

## Etude de la transition bypass en couche limite au moyen de forçage stochastique

Jérôme Hoepffner<sup>1</sup> & Luca Brandt<sup>2</sup>

<sup>1</sup> IRPHÉ, Marseille, <sup>2</sup> Linné flow centre, KTH Stockholm.

### Résumé :

*La transition laminaire/turbulent en couche limite exposée à de la turbulence extérieure est un enchaînement complexe de mécanismes de réceptivité et d'instabilité. Dans un premier temps, les perturbations extérieures génèrent des stries longitudinales de haute et faible vitesse longitudinale par un mécanisme de croissance transitoire. Lorsque les stries atteignent une amplitude significative, des mécanismes de déstabilisation amènent à l'apparition de zones turbulentes, qui croissent et contaminent la couche limite en aval. Pour étudier la phase finale de la transition, nous soumettons la couche limite linéarisée linéarisée autour du profil de Blasius avec stries, à un forçage stochastique qui a la structure de corrélation spatiale de la turbulence homogène isotrope. La corrélation spatiale de l'écoulement ainsi forcé peut être obtenu par la résolution numérique de l'équation de Lyapunov. Nous montrons par ces calculs que la turbulence extérieure possède les caractéristiques nécessaires à l'excitation des phénomènes de croissance transitoire primaire et secondaire, contribuant à une distorsion des stries, et menant à la génération de zones turbulentes à l'intérieur de la couche limite.*

### Abstract :

*Transition to turbulence in boundary layers exposed to free-stream turbulence is a cascade of mechanisms of receptivity and instability. First, external perturbations lead to streamwise elongated streaks of low and high streamwise velocity due to a transient growth mechanism. When the streaks reach larger amplitude, instability mechanisms lead to turbulent spots and turbulence. To study the late stage of the transition, we excite the boundary-layer, linearized about the Blasius profile plus the streaks by a stochastic forcing with the correlation structure of isotropic homogeneous turbulence. The spatial correlation of the flow thus forced can be computed by numerical resolution of a Lyapunov equation. We show in this paper that free-stream turbulence has the necessary features to excite the secondary transient energy growth, thus playing a central role in the transition to turbulence.*

### Mots-clefs :

## 1 Introduction

Il a été montré que dans les écoulements cisailés comme la couche limite ou le canal plan, des perturbations initiales sous la forme de tourbillons longitudinaux peuvent interagir avec l'écoulement de base de sorte à générer de fortes stries longitudinales de haute et basse vitesse. Ce mécanisme, dit de *lift-up* peut donner lieu à la croissance de petites perturbations qui à leur tour peuvent mener l'écoulement vers le régime chaotique pour des nombres de Reynolds bien en dessous du Reynolds critique pour l'instabilité de Tollmien–Schlichting. En effet, L'écoulement secondaire composé de la couche limite de Blasius et des stries longitudinales devient linéairement instable lorsque les stries atteignent une amplitude modérée (Andersson *et al.* (2001)). Ce phénomène est capable d'altérer fortement la dynamique dans la couche limite grâce à son comportement fortement sous-critique, puisque une fois initié, le régime turbulent peut être maintenu bien en dessous du nombre de Reynolds critique pour l'instabilité exponentielle.

En poursuivant plus loin l'étude de la transition du point de vue des croissances transitoires, l'idée a été proposée que les stries longitudinales pouvaient être le siège d'une croissance transitoire secondaire bien avant d'atteindre l'amplitude requise pour une instabilité exponentielle.

Il a été montré qu'effectivement, des perturbations optimisées à cet effet étaient capable de fortes croissances énergétiques (Hoepffner *et al.* (2005)). Un nouveau scénario de transition vers la turbulence a ainsi été mis en valeur, qui met en jeu un enchaînement de mécanismes de croissance transitoire, sans besoin d'instabilité modale.

L'étude de la croissance énergétique peut se faire par les méthodes d'optimisation. On peut calculer numériquement les perturbations initiales qui donneront la croissance la plus forte pour un temps donné. Si il existe une forte instabilité modale, ce sera le mode propre instable correspondant qui sera obtenu comme condition initiale optimale. S'il n'y a pas d'instabilité modale dominante, il pourra y avoir une compétition entre divers mécanismes de croissance, et le choix de celui qui dominera – c'est à dire celui qui sera la cause de la destruction de l'écoulement de base – dépendra d'une part des taux de croissances des mécanismes en compétition, mais aussi de l'amplitude initialement présente des conditions correspondantes. Pour une étude de stabilité lorsqu'il n'y a pas de mécanisme à très forte croissance, il est donc nécessaire de considérer également la manière dont les perturbations sont introduites dans l'écoulement.

Ceci peut être réalisé par l'approche des perturbations stochastiques. Les perturbations externes, par exemple ondes acoustiques, rugosité de paroi, activité tourbillonnaire en amont, peuvent être décrites statistiquement par leur corrélation spatiale et temporelle. Il est ensuite nécessaire de pouvoir calculer la corrélation de l'écoulement ainsi forcé. Cela est possible par la résolution de l'équation différentielle de Lyapunov

$$\dot{P} = AP + PA^H, \quad P(0) = P_0$$

où  $P$  est la matrice de corrélation de l'écoulement,  $P_0$  est la matrice de corrélation des perturbations initiales,  $A$  représente les équations de Navier–Stokes linéarisées, et l'indice  $H$  dénote la conjuguée transposée. Cette équation représente un problème aux valeurs initiales pour un écoulement dont nous connaissons statistiquement l'état à  $t = 0$ . La solution de ce problème d'évolution peut s'écrire explicitement grâce à la matrice exponentielle

$$P(t) = e^{At} P_0 e^{A^H t}. \quad (1)$$

Dans cet article, nous avons pour but de tester si les mécanismes de croissance transitoire secondaire seront actifs lorsque la couche limite est excitée par de la turbulence extérieure. Pour cela, nous supposons que la couche limite avec stries est initialement perturbée par de la turbulence homogène isotrope. Pour considérer également les mécanismes de pénétration des perturbations à l'intérieur de la couche limite, la turbulence sera initialement présente uniquement en dehors de la zone de cisaillement proche de la paroi. La corrélation spatiale de la turbulence homogène isotrope peut être obtenue par arguments de symétrie une fois que son spectre énergétique est choisit. Pour cela nous considérons le modèle de Von Karman

$$E_K = 2/3kL \frac{a(kL)^4}{(b + (kL)^2)^{17/6}}$$

avec  $a = 1.61, b = 1.35$ , où  $k$  est le vecteur d'onde et  $L = 10$  correspond à l'échelle de longueur des grandes structures énergétiques de la turbulence. Ces paramètres correspondent à une épaisseur de couche limite petite relativement aux échelles de longueur de la turbulence externe.

Pour la description dynamique des perturbations, nous considérons les équations de Navier–Stokes linéarisées autour de l'écoulement de base composé du profil de Blasius plus les stries longitudinales. Ces stries sont calculées par simulation numérique directe, en imposant en amont de la couche limite les perturbations spatiales optimales (Anderson *et al.* (1999)), et

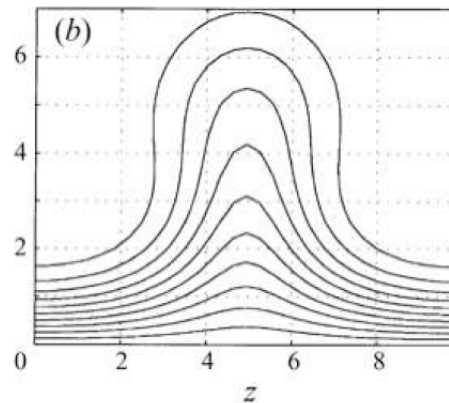


FIG. 1 – Écoulement de base pour l'étude de stabilité : isolignes de vitesse longitudinale dans un plan normal à cette vitesse. Une strie de basse vitesse au centre déforme les contours.

en choisissant l'amplitude de sorte à ce que les stries obtenues en aval aient une amplitude entre 20 et 30% de l'écoulement loin de la paroi. Cette large amplitude implique que ces stries sont saturées nonlinéairement. L'écoulement de base que nous considérons est périodique dans la direction transversale, avec la périodicité des stries. Pour les études de stabilité, nous utilisons la théorie de Floquet dans cette direction périodique (Andersson *et al.* (2001)).

Nous calculons ensuite l'évolution temporelle de la matrice de corrélation de l'écoulement par (1) lorsque la condition initiale est construite à partir du spectre de Von-Karman. En diagonalisant la matrice de corrélation, nous pouvons décomposer la dynamique des perturbations en une somme orthogonale de procédés decorrélés, cette technique est connue sous le nom de *Proper Orthogonal Decomposition* (POD). Les valeurs propres de la matrice de corrélation donnent l'énergie moyenne contenue dans chaque procédé, et le vecteur propre associé décrit la structure spatiale de ce procédé. Nous pouvons ainsi extraire les structures cohérentes les plus énergétiques pour analyser la structure du forçage ainsi que de la réponse de l'écoulement.

## 2 Résultats

L'écoulement de base dont nous étudions la stabilité est représenté sur la figure 1 dans un plan normal à la direction longitudinale. Les isolignes de vitesse longitudinale sont distordues par la présence au centre d'une strie de faible vitesse. Loin de la paroi, l'écoulement est uniforme.

Les enveloppes de croissance énergétiques pour les perturbations optimales sur ce profil sont représentés sur la figure 2 pour des stries d'amplitude modérée (sous-critique), et pour un nombre d'onde longitudinal des perturbations  $\alpha = 0.01, 0.1, 0.3$ . On observe qu'une forte croissance énergétique est possible, que cette croissance est plus large pour une perturbations plus allongée, mais plus rapide pour une perturbation plus courte.

La matrice de corrélation des perturbations initiales est construite, qui représente une turbulence isotrope homogène à l'extérieur de la couche limite. Les modes POD les plus énergétiques sont représentés sur la figure 3. On observe que ces modes sont de plus en plus oscillants pour les modes les moins énergétiques qui sont plus soumis à la dissipation visqueuse. L'énergie moyenne contenue dans chacun de ces modes de turbulence isotrope est également représentée. On observe que les modes n'ont pas de support à l'intérieur de la couche limite. Ceci est imposé par une fonction d'amplitude sous la forme d'une tangente hyperbolique centrée à  $y = 3$ .

L'évolution dans le temps de la corrélation des perturbations est calculée par le biais de

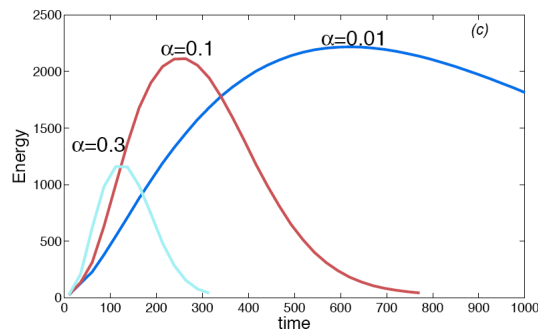


FIG. 2 – Envelopes de croissance énergétique pour un écoulement avec stries d'amplitude sous-critique, pour trois nombres d'onde longitudinaux

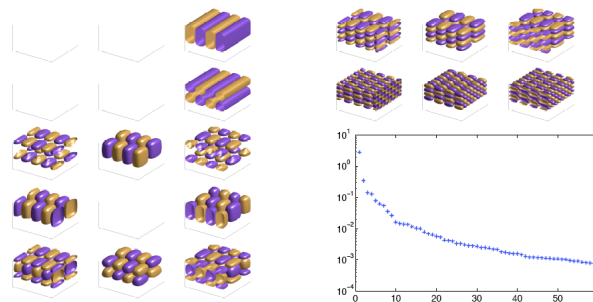


FIG. 3 – (a) Représentation par isosurfaces de la vitesse longitudinale des structures cohérentes les plus énergétiques de la turbulence isotrope homogène pour  $\alpha = 0.05$ , ainsi que (b) la répartition de l'énergie entre ces structures.

l'équation de Lyapunov. Nous pouvons extraire de la matrice de corrélation les déviations standard (*rms*) du champ de vitesse en fonction de la direction normale à la paroi, comme représentés sur la figure 4. Les calculs montrent que la déviation standard en vitesse longitudinale croît d'un facteur 100 pour  $\alpha = 0.01$ . Pour  $\alpha = 0.1$ , c'est à dire pour une perturbation dix fois plus longue que la période transverse des stries, la croissance moyenne est de 40. Il convient de comparer le carré de ces chiffres avec les résultats de croissance en énergie montrés précédemment. Sur la figure 4b), nous avons représenté pour différents instants, la variation de  $u_{rms}$ ,  $w_{rms}$  avec la direction normale à la paroi pour un nombre d'onde longitudinal  $\alpha = 0.05$ , c'est à dire une perturbation de longueur 20 fois la période des stries. On observe que initialement pour ce nombre d'onde, l'énergie est principalement contenue en dehors de la couche limite et selon la direction transversale. Il s'opère ensuite une diffusion de l'énergie vers l'intérieur de la couche limite selon  $w$ , et une croissance importante pour  $u$ , la vitesse longitudinale autour de  $y = 2$ .

Les modes POD les plus énergétiques de l'écoulement ont été calculés pour ce nombre d'onde longitudinal à l'instant du maximum d'énergie et sont représentés sur la figure 5 par le biais d'isosurfaces de vitesse longitudinale de l'écoulement de base avec stries et avec perturbations (a). On observe sur la partie supérieure des stries des *épines* en alternance sur les côtés. Une information similaire est apportée par la visualisation d'une isosurface du cisaillement longitudinal (b). Nous avons également représenté comment l'énergie cinétique des perturbations est réparties entre ses différentes structures cohérentes au cours du temps. Cela nous montre que la structure que nous avons représentée par les isosurfaces à une forte dominance énergétique. L'observation de cette structuration de l'écoulement est donc probable.

Nous cherchons maintenant à comparer cette structure avec les structures présentes dans une simulation numérique d'une couche limite excitée par la turbulence isotrope. De telles

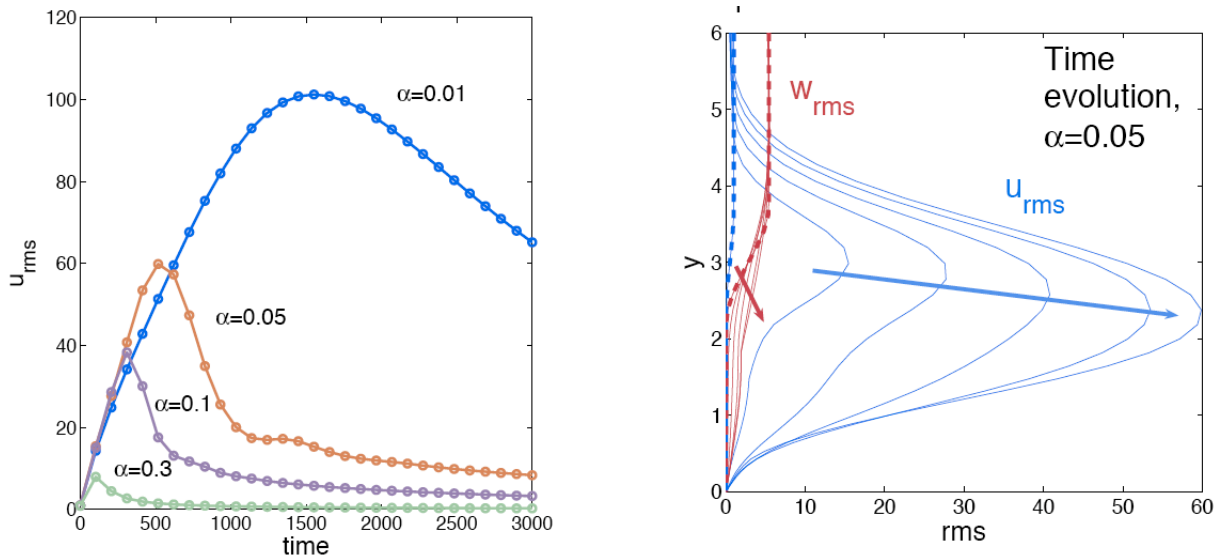


FIG. 4 – Evolution temporelle de la déviation standard pour la vitesse longitudinale et transversale. (a) croissence du maximum en vitesse longitudinale, (b) série temporelle du profil normal de la déviation standard pour  $u$  et  $w$ .

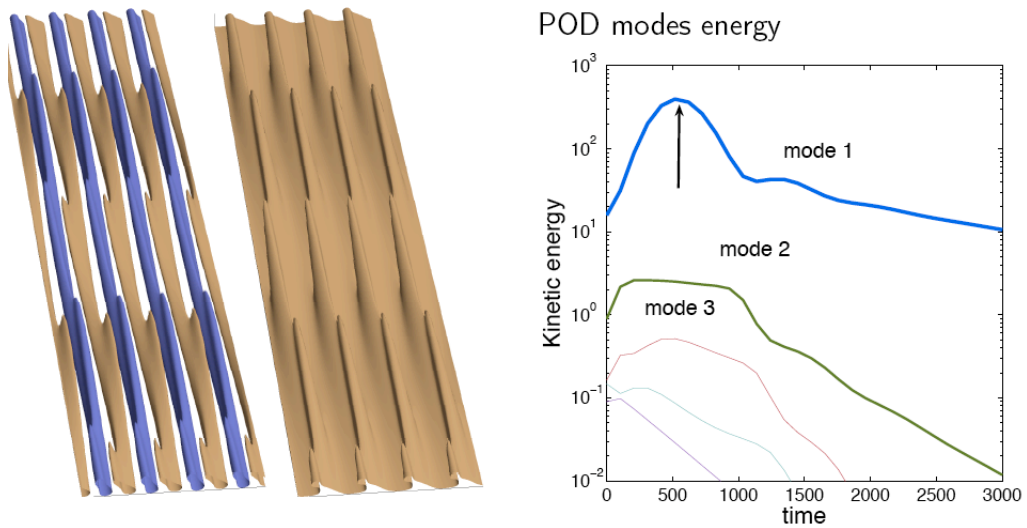


FIG. 5 – (a) Isosurfaces de la vitesse longitudinales et du cisaillement longitudinal pour la structure la plus énergétique en réponse à la turbulence isotrope. (b) répartition énergétique au cours du temps entre les différentes structures cohérentes.

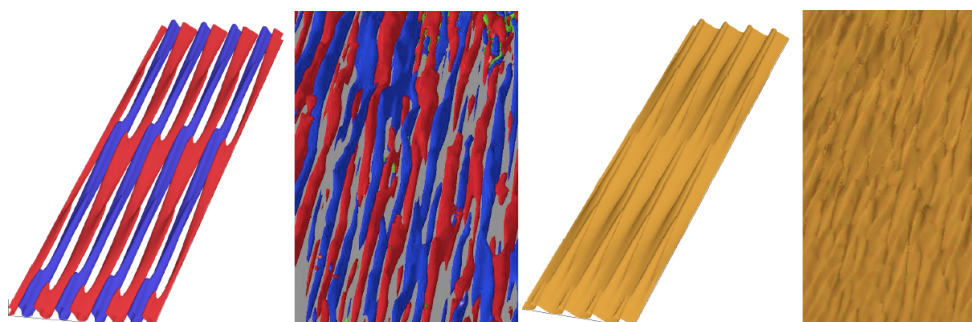


FIG. 6 – Comparaison de la structure la plus énergétique avec les structures d’une simulation numérique de la couche limite forcée en amont par la turbulence isotrope homogène. (a) isosurfaces de vitesse longitudinales, (b) isosurface de cisaillement longitudinal (*images simulation : Philipp Schlatter*).

simulations ont été réalisées par Brandt *et al.* (2004). La comparaison du mode POD le plus énergétique obtenu par notre approche stochastique de l’excitation de la couche limite avec strie et des champs de vitesses de la simulation numérique sont représentés en figure 6. Nous avons représenté d’un côté les isosurfaces de vitesse longitudinales, et de l’autre l’isosurface de cisaillement longitudinal.

### 3 conclusion

Pour étudier la possibilité de croissance transitoire secondaire dans un scénario de transition à la turbulence, nous avons forcé une couche limite avec stries longitudinales par des perturbations stochastiques. Ces perturbations décrivent la turbulence isotrope homogène hors de la couche limite. Nous avons observé que le forçage ainsi réalisé donne lieu en moyenne à de fortes croissances de l’amplitude des perturbations. Ceci confirme la possibilité d’un mécanisme transitoire/transitoire pour la transition à la turbulence en couche limite avec turbulence externe.

### Références

- Andersson, P., Berggren, M & Henningson, D 1999 Optimal Disturbances and Bypass Transition in Boundary Layers *Phys. Fluids* **11**, pp134–150.
- Andersson, P., Brandt, L., Bottaro, A. & Henningson, D 2001 On the breakdown of boundary layer streaks *J. Fluid Mech.* **428**, pp29–60.
- Brandt, L., Schlatter, P. & Henningson, D, 2004 Transition in boundary layers subject to free-stream turbulence *J. Fluid Mech.* **517**, pp167–198.
- Hoepffner, J., Brandt, L. & Henningson, D. 2005 Transient growth on boundary layer streaks *J. Fluid Mech.*, **537**, pp91–100.