

## Dynamique de défauts spatio-temporels dans un motif de spirales de Taylor

Nizar Abcha<sup>1</sup>, Noureddine Latrache<sup>2</sup>, Laurant Nana<sup>3</sup>, Alexander Ezersky<sup>4</sup> & Innocent Mutabazi<sup>1</sup>

1. LMPG, université du Havre 53, rue de Prony, 76058, Le Havre cedex

2. LIME, IUT de Brest, BP 93169 Rue Kergoat, 29231 Brest Cedex

3. Laboratoire de Mécanique, Université de Yaoundé I, B.P. 812, Yaoundé, Cameroun

4. UMR CNRS 6143 « M2C » Université de Caen, 14000 Caen Cedex

email : nizar.abcha@univ-lehavre.fr

### Résumé :

La vélocimétrie par imagerie de particules (PIV) a été mise en œuvre pour caractériser le comportement spatio-temporel des régimes de vortex spiral observé dans l'écoulement de Couette-Taylor. A partir des mesures de vitesses obtenues par PIV, les variations spatio-temporelles des composantes de vitesses radiale et axiale sont établies. Nous rapportons les principales caractéristiques (nombre d'onde, fréquences) ainsi que la déstabilisation de ces régimes vers des comportements désordonnés. Par ailleurs, nous décrivons le comportement observé dans les zones des défauts de spirales qui se manifestent dans l'écoulement. Une analyse fine autour de chaque défaut a été menée (profil d'amplitude, saut de phase, pinning, ...).

### Abstract:

Particle Image Velocimetry (PIV) was implemented to characterize the space-time behavior of the spiral vortex flow in Couette-Taylor system. From the velocity measurements obtained by PIV, the variations space-time variation of the radial and axial velocities components are established. We report the principal characteristics (wave number, frequencies) as well as the destabilization of these modes towards disordered behavior. In addition, we describe the dynamics in the neighbourhood of the spiral defects.

### Mots-clefs :

Spirale de Taylor, PIV, défaut spatio-temporel

### 1 Introduction

Le système de Couette-Taylor est composé de deux cylindres coaxiaux en rotation différentielle et est le siège de plusieurs modes d'instabilités (Andereck and *al.* (1986)). Pour de faibles vitesses de rotation des cylindres, on observe un écoulement purement azimutal, laminaire et cisailé dans la direction radiale, appelé écoulement de Couette circulaire. Dans le cas où les cylindres tournent en contrarotation, l'écoulement de Couette circulaire subit une bifurcation de Hopf supercritique et transite vers un écoulement avec des structures tourbillonnaires, appelées spirales, qui s'enroulent en hélice autour du cylindre intérieur. Pour une vitesse de rotation  $\Omega_e$  du cylindre extérieur fixée, ce régime d'écoulement spiralé évolue vers des régimes plus complexes lorsque la vitesse de rotation  $\Omega_i$  du cylindre intérieur augmente.

Si le système de Couette-Taylor est largement étudié expérimentalement, par visualisation (Andereck and *al.* (1986)), par vélocimétrie laser Doppler (W.F. Langford et *al.* (1988)), ou par vélocimétrie ultrasonore (Takeda (1999)), il existe très peu de travaux présentant des mesures quantitatives de vitesses par PIV (Wereley et *al.* (1998)).

Nous vous présentons les principaux résultats obtenus par la technique de PIV appliquée au régime de spirales de Taylor. En particulier, nous avons mesuré le champ de vitesses au voisinage des défauts (collisions, sources). Une analyse fine autour de chaque défaut a été menée (profil d'amplitude, saut de phase, pinning, ...).

Les résultats expérimentaux ont été comparés aux résultats de résolution numérique de l'équation complexe de Ginzburg-Landau 1-d avec des conditions aux limites homogènes (Dirichlet). Nous avons mis en évidence la génération de défauts spatio-temporels dans la région des paramètres où la théorie avec les conditions aux limites périodiques prédisait la stabilité. Un nouveau diagramme des états de l'ECGL avec des conditions aux limites homogènes a été établi et comparé.

## 2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental comporte un cylindre intérieur de rayon  $a = 4$  cm, un cylindre extérieur de rayon  $b = 5$  cm, et de hauteur  $L = 45,9$  cm. Le rapport des rayons est  $\eta = a/b = 0,8$  et le rapport d'aspect  $\Gamma = L/d = 45,9$ , où  $d = b - a$  est la taille de l'entrefer. Le cylindre extérieur est isolé thermiquement de l'extérieur par un bain rectangulaire en plexiglass rempli d'eau. La géométrie rectangulaire du bain favorise les observations optiques. Les vitesses de rotation  $\Omega_e$  et  $\Omega_i$  du cylindre extérieur et intérieur permettent de définir les nombres de Reynolds associés, respectivement  $Re_e = \Omega_e b d / \nu$  et  $Re_i = \Omega_i a d / \nu$ , où  $\nu$  est la viscosité de l'eau. L'erreur sur les nombres de Reynolds est inférieure à 2%. Le fluide entre les deux cylindres est constitué d'eau (déméralisée)ensemencée, pour la PIV, par des particules sphériques creuses de verre de diamètre moyen de 8 à 11  $\mu\text{m}$  avec une concentration en masse inférieure à  $10^{-4}$ . Le système PIV est constitué d'un laser Quantel Nd :YAG à double cavité (45mJ, 6ns) piloté par un contrôleur MasterPIV (Tecflow), l'intervalle de temps entre les pulses lasers varie de 2,5 à 32 ms, en fonction des valeurs des nombres de Reynolds. Les paires d'images sont collectées à une fréquence de 2Hz par une caméra CCD de 1034x779 pixels. Les intercorrélations entre images d'une même paire sont calculées avec le logiciel Corélia-V2IP avec une fenêtre d'interrogation de 32x32 pixels, afin d'obtenir les champs de vitesse dans le plan  $(r,z)$ . A partir des champs de vitesse nous pouvons extraire les profils  $v_r(z)$  de vitesse radiale dans la direction axiale à différentes position radiale. De même les profils  $v_r(r)$ ,  $v_z(z)$ ,  $v_z(r)$  sont extraits à différentes positions. L'extraction de ces profils pour chaque champs de vitesse au cours du temps permet de former les profils spatio-temporels  $v_r(z,t)$ ,  $v_r(r,t)$ ,  $v_z(z,t)$ ,  $v_z(r,t)$ .

Nous avons utilisée aussi la visualisation par addition d'une suspension de 2% de Kalliroscope à l'eau déminéralisée. La lumière réfléchiée par les paillettes est collectée le long d'un axe parallèle à l'axe du système par une caméra CCD linéaire. L'intensité est enregistrée sur 25 à 29 cm de long, ce qui correspond à une résolution de 40 à 30 pixels par cm. Chaque ligne  $I(z)$  collectée à un temps donné est assemblée aux autres lignes acquises au cours du temps afin de former un diagramme spatio-temporel  $I(z,t)$ .

## 3 Résultats

Nous présentons les résultats obtenus pour  $Re_e = -299$  et différentes valeurs de  $Re_i$ . Le mode critique apparaît à  $Re_i = 201$ , il est constitué de motif spirales. Les champs de vitesse instantanés mesurés dans le plans  $(r,z)$  sont réguliers et mettent en évidence le mouvement des structures tourbillonnaires, avec une alternance du sens de rotation dans la direction axiale (Fig.1), les champs de vorticités instantanés dans le plan  $(r,z)$  montrent que la spirale de Taylor est composée d'une paire de vortex se propageant autour et le long du cylindre intérieur.

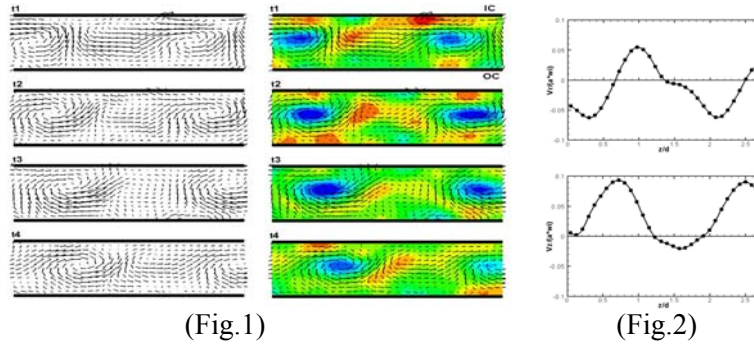


Fig.1 – Champs de vitesse et de vorticité instantanés pour 4 acquisitions ( $t_{i+1}=t_i+0.5s$ )  
 Fig.2 – Profil de vitesse,  $v_r(z)$  et  $v_z(z)$  mesuré à  $r = a + 0.5d$  pour  $Re_i = 201$

A partir des champs de vitesse, nous avons extrait les profils des vitesses  $v_r(z)$ ,  $v_z(z)$ , à une position radiale  $r = a + 0.5d$  (Fig.2). Ils sont rendues adimensionnelles par la vitesse de rotation du cylindre intérieur  $\Omega a$ . La position axiale  $z$  est normalisée par la taille de l'espace annulaire  $d$ .

Les diagrammes spatio-temporels des deux composantes de vitesses  $v_r(r,t)$  et  $v_z(r,t)$  (Fig.3e, 3f) montrent l'alternance régulière du sens de rotation des tourbillons, ceci confirme le fait que les spirales sont des ondes radiales stationnaires formées par des paires de tourbillons contrarotatifs. Les diagrammes de  $v_r(z,t)$  et  $v_z(z,t)$  réalisés à  $r=a+0.5d$  (Fig.3b) montrent que le premier mode d'instabilité se manifeste sous forme d'un motif de spirales se propageant à droite dans la direction axiale. A partir du diagramme de  $v_r(z,t)$  à  $r=a+0.5d$ , la périodicité spatiale et temporelle de la spirale ont été mesurées. La fréquence adimensionnée est  $f^* = f.d^2 / \nu = 5.2$  tandis que le nombre d'onde axial vaut  $0,3 \text{ rad.mm}^{-1}$ .

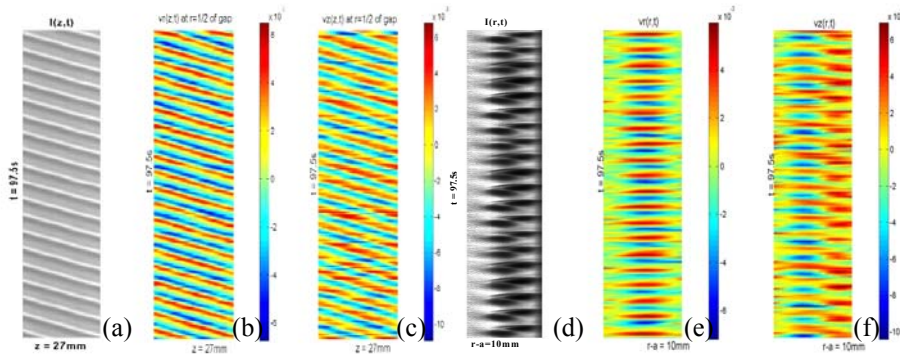


Fig.3 – a)  $I(z,t)$ , b)  $v_r(z,t)$ , c)  $v_z(z,t)$ , d)  $I(r,t)$ , e)  $v_r(r,t)$  et f)  $v_z(r,t)$  pour  $Re_i = 201$

### 3.1 Défauts spatio-temporels : motif des spirales obtenu par visualisation à l'aide des paillettes de Kalliroscope

Pour  $Re_i > 343$  et  $Re_e = -622$ , la source entre les deux spirales devient très faible et disparaît de l'écoulement, ce qui permet aux spirales d'interférer dans ce petit espace Fig.4. Ce motif possède des zones d'interpénétrations où on a coexistence de deux ondes gauche et droite et zones sans interpénétration avec une seule onde. Ces spirales subissent une instabilité d'Ekhaus-Benjamin-Feir qui se manifeste par l'appariation des défauts ponctuels de phase dans le motif sous forme de dislocation ou collision entre deux spirales (C. Hoffman et al. (2000 et 2005)) Fig.4. Pour étudier la dynamique de défaut dans le motif des spirales, nous suivons l'évolution des propriétés spatio-temporelles comme la phase, l'amplitude, la fréquence et le nombre d'onde autour d'un défaut. Dans la Fig.4 nous présentons les deux premières grandeurs autour de deux défauts dans la région où la propagation de la spirale droite est plus dominante que la spirale gauche. Nous avons utilisé le procédé de démodulation pour obtenir l'amplitude complexe  $A(x,$

t) du champ I d'intensité  $I(x,t) = A(x,t) \exp(i(\omega_0 t - k_0 x)) + c.c.$  Le champ d'amplitude de  $|A(x,t)|$  et de la phase  $\text{Arg}(A(x,t))$  pour le défaut illustrés sur la Fig.6 À proximité des défauts, la phase présente un saut de  $\pi$ , comme l'amplitude subit une dépression représentée par le spot noire dans diagramme spatio-temporel. Pour extraire plus d'information sur la dynamique de défaut à partir des diagrammes spatio-temporels d'amplitude et de la phase, nous présentons dans la Fig.5a le profil spatiale de l'amplitude à travers le défaut où elle atteint zéro au cœur de défaut (N. Latrache (2005), P. Bot et al. (2000)). Sur la Fig.5b un exemple de deux profils de la phase dans l'espace avant et après le coeur du défaut dans un intervalle du temps de 0.4s. Ce profil de la phase montre clairement le saut du  $\pi$  dans la Fig.4c

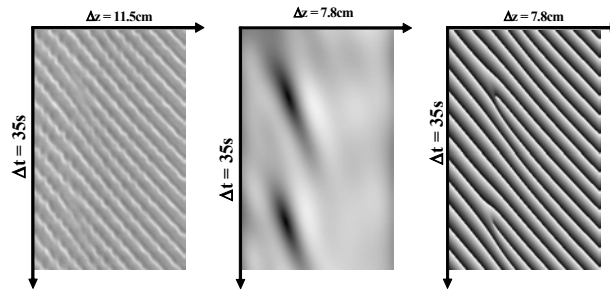


Fig.4 - a) spirale interpénétrant droite aux voisinage des défauts b) amplitude, c) phase.

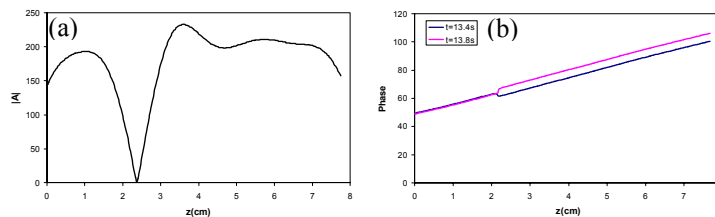
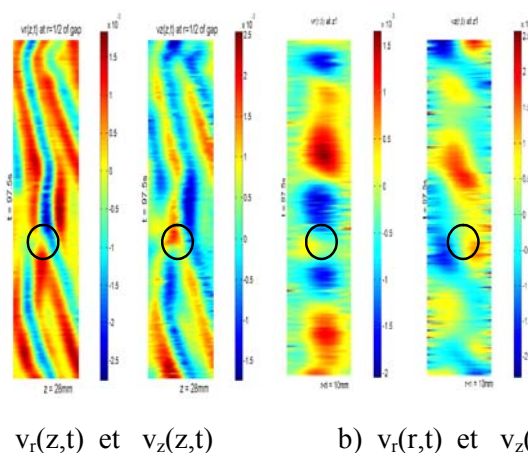


Fig.5 – Profils spatiaux de l'amplitude à travers et de la phase avant et après le coeur du défaut.

### 3.2 Mesure PIV au voisinage d'un défaut

Nous rapportons maintenant, le comportement observé dans les zones de défauts de spirales dans l'écoulement pour  $Re_i = 227$ , en mesurant les champs de vitesse. Les diagrammes spatio-temporels des composantes radiale et axiale dans le plan  $(z,t)$ , rapportés Fig.6a, présentent un défaut vers  $t=42s$ . On note que la composante radiale s'annule pour  $t=42s$  à  $z=12mm$ .



a)  $v_r(z,t)$  et  $v_z(z,t)$       b)  $v_r(r,t)$  et  $v_z(r,t)$   
 Fig.6 – Diagrammes spatio-temporels au voisinage d'un défaut  $Re_i = 227$

Ceci se confirme sur l'ensemble de l'entrefer sur le diagramme  $v_r(r,t)$  et  $v_z(r,t)$  pris à  $z=12$  mm, rapporté Fig.6b. On remarque en effet des valeurs particulièrement faibles autour de  $t=42$  s, entre deux structures tourbillonnaires présentant un écoulement radial rentrant. Ceci est mis en évidence par l'évolution de deux composantes de vitesses au cours de temps, où ils s'annulent à travers le défaut. Nous avons ensuite, concentré notre attention sur les comportements spatiotemporels de deux composantes de vitesses à travers le défaut. Pour cela nous avons tracé sur la Fig.7a l'évolution temporelle de la vitesse radiale et axiale. Elles évoluent selon une loi parabolique avec une tangente horizontale au cœur de défaut. Dans l'espace les deux composantes des vitesses se comportent variant selon une fonction linéaire avec la taille de défauts Fig.7b et 7c.

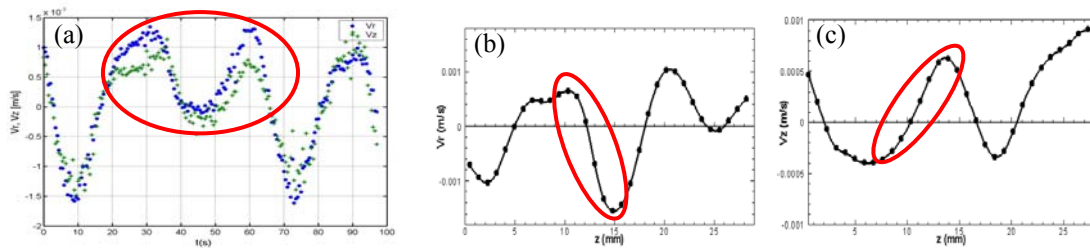


Fig.7 – Evolution temporelle et spatiale de deux composantes de vitesses  $v_r(t)$  et  $v_z(t)$ ,  $Re_i = 201$

#### 4. Discussion

La dynamique des ondes spiralées peut être régie par l'équation de Ginzburg-Landau complexe (CGL).

$$\frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} = \varepsilon A + (1 + ic_1) \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - (1 - ic_3) |A|^2 A; \quad (1)$$

Le profil de la phase dans l'espace avant et après le noyau d'un défaut, montre que les trous observés dans des spirales interpénétrantes sont semblables aux trous type « van Hecke » (M. van Hecke *et al.* (2001)).

Nous avons intégré numériquement cette équation (1) en utilisant le schéma des différences finies sur l'espace et l'algorithme de Runge-Kutta du quatrième ordre dans le temps, avec les conditions aux limites homogène ( $\langle A(0) = A(L) \rangle = 0$ ). Nous présentons sur la Fig.8a le diagramme spatio-temporel de la partie réelle d'amplitude A.

Au voisinage d'un défaut nous avons cherché une solution approchée de l'équation Ginzburg-Landau (1) sous la forme:  $A(x,t) \cong (x + it)$  où  $x=0$ ,  $t=0$  correspondent à la position du défaut. Ensuite par démodulation complexe, nous avons construit le champ connu par **le modèle de pinning**:

$$U = A e^{i(\omega t - kx)} + A^* e^{-i(\omega t - kx)}$$

où la partie réelle du champ  $U(x,t)$  est :  $\text{Re}(u) = -2t \sin(\omega t - kx) + 2x \cos(\omega t - kx)$

Nous présentons sur la Fig.8b le diagramme spatio-temporel de la partie réelle où du paramètre d'ordre A avec un défaut topologique.

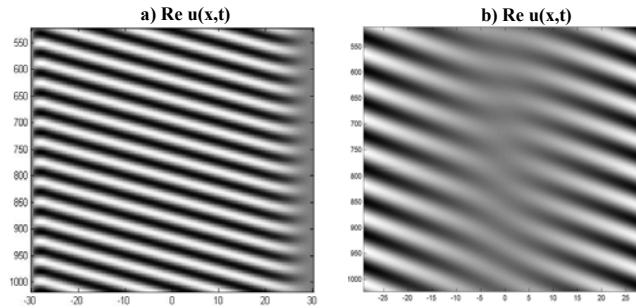


Fig.8 – (a) diagramme spatio-temporel  $\text{Re } u(x,t)$   $c_1=0.5$ ;  $c_3=-2$ ;  $\varepsilon=0.5$  et  $V=-1$   
 (b) diagramme spatio-temporel de la partie réelle  $\text{Re } u(x,t)$ ,  $w=0.1$  et  $k=0.01$

Tous d'abord pour étudier les comportements spatiotemporels observés à travers ce défaut, nous avons tracé sur la Fig.9 le profil spatial et temporel à  $x=0$ ,  $t=0$  correspondant à la position du défaut : à  $x = 0$   $\text{Re}(u) = -2t \sin \omega t$  et à  $t = 0$   $\text{Re}(u) = 2x \cos kx$

Le profil spatial du champ réel  $U(x,t)$  montre que la partie réelle varie de façon linéaire à travers le défaut pour  $t=0$  où elle s'annule à  $x = 0$ , contrairement au profil temporel qui varie selon une loi parabolique avec une tangente horizontale à  $x=0$ .

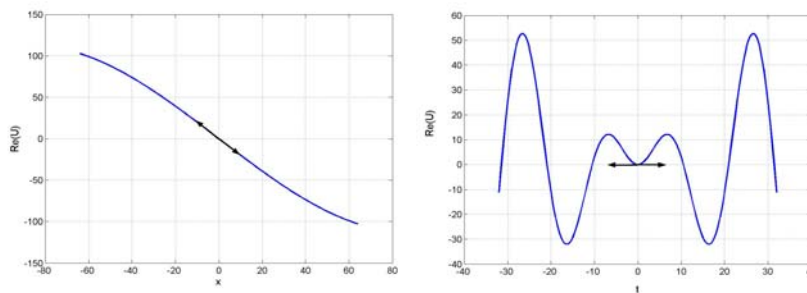


Fig.9 – Profils spatial et temporel du champ réel  $\text{Re } u(x,t)$  à travers le défaut à  $x = 0$ ,  $t = 0$

## Références

- Andereck C.D., Liu S.S. & Swinney H.L. 1986 Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *J. Fluid Mech.* **164**: 155-183.
- Langford W.F., Golubitsky M., Tagg R., Kostelich E.J., & Swinney H.L., 1988 Primary instabilities and bicriticality in flow between counter-rotating cylinders, *Phys. Fluids*, **31**, 776.
- Takeda Y., 1999 Quasi-periodic state and transition to turbulence in a rotating Couette system, *J. Fluid Mech.*, **389**, 81-99.
- Wereley S.T., Lueptow R.M., 1998 Spatio-temporal character of nonwavy and wavy Taylor-Couette flow, *J. Fluid Mech.*, **364**, 59-80.
- Hoffmann C., Lücke M. & Pinter A., 2005 Spiral vortices traveling between two rotating defects in the Taylor-Couette system *Phys. Rev. E* **72** 056311.
- Hoffman C. & Lüke M., 2000 Spiral vortices and Taylor vortices in the annulus between counter-rotating cylinders, *Physics of Rotating Fluids, Lectures Notes in Physics 549*, Springer Berlin.
- N. Latrache, 2005 Etude des instabilités de liquides newtoniens ou viscoélastiques dans le système de Couette-Taylor, *Thèse de doctorat de l'université du Havre*.
- Bot P. & Mutabazi I., 2000 Dynamics of spatio-temporal defects in the Taylor-Dean system, *Eur Phys. J. B*, **13**, 141-155.
- Van Hecke M. & Howard M., 2001 Ordered and self-disordered dynamics of holes and defects in the one-dimensional complex Ginzburg-Landau equation, *Phys. Rev. Lett.*