

Dynamique d'un milieu granulaire soumis à des vibrations horizontales - Simulations numériques 3D.

Emilien Azéma, Farhang Radjai, Robert Peyroux

LMGC, CNRS - Université Montpellier II, Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 05, France
azema@lmgc.univ-montp2.fr, radjai@lmgc.univ-montp2.fr, peyroux@lmgc.univ-montp2.fr

Gilles Saussine

Direction de l'Innovation et de la Recherche de la SNCF, 45 rue de Londres, 75379 PARIS Cedex 08
gilles.saussine@sncf.fr

Résumé :

La dynamique des matériaux granulaires vibrés est une question cruciale dans de nombreuses applications, notamment lors de l'opération de bourrage du ballast ferroviaire, qui consiste à rétablir l'aspect géométrique initial des voies. Nous analysons la dynamique d'une couche granulaire confinée en réponse au chargement harmonique d'une paroi en 3D. Les grains sont modélisés par des polyèdres convexes et leurs mouvements sont simulés par la méthode de Dynamique des Contacts. Le système passe par des états passifs (déchargement), actifs (chargement) et bloqué. Nous montrons qu'une expression simple de la résistance du matériau en fonction du déplacement de la paroi mobile fournit une bonne description de la dynamique. Ce travail met en évidence l'existence d'une fréquence caractéristique proche de 10 Hz pour laquelle le taux moyen de compaction est optimal.

Abstract :

The tamping operation on railway ballast is an example where the vibrations are used to restore the initial geometry of the track distorted as a result of ballast settlement. By means of three-dimensional contact dynamics simulations, we analyze the vibrational dynamics of a confined granular layer in response to harmonic forcing. The sample is composed of polyedric grains with a shape derived from digitalized ballast. The system involves a jammed state separating passive (loading) and active (unloading) states. We show that an approximate expression of the packing resistance force as a function of the displacement of the free retaining wall from the jamming position provides a good description of the dynamics. We study in detail the scaling of displacements and velocities with loading parameters. In particular, we find that, for a wide range of frequencies, the data collapse by scaling the displacements with the inverse square of frequency, the inverse of the force amplitude and the square of gravity. We show that the mean compaction rate increases linearly with frequency up to a characteristic frequency of 10 Hz and then it declines in inverse proportion to frequency.

Mots-clefs :

Grains polyédriques ; dynamique vibratoire ; compaction ; ballast

1 Introduction

Un milieu granulaire soumis à des vibrations réagit différemment suivant l'amplitude et la fréquence qu'on lui impose (Sano, 2005; Kudrolli, 2004). Le réarrangement des particules induit par les vibrations permet une diminution de la résistance du matériau et donc une plus grande fluidité de celui-ci. Le procédé de "bourrage" réalisé lors des opérations de maintenance des voies de chemin de fer est un exemple d'application des vibrations dont l'un des buts est de compacter le matériau (Fig. 1). Cette opération permet de compacter le ballast afin de corriger les défauts de géométrie provenant généralement du tassement différentiel de la voie.

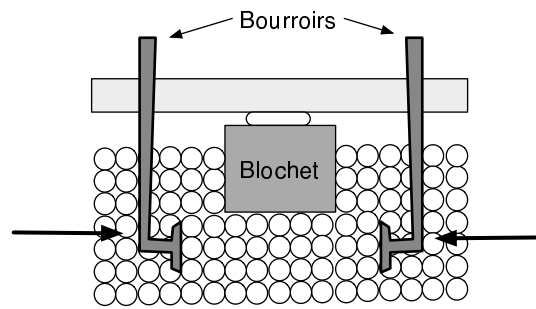


FIG. 1 – Principe du bourrage, application d’une force de vibration horizontale (Oviedo, 2001).

Le procédé consiste à soulever le blochet (bloc en béton permettant la transmission des efforts du rail au ballast), plonger les bourroirs soumis à une vibration, puis appliquer une force de serrage. Les bourroirs induisent des vibrations horizontales qui imposent des cycles de charge - décharge, dont le nombre dépend de la fréquence et du temps de serrage. Ces cycles permettent aux grains de se réorganiser.

2 Procédure numérique

Afin d’étudier le phénomène de compaction on choisit d’étudier le comportement d’un échantillon de 1168 grains polyédriques tridimensionnels, confinés dans une boîte (fig.2), dont la forme est issue d’une digitalisation de grains réels. Cette configuration a été choisie pour approcher le volume entre les bourroirs (fig. 1).

Les simulations numériques sont faites à l’aide de la plate-forme LMGC90 développée au LMGC (Dubois *et al.*, 2003; Saussine, 2004), qui permet de modéliser le comportement d’une collection de corps en interaction. La méthode numérique choisie est la Dynamique des Contacts qui utilise un schéma d’intégration implicite et une résolution des lois de contact sans régularisation.

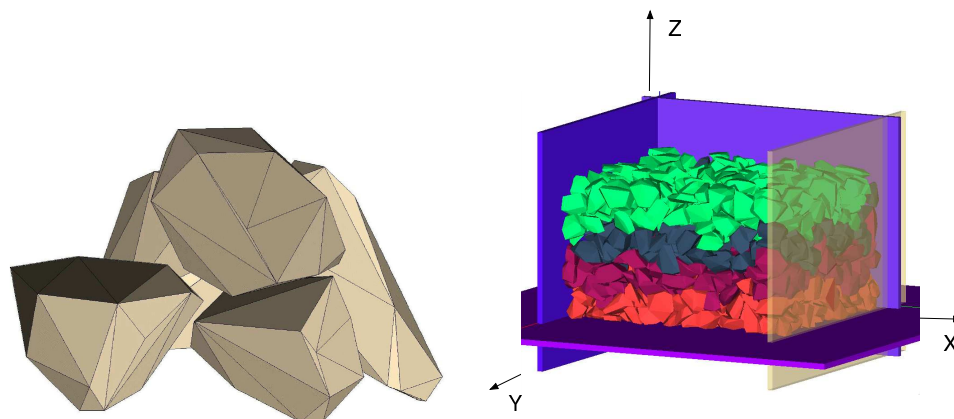


FIG. 2 – A gauche un exemple de grains digitalisés, et à droite, la géométrie du système. Les parois supérieure et frontale sont cachées pour une meilleure visualisation. La sollicitation f est appliquée sur la paroi transparente.

Afin de reproduire les conditions du bourrage, la paroi supérieure, assimilable à la face

inférieure du blochet, est bloquée à 1 cm au dessus de la surface libre. La paroi de droite (en transparent sur la figure 2) ne peut se déplacer que suivant la direction x et est soumise à la force suivante :

$$f(t) = \frac{(f_{max} + f_{min})}{2} - \frac{(f_{max} - f_{min})}{2} \sin \omega t, \quad (1)$$

où f_{max} et f_{min} sont les valeurs maximum et minimum (positive) de la force appliquée sur la paroi. La force f est opposée à la force des grains sur la paroi et nous choisissons $f_{min} = 0$. On utilise quatre valeurs de f_{max} pour nos simulations, allant de $2 \cdot 10^3$ N à $1 \cdot 10^4$ N. De même on balaie un ensemble de fréquences allant de 1 Hz à 60 Hz. Le frottement entre les grains et les parois est fixé à 0,4. Le pas de temps est égal à $2.5 \cdot 10^{-4}$ s. On simule 1 s de vibration, soit 4000 pas de temps.

3 Dynamique du système

Dans un milieu granulaire, contrairement à un milieu continu, les efforts appliqués au bord du système (ici sur une paroi) ne sont pas tous transmis uniformément dans le milieu, mais plutôt redistribués suivant un réseau complexe formé par les particules en contact (Radjaï *et al.*, 1998; Azema *et al.*, 2007). Les grains exercent alors une force f_g de réaction sur la paroi. La dynamique du système peut être résumée grâce à la figure 3 (gauche), où on représente l'évolution de la force de réaction f_g des grains sur la paroi en fonction du déplacement x . On observe une phase d'extension (phase active), où la force appliquée est en deçà de la force de réaction des grains, puis une phase de contraction (phase passive), où la force appliquée est supérieure à la force de réaction des grains sur la paroi et enfin une phase de blocage où la force appliquée est égale à la force de réaction.

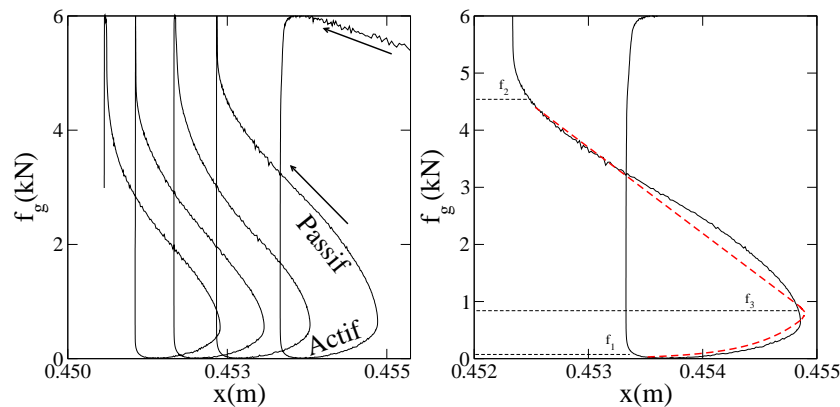


FIG. 3 – Evolution de la force f_g , réaction des grains sur la paroi, en fonction du déplacement x , sur plusieurs cycles à gauche, et sur un cycle à droite. Les traits hachurés représentent le fit mathématique proposé pour modéliser le comportement (voir texte).

Le déplacement x de la paroi est alors guidé par l'équation du mouvement :

$$f - f_g = m_w \ddot{x}, \quad (2)$$

où f est la force appliquée, f_g la force de réaction des grains sur la paroi et m_w la masse de la paroi. Sur la figure 3 (droite) est représenté un cycle de vibration (en trait plein), ainsi qu'une modélisation possible de la réaction f_g en fonction du déplacement (en traits hachurés). En ne considérant pas les phases de transition, une forme exponentielle pour f_g nous donne une

assez bonne modélisation de la phase active, alors qu'une forme linéaire semble mieux convenir dans la phase passive (Azema *et al.*, 2006). Sur la figure 4(a) on trace le déplacement x de la

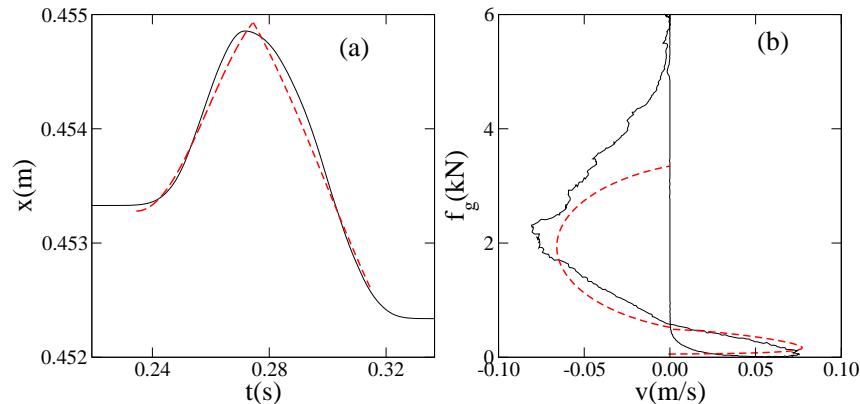


FIG. 4 – Déplacement x de la paroi en fonction du temps (a), force f_g exercée par les grains sur la paroi en fonction du déplacement x (b). En trait hachuré est représenté le modèle mathématique.

paroi en fonction du temps, et sur la figure 4(b) on trace l'évolution de la force de réaction f_g en fonction de la vitesse de la paroi. La solution analytique obtenue est très acceptable et en bon accord avec le comportement moyen du système. Il est à souligner qu'il est suffisant de caler une seule courbe (force déplacement) pour obtenir le comportement moyen également en vitesse (fig.4(b)). Ce modèle a été proposé pour une fréquence de 5 Hz, et bien évidemment il est adaptable quelle que soit la fréquence.

4 Mise à l'échelle

Des simulations similaires ont été réalisées pour différentes fréquences variant de 1 Hz à 60 Hz, ainsi que pour différentes forces maximales f_{max} . L'idée est de généraliser le modèle proposé plus haut, quelles que soient la fréquence et la force imposées. Nous portons maintenant notre attention sur la valeur Δx_{max} atteinte dans la phase active qui représente l'amplitude du déplacement lorsque f_g est supérieure à la force appliquée. On montre que l'on peut approximer Δx_{max} par ν^{-2} . De même, on montre que Δx_{max} varie comme l'inverse de l'amplitude de la force f_{max} .

Afin d'avoir une relation dimensionnellement correcte, la mise à l'échelle suivante est proposée (Azema *et al.*, 2006) :

$$\Delta x_{max} = C \left(\frac{m}{m + m_w} \right) \left(\frac{mg}{f_{max}} \right) \left(\frac{g}{\nu^2} \right), \quad (3)$$

avec C un nombre sans dimension. Cette équation comprend la mise à l'échelle exacte de Δx_{max} avec la fréquence ν , avec la force f_{max} ainsi qu'avec la masse des grains et de la paroi et la gravité g . Comme on peut le voir sur la figure 5, la mise à l'échelle est vérifiée. Il est possible de généraliser cette mise à l'échelle à n'importe quelle valeur du déplacement x et ainsi on obtient un modèle général de la force de réaction f_g et du déplacement.

5 Compaction

Dans cette partie, on s'intéresse à l'évolution de la compacité ρ du système. Pour cela on considère un volume fixe, fermé, à l'intérieur du système. On considérera la variation $\Delta\rho$ par

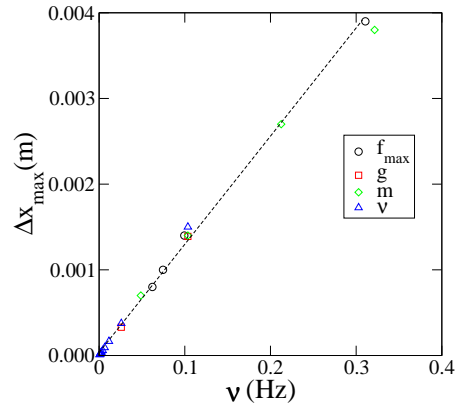


FIG. 5 – Mise à l'échelle du déplacement maximal Δx_{max} avec les paramètres d'entrée de chaque simulation avec différentes valeurs de la fréquence ν (triangle), de l'amplitude de la force f_{max} (cercles), de la gravité g (carré) et de masse m (losange).

rapport à l'état initial. Sur la figure 6(a) on trace l'évolution de la compacité en fonction du

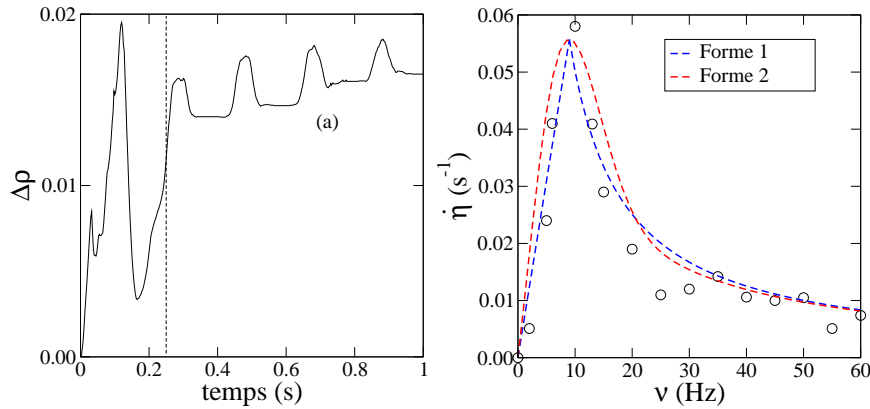


FIG. 6 – Variation $\Delta\rho$ de la compacité en fonction du temps t pour une fréquence de 5 Hz, à gauche, et taux de compaction $\dot{\eta}$ en fonction de la fréquence approchée par deux fonctions (voir texte), à droite.

temps pour une fréquence de 5 Hz. On observe une première phase de compaction - décompaction rapide (ρ_0) qui dure environ 0,25 s pour tous les essais. On définit le taux de compaction par cycle par :

$$\dot{\eta} \equiv \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta t}. \quad (4)$$

Sur la figure 6(b) on représente l'évolution de $\dot{\eta}$ en fonction de la fréquence ν . Pour les faibles fréquences $\dot{\eta}$ croît linéairement avec la fréquence ν . Pour des fréquences supérieures à une fréquence caractéristique ν_c , le taux de compaction $\dot{\eta}$ décroît. Le temps caractéristique $\tau_c \equiv \nu_c^{-1}$ doit être interprété comme le minimum de temps nécessaire pour laisser le système se relaxer. Ainsi, en imposant la continuité pour $\nu = \nu_c \simeq 10$ Hz on a :

$$\dot{\eta} = \begin{cases} \frac{\Delta\rho_{max}}{\rho_0} \nu & \nu < \nu_c, \\ \frac{\Delta\rho_{max}}{\rho_0} \nu_c^2 \nu^{-1} & \nu > \nu_c. \end{cases} \quad (5)$$

Cette forme (forme 1) est représentée sur la figure 6(b) avec les points expérimentaux. Il est remarquable que bien que ν_c soit le seul paramètre à ajuster, le taux de compaction $\dot{\eta}$ est assez

bien représenté par l'équation 5. La forme approchée suivante (forme 2) donne également une bonne approximation du taux de compaction en fonction de la fréquence, en une forme unique :

$$\dot{\eta} = \frac{\Delta\rho_{max}}{\rho_0} \frac{1 + e^{-\left(\frac{\nu}{\nu_c} - 1\right)^2}}{1 + \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^2} \nu. \quad (6)$$

6 Conclusions et perspectives

Dans cette partie, nous avons présenté un ensemble de simulations numériques, en trois dimensions, avec des corps polyédriques représentant des grains de ballast facétisés. L'objectif était de comprendre comment le matériau ballast réagit face à une sollicitation horizontale de vibration, en se rapprochant du mécanisme mis en place lors du bourrage. L'étude "générale" réalisée précédemment a permis de poser les bases de la compréhension du phénomène en trois dimensions. Il se dégage de cette étude que pour une fréquence de 9 ou 10 Hz le matériau ballast semble avoir une compaction optimale au vue de la sollicitation imposée. Cette fréquence est plus faible que les fréquences utilisées actuellement pour le procédé de bourrage : 35 - 45 Hz. Ces fréquences permettent peut-être de faciliter le procédé en imposant des réorganisations de grains autour des bourroirs plus importantes, mais au détriment de la compaction du ballast. L'étape suivante est de modéliser complètement le procédé de bourrage avec huit bourroirs et un blochet et de valider les tendances observées dans un cas simplifié.

Références

- Sano, O.2005, Dilatancy, buckling, and undulations on a vertically vibrating granular layer, *Phys. Rev. E* **72** 051307.
- Kudrolli, A. 2004, Size separation in vibrated granular matter. *Rep. Prog. Phys.* p. 67 :209 – 247.
- Oviedo, X. 2001, Etude du comportement du ballast par un modèle micromécanique. *PhD thesis, LCPC*.
- Dubois, F., Jean, M. 2003. Lmgc90 une plateforme de développement dédiée à la modélisation des problèmes d'interaction 2003 *Actes du sixième colloque national en calcul des structures - CSMA-AFM-LMS* -, volume 1, pages 111–118.
- Saussine, G. 2004, Contribution à la modélisation de granulats tridimensionnels : application au ballast. *PhD thesis, Université Montpellier II*.
- Radjai, F., Wolf, D.E., Jean M., Moreau, J.J 1998 Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Phys. Rev. Letter* **80** p61–64.
- Azéma, E., Radjai, F., Peyroux, R., Saussine, G. 2007 Force transmission in a packing of pentagonal particles *Phys. Rev. E* Submit.
- Azéma, E., Radjai, F., Peyroux, Dubois, F.R., Saussine, G. 2006 Vibrational dynamics of confined granular materials *Phys. Rev. E* **74** p031302.