

Prise en compte des contraintes résiduelles dans un critère de rupture fragile

Carole Henninger & Dominique Leguillon

Institut Jean Le Rond d'Alembert
 Université Pierre et Marie Curie - Paris 6
 Boîte 162 - 4 place Jussieu
 75252 Paris Cedex 05
 henning@lmm.jussieu.fr

Résumé :

On étudie la fissuration, sous chargement mécanique et thermique, d'un joint de colle reliant deux substrats d'aluminium. Les extrémités des interfaces entre le joint et les substrats constituent des points de concentration de contraintes pour la structure, caractérisés par des champs élastiques singuliers. Sous certaines hypothèses sur le comportement des substrats d'aluminium, l'analyse est menée sur la couche d'adhésif. Un critère d'amorçage déjà existant est étendu aux chargements thermo-mécaniques et permet de prédire la contrainte à rupture. Les résultats théoriques sont comparés à des mesures expérimentales disponibles dans la littérature. Nos prédictions sont en accord satisfaisant avec l'expérience mais il est clair qu'une meilleure connaissance des conditions d'élaboration, donc des contraintes résiduelles, permettrait de mieux rendre compte des résultats expérimentaux.

Abstract :

The failure of an assembly made of an epoxy joint between aluminium substrates under mechanical and thermal loadings is addressed. The structure undergoes stress concentrations characterized by singular elastic fields at the end of the interface between the epoxy joint and the aluminium substrates. Under some hypotheses on the behaviour of the aluminium substrates, the analysis is carried out in the adhesive layer. An already existing onset criterion is extended to thermo-elastic problems and allows predicting the failure loading. Numerical results are compared with experimental measures taken from the literature. They exhibit a satisfying agreement but it is clear that a better knowledge of the curing process (then of the residual stresses) would allow a better fitting in all cases.

Mots-clefs :

champs singuliers ; interface ; critère d'amorçage

1 Introduction

De nombreuses structures dans l'industrie sont constituées de substrats de métal reliés entre eux par une fine couche d'adhésif. Pendant leur élaboration, ces structures subissent des variations de température qui développent des contraintes résiduelles dues à la différence de dilatation des matériaux. Celles-ci, associées à des sollicitations mécaniques, créent des concentrations de contraintes aux points singuliers de la structure (par exemple le point \mathcal{O} sur la figure 1). Plusieurs études ont pour objet l'analyse par des champs singuliers d'une interface entre deux matériaux : Leguillon et Sanchez-Palencia (1987); Reedy et Guess (1993) pour des problèmes élastiques, Munz et Yang (1992); Yosibash (1998) pour des problèmes thermo-élastiques.

En considérant l'aluminium comme rigide devant l'époxyde, l'étude peut être menée seulement sur la couche d'adhésif. L'analyse par les champs singuliers est toujours valable : en effet, l'intersection d'un bord libre de contraintes (Σ_b sur la figure 1) avec un bord sur lequel sont imposés des déplacements (Σ_l) constitue également un point singulier pour les contraintes (Leguillon et Sanchez-Palencia (1987); Williams (1952)). L'étude est menée exclusivement au point \mathcal{O} (le plus singulier). L'étape suivante consiste à utiliser le critère d'amorçage proposé par

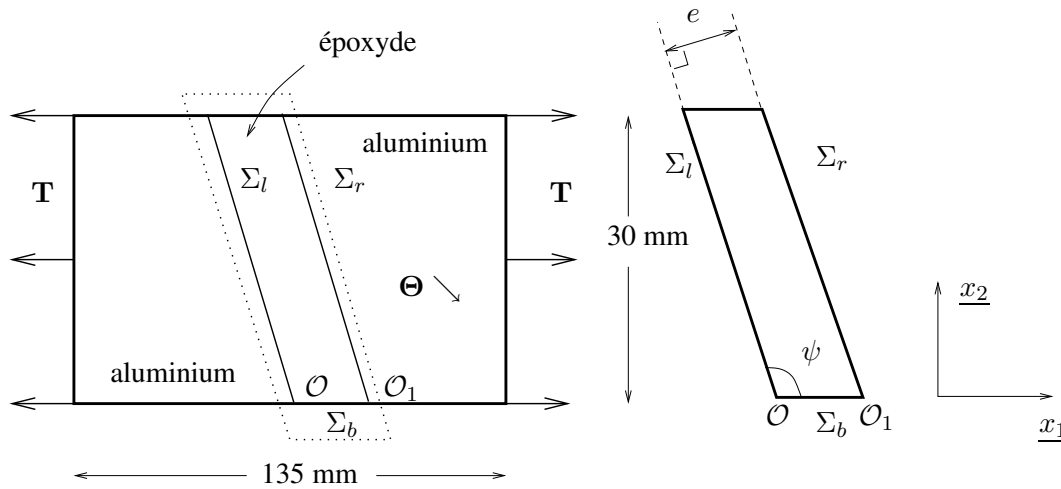


FIG. 1 – A gauche : la structure réelle soumise à une traction uniaxiale T et à une variation de température Θ - A droite : la couche d'époxyde isolée.

l'un des auteurs (Leguillon (2002)), critère basé sur la valeur critique du facteur d'intensité des contraintes généralisé (FICG) et étendu au cas thermo-élastique. Le critère permet de prédire la valeur critique du chargement mécanique, i.e. la valeur de la tension qui fait amorcer une fissure au point O le long de l'interface. Les résultats théoriques sont comparés aux mesures expérimentales réalisées par Qian et Akisanya (1998(a)).

2 Les expériences de Qian et Akisanya (Qian et Akisanya (1998(a)))

Celles-ci ont consisté à tester en traction uniaxiale des éprouvettes constituées de substrats en alliage d'aluminium reliés entre eux par une fine couche d'époxyde F922 (cf. fig. 1 gauche). Certains joints ont été traités à 160°C , d'autres à 120°C , puis appliqués sur les surfaces de contact avec les substrats. Les éprouvettes ont ensuite été refroidies jusqu'à l'ambiante puis chargées en traction uniaxiale T . Les températures mises en jeu sont inférieures à la température de transition vitreuse de l'époxyde, qui peut donc être considéré comme un matériau élastique. Trois types d'éprouvettes ont été testées, chacun correspondant à un angle différent entre le bord libre Σ_b et le bord gauche Σ_l (cf. fig. 1 droite) : $\psi = 90^{\circ}$, $\psi = 105^{\circ}$ et $\psi = 120^{\circ}$. Plusieurs épaisseurs e de la couche d'époxyde sont testées, comprises entre 0.64 et 2.1 mm.

	alliage d'aluminium	époxyde F922
E (GPa)	70	3.8
ν	0.35	0.38
α (K^{-1})	$2.1 \cdot 10^{-5}$	$5.8 \cdot 10^{-5}$
\mathcal{G}_c ($\text{J}\cdot\text{m}^{-2}$)		46
σ_c (MPa)		45

TAB. 1 – Module d'Young (E), coefficients de Poisson (ν) et de dilatation thermique (α) de l'aluminium et de l'époxyde ; ténacité (\mathcal{G}_c) et résistance en traction (σ_c) de l'époxyde.

3 Le problème thermo-élastique simplifié

En considérant les substrats (alliage d'aluminium) comme rigides devant la résine (cf. tab. 1) et en supposant que les substrats sont libres de se contracter, l'analyse est menée sur la couche d'époxyde seule (cf. fig. 1 droite), sous une hypothèse de déformations planes (les éprouvettes ont une épaisseur de 10 mm). Ces hypothèses se traduisent par des conditions de Dirichlet à imposer sur Σ_l et Σ_r :

- problème mécanique : on impose un encastrement sur Σ_l et un déplacement unitaire dans la direction de sollicitation (x_1) sur Σ_r (cf. fig. 1 droite).
- problème thermique : on impose $\alpha_{alu}r$ le long des interfaces (condition de parfaite adhérence, avec r coordonnée polaire ayant pour origine \mathcal{O} sur Σ_l et \mathcal{O}_1 sur Σ_r) et εe sur Σ_r parallèlement à elles, avec $\varepsilon = \frac{1}{1-\nu}\alpha - \frac{\nu}{1-\nu}\alpha_{alu}$.

3.1 Le champ de déplacement dans la couche d'époxyde

Les contributions mécanique et thermique sont étudiées séparément selon le principe de linéarité et s'expriment à l'aide de développements en puissances de r autour du point singulier \mathcal{O} (cf. Leguillon et Sanchez-Palencia (1987); Leguillon (2002); Leguillon *et al.* (2001)); leur superposition donne le champ de déplacement total :

$$\underline{U}(x_1, x_2) = Kr^\lambda \underline{u}(\varphi) + \Theta r \underline{v}(\varphi) + \dots \quad (1)$$

avec

$$K = TK^m + \Theta K^\theta \quad (2)$$

L'exposant λ est l'ordre de la singularité. Il est compris entre 0.5 et 1 (cf. tab. 2 et Williams (1952)), les champs de déformation et de contrainte associés (en $r^{\lambda-1}$) tendent donc vers l'infini au voisinage de \mathcal{O} . Le vecteur \underline{u} est le mode de déplacement associé à λ . Le système de coordonnées polaires (r, φ) a pour origine le point \mathcal{O} . Le terme $\Theta r \underline{v}(\varphi)$ est le mode non singulier associé au chargement thermique ($\Theta = -100^\circ C$ ou $\Theta = -140^\circ C$). Les termes λ , \underline{u} et \underline{v} sont calculés avec la méthode du déterminant proposée dans Leguillon et Sanchez-Palencia (1987). Les scalaires K^m et K^θ sont les "facteurs d'intensité des contraintes généralisés", ils dépendent de la géométrie globale, en particulier de l'épaisseur e de la couche. Ils sont calculés à l'aide d'une intégrale indépendante du contour H (Leguillon et Sanchez-Palencia (1987); Qian et Akisanya (1999, 1998(b))). Les calculs montrent que K^m et K^θ s'expriment comme une fonction puissance de l'épaisseur e :

$$K^m = K_0^m e^{1-\lambda} \quad K^\theta = K_0^\theta e^{1-\lambda} \quad (3)$$

avec K_0^m et K_0^θ donnés dans le tableau 2. Les ... correspondent à d'autres termes non singuliers du développement de \underline{U} .

3.2 L'amorçage de la fissure (Leguillon (2002))

Leguillon a montré qu'une condition en contrainte et une condition en énergie sont nécessaires à l'amorçage d'une fissure au point singulier.

La condition en contrainte stipule que la contrainte de traction le long de la trajectoire supposée de la fissure doit dépasser une valeur critique : la résistance en traction σ_c de l'interface. En calculant le champ de contraintes associé au champ de déplacement donné en (1) et en normalisant le champ de contraintes du mode singulier $r^\lambda \underline{u}(\varphi)$ telle que la contrainte de traction

ψ (°)	90	105	120
λ	0.662	0.608	0.575
K_0^m	0.377	0.354	0.333
K_0^θ (K ⁻¹)	$-9.934 \cdot 10^{-5}$	$-6.151 \cdot 10^{-5}$	$-4.211 \cdot 10^{-5}$
$\bar{\sigma}$ (GPa.K ⁻¹)	$2.681 \cdot 10^{-4}$	$3.037 \cdot 10^{-4}$	$5.878 \cdot 10^{-4}$
\mathcal{A} (GPa ⁻¹)	0.487	0.530	0.546

TAB. 2 – Valeurs numériques de λ , K_0^m , K_0^θ , $\bar{\sigma}$ et \mathcal{A} .

associée soit égale à 1, on obtient la condition en contrainte suivante :

$$Kl_0^{\lambda-1} \geq \sigma_c - \Theta \bar{\sigma} \quad (4)$$

où $\bar{\sigma}$ est la composante de traction du champ C : $(\nabla \underline{v} - \alpha \underline{I})$ (cf. tab. 2).

La deuxième condition nécessaire stipule que l'énergie à fournir pour créer une fissure de longueur donnée doit dépasser le taux de restitution de l'énergie critique \mathcal{G}_c . L'écriture de cette condition passe par un bilan d'énergie entre l'état fissuré et l'état initial du système, en supposant que la fissure passe brusquement d'une longueur nulle à la longueur ℓ_0 . La condition s'écrit :

$$K^2 \mathcal{A} \ell_0^{2\lambda-1} \geq \mathcal{G}_c \quad (5)$$

où \mathcal{A} est un coefficient dépendant de la géométrie locale, calculé numériquement à l'aide de l'intégrale H (Leguillon et Sanchez-Palencia (1987)) et d'un développement asymptotique raccordé par rapport à la longueur de fissure supposée petite devant les dimensions de la couche d'époxyde.

La combinaison des expressions (4) et (5) fournit la longueur d'amorçage ℓ_0 (dont on vérifie qu'elle est bien petite devant les dimensions de la couche de résine), et le critère d'amorçage :

$$K \geq K_c = \left(\frac{\mathcal{G}_c}{\mathcal{A}} \right)^{1-\lambda} (\sigma_c - \Theta \bar{\sigma})^{2\lambda-1} \quad (6)$$

La contrainte à rupture est obtenue directement à l'aide des équations (2), (3) et (6) :

$$T_f = \frac{1}{K_0^m} (K_c e^{\lambda-1} - \Theta K_0^\theta) \quad (7)$$

4 Comparaison avec les mesures expérimentales.

Les figures 2 et 3 (a) donnent les valeurs des contraintes à rupture T_f pour chaque épaisseur e de la couche, pour des refroidissements respectifs de $\Theta = -100^\circ C$ et $\Theta = -140^\circ C$. La valeur de T_f est établie avec l'expression (7) et les valeurs de λ , K_0^m , K_0^θ , $\bar{\sigma}$ et \mathcal{A} données dans le tableau 2. Les prédictions sont comparées avec les résultats expérimentaux donnés dans Qian et Akisanya (1998(a)). Les lignes pointillées de la figure 2 donnent en outre les contraintes à rupture théoriques obtenues en négligeant les contraintes résiduelles ($\Theta = 0^\circ C$), elles montrent que ces contraintes résiduelles ne peuvent pas être négligées.

Notre modèle est en accord avec l'expérience : la contrainte à rupture T_f décroît lorsque l'épaisseur de la couche augmente, et elle décroît également lorsque l'amplitude du refroidissement est plus élevée.

Pour une variation de température de $\Theta = -140^\circ C$, les mesures expérimentales donnent des contraintes à rupture très basses et peu différentes d'une inclinaison du joint à l'autre, contrairement à notre modèle (courbe 3 (a)). Cette différence pourrait s'expliquer par des propriétés

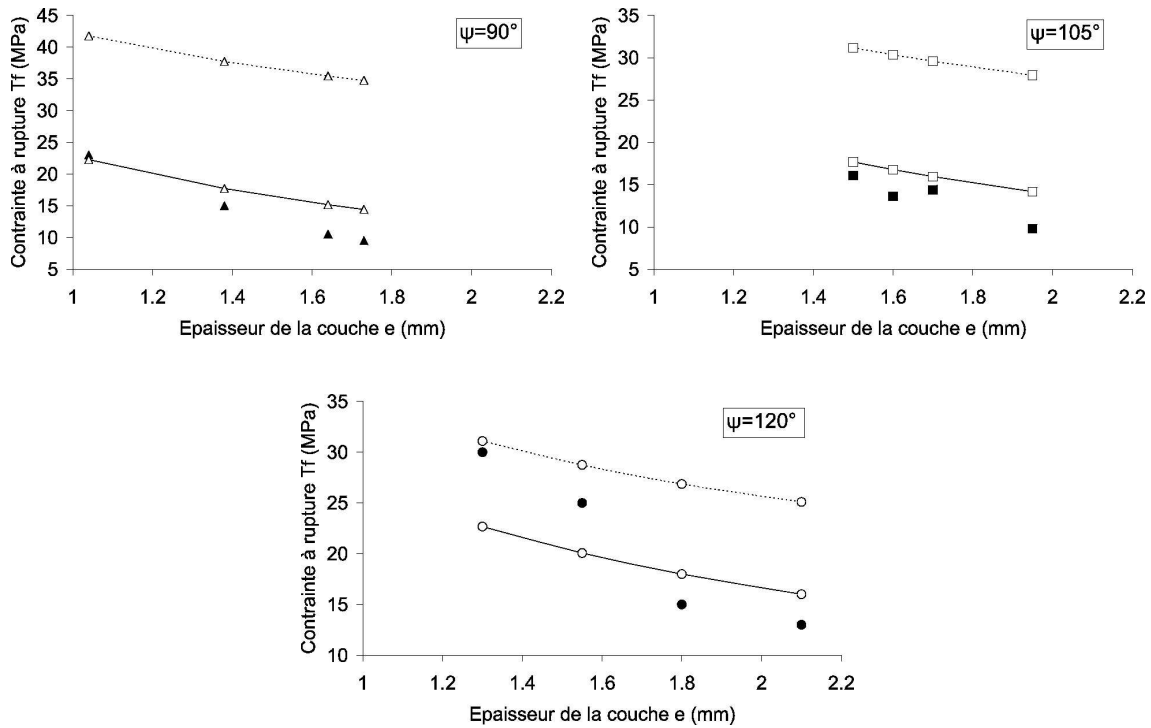
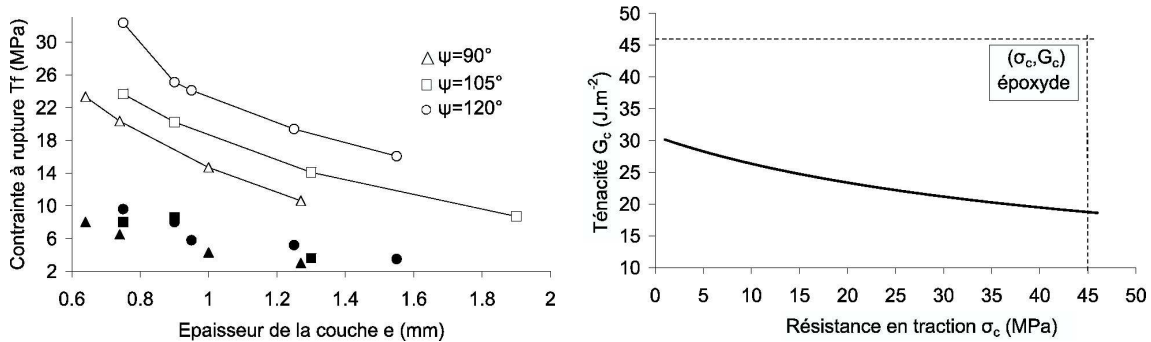


FIG. 2 – Contraintes à rupture pour $\Theta = -100^\circ\text{C}$: expérience (points), prédiction avec l'équation (7) et $\Theta = -100^\circ\text{C}$ (lignes continues) ou $\Theta = 0^\circ\text{C}$ (lignes pointillées).



(a) Contraintes à rupture : expérience (points) et prédiction avec l'équation (7) (lignes continues).

(b) Estimation probable des paramètres de rupture de l'interface.

FIG. 3 – Exploitation des résultats pour $\Theta = -140^\circ\text{C}$.

d'adhésion plus faibles de l'interface dues à une température d'élaboration de 160°C , autrement dit les valeurs de G_c et σ_c utilisées dans notre modèle (cf. tab. 1) pourraient être trop grandes. Le critère d'amorçage (6) nous fournit un moyen d'estimer les paramètres réels. En effet, en l'inversant, on obtient une relation entre G_c et σ_c :

$$G_c = \mathcal{A}e \left(TK_0^m + \Theta K_0^\theta \right)^{\frac{1}{1-\lambda}} \left(\sigma_c - \Theta \bar{\sigma} \right)^{\frac{1-2\lambda}{1-\lambda}} \quad (8)$$

qui fournit une courbe pour chaque donnée expérimentale (e, T_f) pour la variation $\Theta = -140^\circ\text{C}$. La courbe moyenne (cf. fig. 3 (b)) fournit une estimation des paramètres probables de l'interface pour la température d'élaboration 160°C .

5 Conclusion

Cette étude fournit une méthode de prédiction de la contrainte à rupture d'une couche d'adhésif subissant des contraintes résiduelles thermiques. L'analyse est menée dans la couche d'adhésif seule, sous certaines hypothèses sur la réponse des substrats d'aluminium au chargement réel (Qian et Akisanya (1998(a)). Comme dans la référence Leguillon (2002), deux paramètres de rupture sont nécessaires à la prédiction : la résistance en traction σ_c et la ténacité \mathcal{G}_c . Leur valeur réelle est difficile à évaluer et dépend fortement des propriétés d'adhésion de l'époxyde sur des surfaces métalliques. Les données de l'époxyde sont utilisées dans notre modèle, mais elles surestiment probablement les valeurs réelles (sinon l'amorçage aurait lieu dans la couche directement). Notre modèle est en bon accord avec l'expérience pour une variation de température de -100°C pour les différentes inclinaisons du joint. Pour une variation de température de -140°C , notre modèle surestime largement les mesures expérimentales.

Références

- Leguillon D. 2002 Strength or toughness ? A criterion for crack onset at a notch *Eur. J. Mech. A/Solids* **21** 61-72
- Leguillon D., Lacroix C., Martin E. 2001 Crack deflection by an interface - asymptotics of the residual thermal stresses *Int. J. Solids Struc.* **38** 7423-7445
- Leguillon D., Sanchez-Palencia E. 1987 Computation of singular solutions in elliptic problems and elasticity *Masson, Paris*
- Munz D., Yang Y. Y. 1992 Stress singularities at the interface in bonded dissimilar materials under mechanical and thermal loadings *J. Appl. Mech.* **59** 857-861
- Qian Z., Akisanya A. R. 1998(a) An experimental investigation of failure initiation in bonded joints *Acta Mater.* **46 n°14** 4895-4904
- Qian Z., Akisanya A. R. 1998(b) Analysis of free-edge stress and displacements fields in scarf joints subjected to a uniform change in temperature *Fat. Fract. Eng. Mater. Struc.* **21** 687-703
- Qian Z., Akisanya A. R. 1999 An investigation of the stress singularity near the free edge of scarf joints *Eur. J. Mech A/Solids* **18** 443-463
- Reedy, Jr E. D., Guess T. R. 1993 Comparison of butt tensile strength data with interface corner stress intensity factor prediction *Int. J. Solids Struc.* **30, n°21** 2929-2936
- Williams M. L. 1952 Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension *J. Appl. Mech.* **19** 526-528
- Yosibash Z. 1998 Thermal generalized stress intensity factors in 2-D domains *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.* **157** 365-385