolution de ce dernier en fonction du temps et des séquences d'empilement [θ/-θ]<sub>ns</sub> pour la période de 6 semaines. De la figure 7, on peut clairement voir que le facteur R admet des valeurs minimales aux premiers temps, surtout pour la séquence [0]<sub>8</sub> (R = 3.34) vers des temps plus élevés R augmente. Pour la séquence [45/-45]<sub>4S</sub> le facteur R est presque constant. Le temps t = 144 Jours est marqué par une intersection entre les facteurs de résistance hygrothermiques de toutes les séquences d'empilement. De la figure 8, on peut voir que les valeurs de R sont presque constantes, à l'exception du temps t = 288 Jours qui est marqué par une augmentation assez importante de R qui atteint 148.247 pour la séquence d'empilement [0]<sub>8S</sub>.



**FIG 8** - Variation de R en fonction du temps aux bords de la plaque pour des séquences  $[\theta/-\theta]_{4S}$  et le cycle 6 semaines



**FIG 9** - Variation de R en fonction du temps au centre de la plaque pour des séquences  $[\theta/-\theta]_{4S}$  pour le cycle 6 semaines

## Conclusion

Lors de l'application des conditions d'environnements cycliques sur les composites stratifiés, on a constaté que l'effet de bord produit une fluctuation importante sur les faces de la plaque. On remarque que l'étendue de l'effet de bord dépend de la période de chaque cycle et du coefficient de diffusivité. L'effet de bord sera plus important pour les périodes de 6 jours et de 6 semaines. De ce fait, le facteur de résistance hygrothermique passe brusquement d'une valeur maximale à une valeur minimale dans un intervalle de temps très petit. Ce passage brusque entre les deux contraintes résiduelles peut engendrer un endommagement entre les couches de la plaque stratifiée. Par conséquent un délaminage est très probable. Le facteur de résistance hygrothermique R est donc, jugé comme étant l'outil le plus fiable pour estimer l'impact des contraintes hygrothermiques sur la probabilité d'endommagement des plaques stratifiées. L'emploi des composites stratifiés avec des séquences d'empilements contrôlées du type  $[\theta/-\theta]_{nS}$ , nous permet de limiter les conséquences des contraintes hygrothermiques cycliques.

## Références

- Ashbee K.H.G., Wyatt R.C. 1967 Water damage in polyester resins. Proceeding of Royal Society, Vol. A300 p.415-419,.
- Crank, J. 1975 The Mathematics of diffusion., Clarendon Press, Oxford.
- Earl J. S., Shenoï R. A. 2004 Determination of the Moisture Uptake Mechanism in Closed Cell Polymeric Structural Foam During Hygrothermal Exposure. Journal of Composite Materials, Vol. 38, No. 15.
- Kriz R.D., Stinchcomb W.W. 1982 Effect of moisture, Residual thermal curing stresses, and mechanical load on damage development in quasi isotropic laminates. Damage in composite materials, ASTM\_STP 775, p.63-80.
- Sereir Z., Adda bedia E., Tounsi A. 2006 Effect of temperature on the hygrothermal behaviour of unidirectional laminated plates with asymmetrical environmental conditions. International Journal of composites structures, Composite Structures, Vol 72, Issue 3, Pages 383-392, March.
- Springer, G. 1981 Numerical procedures for the solutions of one-dimensional Fickian diffusion problems, Environmental effects on composite materials, Technomic Publishing Co. Westport, CT06880, USA, p. 166-199.
- Tsai, S.W., Pagano N.J. 1968 In Composite Material Workshop, S.W. Tsai et al eds., Technomic.
- Vergnaud J.M. 1991 Liquid transport processes in polymer materials . Ed. brentice Hall.