

## Conditions d'écoulement d'un lit de particules déposées

Malika Ouriemi, Pascale Aussillous & Élisabeth Guazzelli

Polytech' Marseille  
IUSTI - CNRS UMR 6595  
Technopôle de Château Gombert, F-13453 Marseille Cedex 13  
malika.ouriemi@polytech.univ-mrs.fr

### Résumé :

*Nous présentons les différents régimes d'évolution d'un lit de particules soumis à un écoulement de Poiseuille. Nous avons mis en place une méthode expérimentale reproductible de détermination du seuil de mise en mouvement des particules et nous avons construit un diagramme de phase préliminaire d'existence de ces différents régimes.*

### Abstract :

*We present the different evolution regimes for a granular bed submitted to a Poiseuille flow. We developed a reproducible experimental method for measuring the onset of grain motion in laminar flow and we build a preliminary phase diagram of these different regimes.*

### Mots-clefs :

**mécanique des fluides ; milieu granulaire ; formation de dunes**

## 1 Introduction

L'érosion d'un lit de particules soumis à un écoulement cisailé prend place dans de nombreux phénomènes naturels tels que le transport de sédiments dans les rivières ou la formation de structures sous-marines comme les dunes ou les bancs de sable et dans de nombreux procédés industriels tels que la production de pétrole ou le transport de milieu granulaire dans les industries pharmaceutiques et de la grande distribution. Quand un lit de particules est soumis à un écoulement cisailé, les particules à la surface du lit peuvent être mises en mouvement. Après la mise en mouvement, il arrive couramment que le lit se déforme entraînant la formation de rides ou de dunes.

Le but de cette étude est de prédire l'évolution d'un lit de particules déposées dans un tube soumis à un écoulement de Poiseuille. Pour cela l'approche utilisée est principalement expérimentale. Dans une première partie, nous développerons le dispositif expérimental. Ensuite nous présenterons les différentes évolutions possibles du lit de grains, avant de détailler l'étude du seuil de mise en mouvement des particules. Pour finir, nous présenterons le diagramme de phase de ces différents régimes.

## 2 Dispositif expérimental

Quatre différents types de billes [polystyrène (Maxi-Blast), PMMA (Lehmann & Voss & Co.) et verre (Potters-Ballotini)] ont été utilisés pour réaliser les expériences. Le diamètre moyen  $d$  des particules (table I) a été obtenu en mesurant les particules avec un microscope (distribution approximativement gaussienne). La masse volumique des particules  $\rho_p$  (table I) a été mesurée avec un pycnomètre. Les expériences ont été réalisées en utilisant quatre différents

Type	Composition	$d$ ( $\mu\text{m}$ )	$\rho_p$ ( $\text{g/cm}^3$ )
A ( $\circ$ )	Verre	$132 \pm 22$	$2.521 \pm 0.003$
B ( $\square$ )	Polystyrène	$538 \pm 24$	$1.051 \pm 0.002$
C ( $\Delta$ )	PMMA	$132 \pm 20$	$1.177 \pm 0.002$
D ( $\diamond$ )	PMMA	$193 \pm 30$	$1.177 \pm 0.002$

TAB. 1 – Caractéristiques des particules

Fluide	%UCON	T ( $^{\circ}\text{C}$ )	$\eta$ (cP)	$\rho_f$ ( $\text{g/cm}^3$ )
1	0	20	$1.00 \pm 0.05$	$1.004 \pm 0.001$
2	0	35	$0.70 \pm 0.04$	$0.999 \pm 0.001$
3	12	35	$8.8 \pm 0.4$	$1.023 \pm 0.001$
4	20	35	$40 \pm 2$	$1.040 \pm 0.001$

TAB. 2 – Caractéristiques du fluide

mélanges d'eau distillée et d'UCON oil 75H-90000 (Chempoint). La viscosité  $\eta$  et la masse volumique  $\rho_f$  de ces différents mélanges sont listées dans la table II.

Le dispositif expérimental est un tube en verre de longueur  $L = 1.8$  m et de diamètre intérieur  $D = 3$  cm. Les particules sont introduites dans le tube rempli de fluide pour construire un lit plat uniforme. Ensuite, un débit constant gouverné par gravité est imposé. Les particules entraînées par le fluide sont récupérées dans un tamis et ne sont pas réinjectées dans le tube.

Pour chaque expérience, le débit et la combinaison fluide/particules sont imposés. Le lit est éclairé par une nappe laser positionnée perpendiculairement à sa surface et alignée avec la longueur du tube en son centre. La ligne lumineuse correspondant à l'intersection entre la surface du lit et la nappe laser est enregistrée à l'aide d'une camera digitale. Les images enregistrées sont ensuite analysées (avec ImageJ, <http://rsb.info.nih.gov/ij/>) afin d'obtenir la position de l'interface fluide-particules. Après calibration, cette mesure fournit la position de l'interface avec une précision de 0.8 mm. La hauteur initiale du lit  $h_p^{start}$  est mesurée et l'évolution de la surface du lit est enregistrée en fonction du temps. Le débit de fluide  $Q_{pipe}$  est mesuré à l'aide d'un débit-mètre avec une précision de 3.2%.

### 3 Mise en évidence de différents régimes

En utilisant des combinaisons fluide/particules pour différents débits et différentes hauteurs initiales, cinq régimes différents d'évolution du lit de particules ont été mis en évidence :

- Pas de mouvement
- Mouvement du lit plat

Les couches supérieures de particules sont mises en mouvement sans qu'il n'y ait déformation du lit.

- Rides laminaires

Ce régime est caractérisé par une déformation de la surface du lit entraînant la formation de rides de faible amplitude. La figure 1 montre la forme typique de ces rides et leur évolution au cours du temps. Les rides de ce régime sont caractérisées par une amplitude constante et une faible longueur d'onde qui augmente lentement en fonction de temps. Au bout d'un certain temps, toutes les rides formées à la surface du lit sortent du tube, l'évolution du lit correspond alors au régime précédent.

– Dunes inertielles régulières

Ce régime, décrit par la figure 1, est caractérisé par une augmentation importante de l'amplitude et de la longueur d'onde des dunes. Cette évolution est due à la présence d'une zone de recirculation en aval des dunes qui creuse le milieu granulaire jusqu'à séparer les dunes. Cette zone de recirculation est le moteur principal du mouvement des dunes.

– Dunes sinueuses régulières

Ces dunes sont caractérisées par une double longueur d'onde qui alterne d'une paroi du tube à l'autre. Cette forme particulière est décrite figure 2.

Comme le milieu granulaire n'est pas alimenté en particules, la hauteur du lit finit par diminuer avec le temps jusqu'à atteindre une hauteur critique pour laquelle le mouvement s'arrête. Une expérience dure en moyenne entre deux jours et deux semaines.

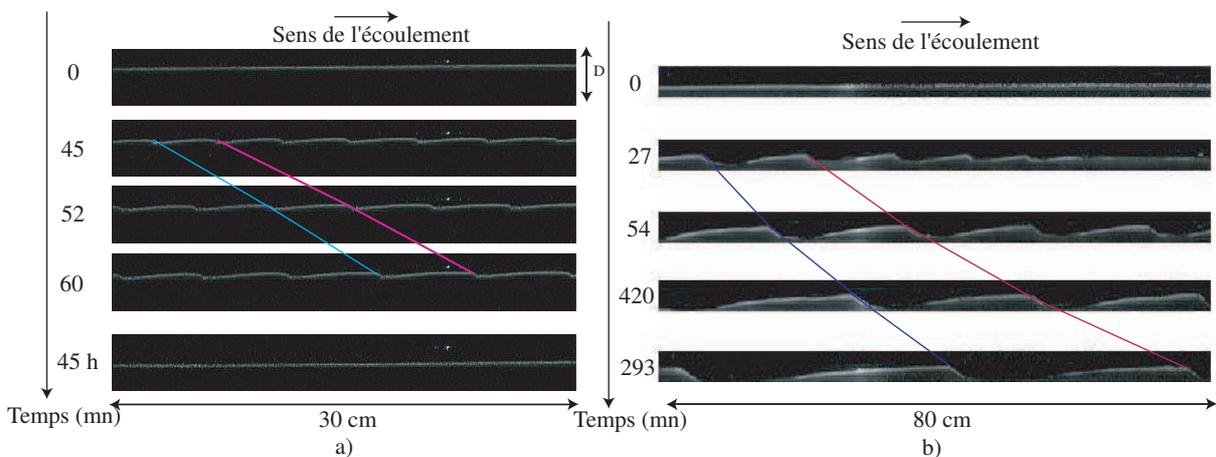


FIG. 1 – a) Évolution temporelle des rides laminaires. b) Évolution temporelle des dunes régulières inertielles



FIG. 2 – Vue de haut des dunes sinueuses inertielles

#### 4 Seuil de mise en mouvement

Nous nous sommes intéressées aux conditions de mise en mouvement du lit de particules. Quand un lit de particules est soumis à un écoulement cisailé, les particules à la surface du lit peuvent être mises en mouvement aussitôt que les forces hydrodynamiques auxquelles elles sont soumises dépassent une fraction de leur poids déjaugé. La manière la plus courante de représenter le seuil de mise en mouvement des particules est d'utiliser un nombre sans dimension, le nombre de Shields qui a été proposé en 1936 par Shields [Buffington *et al.* (1997)]. Ce nombre correspond au rapport de la contrainte de cisaillement sur le poids apparent des particules. Il y a mise en mouvement quand ce nombre dépasse une valeur critique notée  $\theta^c$ .

Pour une combinaison fluide/particules et un débit donné, nous avons effectué plusieurs expériences en faisant varier la hauteur initiale du lit  $h_p^{start}$  entre 15% et 85% du diamètre  $D$  du

tube. À la fin de chaque expérience, nous avons mesuré la hauteur finale maximale du lit  $h_p^{end}$ . La figure 3 montre l'évolution de la hauteur finale  $h_p^{end}$  en fonction de la hauteur initiale  $h_p^{start}$ . Les hauteurs sont adimensionnées par le diamètre du tube. Pour les petites hauteurs initiales, la forme du lit n'évolue pas et  $h_p^{end}$  est égale à  $h_p^{start}$ . Au dessus d'une hauteur initiale critique  $h_p^{start} = h_p^c$  ( $h_p^c = 0.5D$  dans la figure 3), le lit se met en mouvement, sa forme évolue et la hauteur finale maximale du lit obtenue est alors constante,  $h_p^{end} = h_p^c$ . L'expérience ayant lieu dans un canal fermé, la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) appliquée à la surface du lit est reliée à la hauteur du milieu granulaire et au débit de fluide. Comme pour un débit donné, la hauteur finale du milieu granulaire est constante, on en déduit que le seuil d'arrêt de mouvement correspond à une contrainte de cisaillement constante. En faisant varier le débit et les paramètres expérimentaux ( $\rho_p$ ,  $d$  et  $\eta$ ), nous avons montré que la hauteur maximale finale du lit de particules dépend de ces paramètres. Cette observation est cohérente avec l'idée que le seuil de mise en mouvement correspond à un nombre de Shields critique  $\theta_c = \tau_c / (\rho_p - \rho_f)gd$  où  $g$  est la gravité. La relation entre  $h_p^c$  et le débit doit donc être interprétée en terme de nombre de Shields.

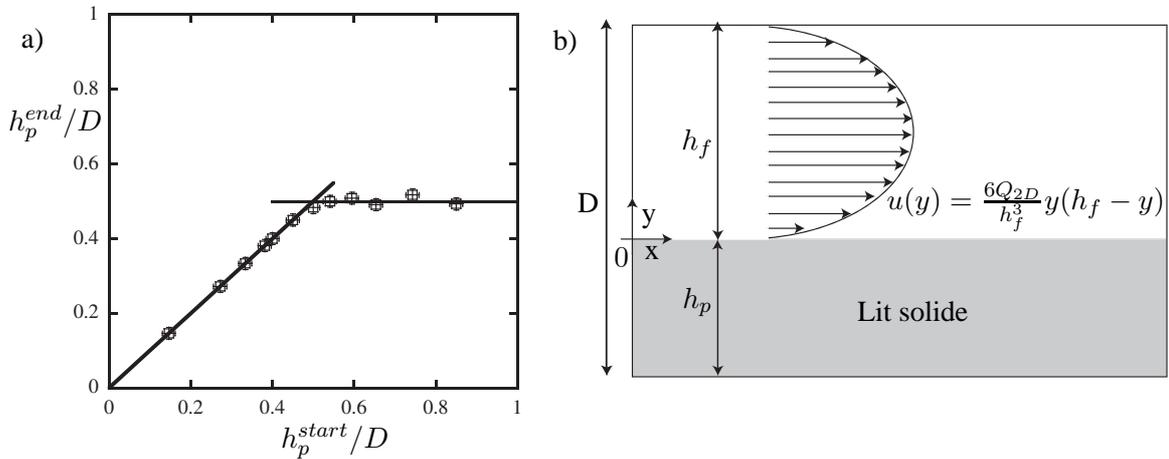


FIG. 3 – a) Hauteur finale adimensionnée du lit  $h_p^{end}/D$  en fonction de la hauteur initiale adimensionnée du lit  $h_p^{start}/D$  pour les particules de type B dans le fluide 2 pour un débit de fluide  $Q_{pipe} = (2.77 \pm 0.09)10^{-5}m^3/s$ . b) Schéma d'un écoulement de Poiseuille à deux dimensions au dessus d'un lit plat solide.

Par soucis de simplicité, nous avons commencé par considérer le cas d'un écoulement de Poiseuille dans un canal à deux dimensions. La configuration considérée est décrite figure 3. Pour construire le nombre de Shields  $\theta_{2D} = \tau_{2D}/(\rho_p - \rho_f)gd$ , nous avons considéré une contrainte visqueuse à la surface du lit  $\tau_{2D} = \eta\dot{\gamma}_{2D}$  avec  $\dot{\gamma}_{2D} = 6Q_{2D}/h_f^2$ . Le nombre de Shields est alors relié au nombre de Reynolds du canal  $Re_{2D} = \rho_f Q_{2D}/\eta$  par l'équation,

$$Re_{2D} = \frac{\theta_{2D}}{6} \frac{(\rho_p - \rho_f)\rho_f g d^3}{\eta^2} \left(\frac{D}{d}\right)^2 \left(\frac{h_f}{D}\right)^2, \quad (1)$$

dans laquelle on peut reconnaître le nombre de Galilé  $Ga = (\rho_p - \rho_f)\rho_f g d^3/\eta^2$  où  $h_f = D - h_p$  est la hauteur de fluide. Notre configuration expérimentale a une géométrie plus compliquée car il s'agit d'un tube partiellement rempli par un lit de particules. Le nombre de Shields est toujours défini par  $\theta_{pipe} = \eta\dot{\gamma}_{pipe}/(\rho_p - \rho_f)gd$ . En se basant sur l'équation (1), nous obtenons la relation  $\dot{\gamma}_{pipe} = 6k(Q_{pipe}/D^3)(D/h_f)^2$ . La détermination numérique du cisaillement au dessus d'un lit solide dans un tube valide cette relation dans la limite  $0.2 \leq h_f/D \leq 0.8$  avec un coefficient numérique  $k = 1.85 \pm 0.02$ . Dans cette limite, nous pouvons déterminer la relation reliant le

nombre de Reynolds  $Re_{pipe} = 4\rho_f Q_{pipe}/\pi\eta D$  à la hauteur de fluide adimensionnée dans le cas d'un tube partiellement rempli par un lit solide,

$$Re_{pipe} = \frac{2\theta_{pipe}}{3k\pi} Ga \left(\frac{D}{d}\right)^2 \left(\frac{h_f}{D}\right)^2. \quad (2)$$

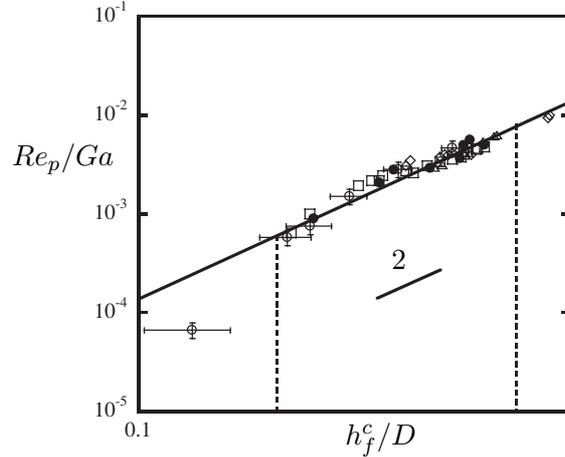


FIG. 4 – Rapport adimensionné  $Re_p/Ga$  en fonction de la hauteur finale de fluide adimensionnée  $h_f^c/D = 1 - h_p^c/D$  pour les particules A dans le fluide 3 (●), pour les particules A dans le fluide 4 (○), pour les particules B dans le fluide 2 (□), pour les particules C dans le fluide 1 (△) et pour les particules D dans le fluide 2 (◇). La barre d'erreur est seulement indiquée pour les particules A dans le fluide 4 (○). La ligne solide représente le meilleur ajustement. Les lignes en pointillés donnent le domaine de validité du modèle.

Dans la figure 4, nous avons représenté  $Re_p/Ga$  où  $Re_p = Re_{pipe}(d/D)^2$  est le nombre de Reynolds particulaire, en fonction de  $h_f^c/D$  pour les différentes données expérimentales obtenues. Les données se superposent et peuvent être ajustées par une loi de puissance  $1.98 \pm 0.08$  en bon accord avec l'exposant 2 donné par l'équation (2). Les données sortant des limites de validité du modèle ont été exclues de l'ajustement. En utilisant l'équation (2), nous trouvons un nombre de Shields critique d'arrêt du mouvement,  $\theta^c = 0.12 \pm 0.03$  dans la limite  $1.5 \cdot 10^{-5} \leq Re_p \leq 0.76$ . Cette valeur est en bon accord avec les valeurs du nombre de Shields critique proposées par Loiseleux *et al.* (2005) et ses références.

## 5 Diagramme de phase

Nous nous intéressons maintenant aux domaines d'existence des différents régimes. L'étude réalisée sur le seuil de mise en mouvement nous a permis de mettre en évidence les paramètres déterminant pour séparer le régime sans mouvement et les autres régimes. La figure 5 montre les zones d'existence des différents régimes représentés dans le plan  $(Re_{pipe}, Ga(D/d)^2(h_f^{start}/D)^2)$ . On peut observer un très bon accord sur le seuil de mise de mouvement dans la limite des hypothèses du modèle (écoulement laminaire). Pour des écoulements vraiment turbulent, le seuil de mise en mouvement n'est plus prédit par le modèle. Cette observation est cohérente avec les résultats expérimentaux obtenus en écoulement turbulent [Buffington *et al.* (1997); Dancy *et al.* (2002)] qui donnent des nombres de Shields critiques inférieurs aux valeurs obtenues en régime laminaire. On peut aussi noter que la séparation entre le régime laminaire et inertiel semble bien reproduite par un nombre de Reynolds constant, mais cette hypothèse nécessite plus de données

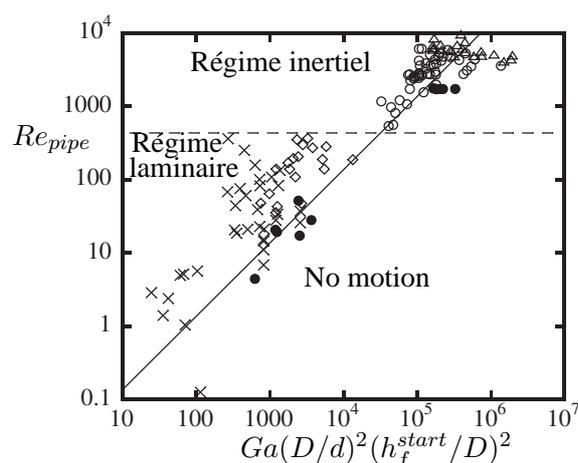


FIG. 5 – Nombre de Reynolds du tube  $Re_{pipe}$  en fonction du rapport  $Ga(D/d)^2 (h_f^{start}/D)^2$  pour les différents régimes, pas de mouvement (●), lit plat en mouvement (×), dunes laminaires (◇), dunes régulières inertielles (○) et dunes sinueuses (△). La ligne solide représente la droite d'équation  $\theta^c = 0.12$ .

expérimentales pour être confirmée. La limite de déstabilisation du lit, (seuil de formation de rides laminaires), n'est pas bien décrite par la représentation choisie car cette limite ne coïncide pas avec le seuil de mise en mouvement. La détermination du seuil de formation des dunes nécessite la réalisation d'une étude de stabilité de l'interface fluide/milieu granulaire.

## 6 Conclusions

Nous avons mis en évidence expérimentalement les différentes évolutions possibles d'un milieu granulaire soumis à un écoulement de Poiseuille dans un tube, pas de mouvement des particules, mise en mouvement des couche supérieures du lit, déformation de la surface supérieure du lit entraînant la formation de rides, apparition d'une zone de recirculation en aval des dunes puis déstabilisation de ces dunes pour entrer dans un régime sinueux. Pour déterminer les zones d'existence de ces différents régimes, nous avons mis en place une technique de mesure expérimentale reproductible du seuil de mise en mouvement du lit de particules. Cette technique nous a permis de montrer que ce seuil correspond à un nombre de Shields constant  $\theta^c = 0.12 \pm 0.03$ , dans la limite  $1.5 \cdot 10^{-5} \leq Re_p \leq 0.76$ . En utilisant ce seuil, nous avons construit un diagramme de phase permettant de séparer le lit en mouvement du lit immobile. Ce diagramme nécessite d'être approfondi ultérieurement.

## Références

- Buffington, J.M., Montgomery, D.R. 1997 A systematic analysis of eight decades of incipient motion studies, with special reference to gravel-bedded rivers. *Water Resources Research* **33**, 1993
- Dancey, C. L, Diplas, P., Papanicolaou, A. N., Diplas, M. 1997 Probability of Individual Grain Movement and Threshold Condition. *J. Hydr. Engrg.* **128**, 12
- Loiseleux, T., Gondret, P., Rabaud, M., Doppler, D. 2005 Onset of erosion and avalanches for an inclined granular bed sheared by a continuous laminar flow. *Phys. Fluids* **17**, 103304