

Comportement vibratoire des pièces tournantes à l'aide de données sous-échantillonnées

Cyrille Stéphane*, Marc Berthillier*, Joseph Lardiès* & Arnaud Talon**

* Institut FEMTO-ST
Département de Mécanique Appliquée
24 chemin de l'Épitaphe, 25000 BESANCON, FRANCE
cstephan@univ-fcomte.fr

** Turboméca
64511 BORDES CEDEX, FRANCE

Résumé :

Dans le cadre de la surveillance vibratoire des roues aubagées de turbines, l'analyse par mesure optique des temps de passage des aubes permet d'étudier les modes vibratoires d'une roue aubagée en fonctionnement. A partir d'un jeu de capteurs disposés sur le carter en regard de l'aubage, on peut en déduire l'amplitude vibratoire de chaque pale au passage devant le capteur. La principale difficulté d'un tel signal est qu'il est fortement sous-échantillonné et replié. On se propose dans cette étude d'appliquer des méthodes de la théorie de l'échantillonnage non-uniforme pour des structures à support fréquentiel multi-bande afin de diminuer les effets du repliement.

Abstract :

The technology named Tip-Timing enables to monitor the vibratory modes of bladed disks. A set of optical sensors is mounted on an engine casing in front of a disk and measures the times of arrival of every blade. These timings are then used to calculate the vibratory motions. Nevertheless, the obtained signals are undersampled and aliased. In this study, we will apply a spectral estimation which is designed to process this kind of data.

Mots-clefs :

Surveillance vibratoire ; Tip-timing ; Sous-échantillonnage

1 Introduction

La technique de mesure du niveau vibratoire de roues aubagées appelée tip-timing est développée depuis 1967. Elle consiste à placer des capteurs autour d'un rotor, en face des aubes, afin de mesurer leurs temps de passages. A partir des temps de passage des aubes et de la vitesse de rotation, il est possible d'en déduire le déplacement vibratoire de chaque aube.

Chaque capteur collecte une information par tour et par aube, ce qui est faible par rapport à la largeur de bande d'une roue aubagée. Même en multipliant le nombre de capteurs, il est difficile voire impossible d'atteindre la fréquence minimale d'échantillonnage requise par le théorème de Nyquist. Le repliement spectral est alors nécessairement utilisé pour l'exploitation des mesures. De part leurs natures, l'analyse des données tip-timing ne peut pas être effectuée par des outils de résolution classique. Plusieurs approches ont été développées pour identifier les caractéristiques des aubes et des excitations. Les plus abouties permettent de surveiller quelques modes (Garrido *et al.* (2004), Schlagwein *et al.* (2006), Zielinski *et al.* (2000)), mais sont souvent basées sur des modèles mécaniques restreignants.

Le but de cette communication est de présenter une méthode permettant de résoudre le problème du sous-échantillonnage sans information a priori sur les réponses des aubages. Dans

cette optique, un simulateur de roue aubagée a été réalisé. Il permet de générer des signaux temporels des vibrations en bout d'aube à partir de paramètres connus. Puis ces signaux sont sous-échantillonnés afin de les rendre représentatifs de ceux obtenus par la technologie tip-timing. La méthode d'analyse spectrale que nous proposons sera alors présentée et nous évaluerons ses performances sur des effets de repliement.

2 Le simulateur

La première fonction du simulateur est de calculer les instants de passage d'aubes devant des capteurs répartis sur le carter moteur autour du rotor. De plus, il se doit de représenter les comportements mécaniques spécifiques aux roues aubagées. Il sert de référence pour l'évaluation des méthodes de traitement des données.

2.1 Le modèle cyclique

La symétrie cyclique d'une roue aubagée permet de discrétiser celle-ci en secteurs répétitifs. Chaque secteur est constitué d'une aube et de la portion de disque qui lui correspond. Dans notre cas, une aube est modélisée par deux degrés de liberté, ce qui lui permet d'avoir un mode de flexion et un mode de torsion (voir la figure 1). La portion de disque est modélisée par un degré de liberté. Les amortisseurs ne sont pas représentés sur la figure par souci de simplification. Le vecteur déplacement de l'ensemble des aubages s'écrit $x(t) = [x_1(t) \dots x_N(t)]^T$ avec N le

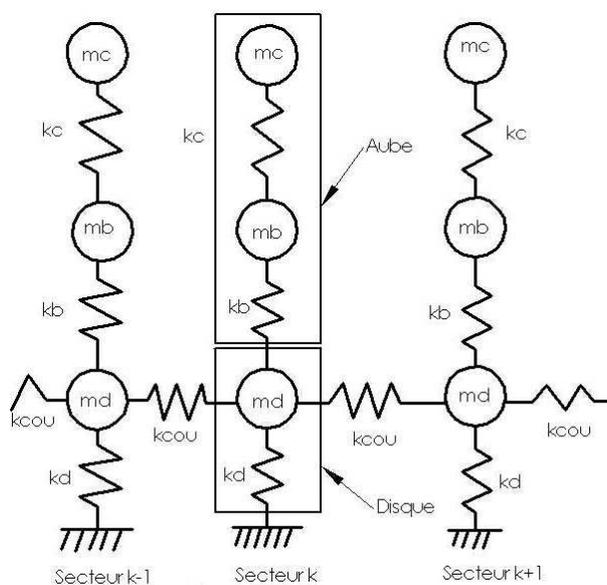


FIG. 1 – Modèle d'un secteur

nombre de secteurs et $x_i(t)$ le vecteur déplacement de l'aubage i .

La méthode de Lagrange permet d'obtenir les équations matricielles suivantes

$$M\ddot{x}(t) + (C + C_{aero}(\Omega, x))\dot{x}(t) + K(\Omega)x(t) = F(t) \quad (1)$$

avec M : matrice de masse, C : matrice d'amortissement, C_{aero} : matrice d'aéroélasticité, K : matrice de raideur, $F(t)$: force excitatrice et Ω : pulsation de rotation. Les équations obtenues sont résolues afin d'obtenir les réponses temporelles de tous les secteurs.

Lors de l'usinage d'une roue aubagée, des erreurs de fabrication sont inévitables. La symétrie de la roue n'est donc pas parfaite. Ce phénomène s'appelle le désaccordage. Les fréquences

propres des aubes et les amplitudes vibratoires diffèrent toutes sensiblement. Des variations sont introduites sur les raideurs k_b et k_c pour modéliser ce désaccordage.

Le couplage fluide-structure est représenté par une matrice d'aéroélasticité proportionnelle à la vitesse. Les couplages en masse et en raideur ont été négligés. Dans certains cas, le système devient instable : c'est le phénomène de flottement. Certains amortissements de modes peuvent devenir négatifs. L'onde vibratoire croît alors exponentiellement.

En pratique, l'instabilité exponentielle est rarement observée à cause de phénomènes non linéaires que l'on a modélisé ici par des coefficients de couplage aéroélastique dépendant de l'amplitude :

$$caero_i = atan\left(100 \frac{y - y_{max}}{y_{max}}\right) caero_{val} \frac{2}{\pi} \quad (2)$$

avec y l'amplitude en bout de d'aube, y_{max} une amplitude maximale en bout de d'aube que l'on se fixe et $caero_{val}$ une valeur de coefficient qui permet d'avoir du flottement. En début de simulation, le coefficient $caero_i$ est négatif. Il y a alors du flottement. Lorsque le déplacement en bout de d'aube devient trop important, la fonction arctangente permet un brusque changement de signe, ce qui permet au système de redevenir stable.

2.2 Le modèle d'excitation

Le flux passe par un nombre d'obstacles N_{ob} en amont, ce qui va lui donner une forme spatiale en sillages. Vu par l'aube en rotation, cette hétérogénéité se traduit par une excitation harmonique

$$F(t) = \sum_{k=1}^{n+1} A_k \cos(2\pi k N_{ob} Fr * t) + B_k \sin(2\pi k N_{ob} Fr * t) \quad (3)$$

avec n le nombre d'harmoniques et Fr la fréquence de rotation. Dans notre cas, les B_k seront nuls.

Les sillages sont représentés par des ondes propagatives dans le référentiel tournant de la roue aubagée. Dans le simulateur, la fondamentale et les deux premiers harmoniques de la force sont retenus.

3 Méthode d'analyse spectrale

A partir des temps de passage des aubes devant les capteurs, il est possible de calculer les déplacements vibratoires des aubes au cours du temps. Malheureusement, les signaux obtenus sont fortement sous-échantillonnés. Une technique permettant de passer outre cet inconvénient a été décrite par Greitans (2001).

Cette méthode est basée sur l'échantillonnage non uniforme, le filtrage par minimum de la variance et un algorithme itératif de la matrice d'autocorrélation. L'idée de base est de minimiser la variance du signal de sortie d'un filtre à bande étroite. La réponse fréquentielle de ce filtre s'adapte aux composantes spectrales du signal d'entrée pour chaque fréquence étudiée. La variance du processus de sortie est déterminée par

$$\rho = a^H R a, \quad (4)$$

a étant le vecteur des coefficients du filtre, le symbole H symbolisant le transposé conjugué et R la matrice d'autocorrélation du signal. Les coefficients doivent vérifier que sur chaque

fréquence f_0 le gain du filtre doit être unitaire, soit

$$e^H(f_0)a = 1 \quad (5)$$

avec $e_i(f_0) = e^{j2\pi f_0 t_i}$. Cette condition montre qu'une sinusoïde à la fréquence f_0 traverse le filtre sans distorsion. Les coefficients du filtre sont obtenus par (Marple (1987)) :

$$a(f_0) = \frac{R^{-1}e(f_0)}{e^H(f_0)R^{-1}e(f_0)}. \quad (6)$$

La sortie s du filtre est alors $s(f_0) = xa(f_0)$, x étant le signal. Elle peut être alors interprétée comme étant la composante spectrale complexe de x . On peut alors calculer la densité spectrale de puissance par $p(f_0) = s(f_0)s^*(f_0)$, l'étoile * désignant le complexe conjugué.

Conformément à l'équation 6, les coefficients du filtre dépendent de la matrice d'autocorrélation du signal. Il nous faut alors estimer cette matrice. Pour y parvenir, l'approche traditionnelle est basée sur des moyennes de produits mutuels des échantillons. Dans le cas général où les capteurs ne sont pas équirépartis autour du rotor, les intervalles de temps d'échantillonnage ne sont pas réguliers, ce qui rend cette approche inapplicable.

Greitans propose de se baser sur le théorème de Wiener-Khintchin qui lie les fonctions d'autocorrélation et de densité spectrale de puissance d'un signal

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} P(f)e^{j2\pi f\tau} df. \quad (7)$$

Le moyen le plus simple pour obtenir une première approximation de la densité spectrale de puissance $P(f)$ à partir des échantillons non-uniformes est d'utiliser une transformée de Fourier discrète irrégulière :

$$P(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{k=1}^N x_k e^{-j2\pi f t_k} \right|^2, \quad (8)$$

N étant le nombre d'échantillons considéré.

Les valeurs de la matrice d'autocorrélation obtenue alors sont faussées par des artefacts. Un algorithme itératif permet d'améliorer les résultats obtenus (Greitans (2001)).

Cette méthode d'analyse spectrale atténue en grande partie les artefacts dûs aux repliements. Toutefois, les modes faiblement excités peuvent avoir des niveaux vibratoires qui apparaîtront de même amplitude que ceux des artefacts, ce qui peut limiter les capacités de la méthode.

4 Validation

4.1 Cas test

La structure considérée est une roue aubagée à 25 aubes désaccordée. 100 rotations de la structure ont été simulées, pour une fréquence de rotation de 332 Hz, soit une durée de 0.3 s. La force d'excitation principale est un ordre moteur 3, auquel il faut rajouter ses deux harmoniques 6 et 9. Ces excitations sont des multiples de la fréquence de rotation. Les fréquences correspondantes sont donc 996 Hz, 1992 Hz et 2988 Hz.

Les coefficients d'aéroélasticité sont choisis afin d'observer du flottement sur la famille de modes de flexion autour de 1390 Hz. La figure 2 montre la réponse théorique obtenue pour une aube et le spectre obtenu par périodogramme. La fréquence d'échantillonnage simulée est de 9000 Hz. La résolution fréquentielle est de 3,33 Hz.

On peut aussi observer la réponse faible vers 3600 Hz de la famille de modes de torsion.

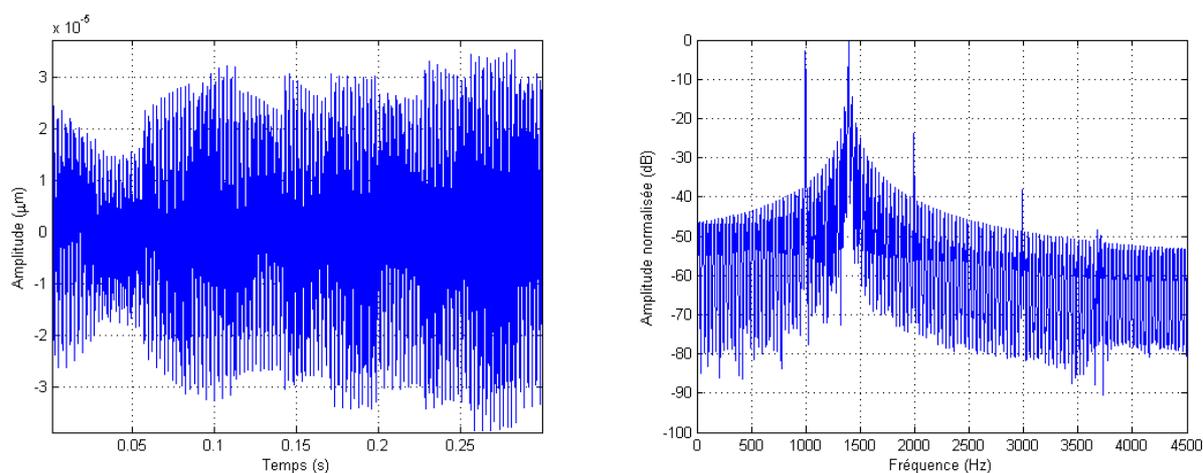


FIG. 2 – Réponse temporelle et spectre théorique d'une aube

4.2 Analyse des données tip-timing

A partir des mesures des temps de passage des aubes devant les capteurs et des temps de passage théoriques, il est possible de calculer les écarts temporels dûs aux vibrations des aubes. Le déplacement vibratoire d'une aube au tour k sera alors donné par $x_k = 2\pi R F_r \Delta t_k$, Δt_k étant l'écart temporel, R le rayon du rotor et F_r la fréquence de rotation.

Pour simuler l'échantillonnage propre à cette technologie, sept capteurs sont répartis au hasard autour du rotor, sans à priori sur l'ordre moteur escompté. Chaque capteur a donc une fréquence d'échantillonnage égale à la fréquence de rotation du rotor, soit 332 Hz.

Une transformée de Fourier discrète est opérée sur le signal afin d'avoir une première approximation du spectre (figure 3 à gauche).

La présence importante de pics de résonance ne nous permet pas de conclure, certains étant représentatifs de la réalité, et d'autres étant des repliements spectraux aux amplitudes non négligeables.

Le spectre obtenu par minimisation de la variance sur les données sous-échantillonnées est indiqué sur la figure 3 à droite. La résolution fréquentielle est donnée par $Res = F_r / N_{tours}$,

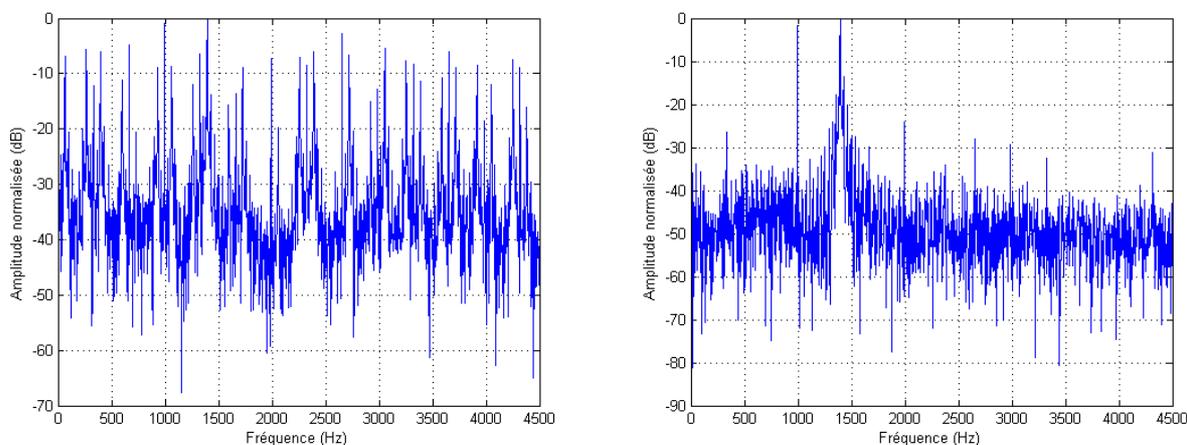


FIG. 3 – Spectres obtenus par transformée de Fourier discrète irrégulière et par minimisation de la variance

avec F_r la fréquence de rotation et N_{tours} le nombre de tours. Ici $Res = 3,32Hz$.

On peut observer que la fréquence principale d'excitation due à l'ordre moteur 3 à 996 Hz et la première famille de modes à 1394 Hz sont identifiables. La famille de modes de torsion vers 3600 Hz et les deux harmoniques de l'excitation à 1992 et 2988 Hz sont quant à eux d'amplitudes faibles et sont difficilement différenciables des artefacts restants.

Il n'est pas possible pour l'instant de comparer les amplitudes obtenues par cette technique avec les amplitudes théoriques du périodogramme (figure 2) car les deux spectres sont basés sur des théories de traitement différentes, qui ont chacune leurs propres biais et qui n'ont pas les mêmes résolutions fréquentielles. Toutefois, les lieux fréquentiels des deux maximums de chaque spectre sont proches de 0.06 %, ce qui permet d'identifier l'excitation principale et la famille de modes de flexion à partir des données sous-échantillonnées.

5 Conclusions

Un simulateur de données tip-timing a été présenté. Il permet de prendre en compte des phénomènes propres à la physique des roues aubagées, telles que les excitations par des sillages ou le flottement. Une méthode de traitement de ces données a été implémentée et les résultats explicités. Elle a permis de déterminer la fréquence d'excitation à 996 Hz et la famille de modes de flexion à 1394 Hz à partir de données sous-échantillonnées. Par contre, il n'est pas possible de conclure quant aux harmoniques de l'excitation et à la famille de modes de torsion. L'originalité de cette méthode est qu'elle ne fait d'hypothèses ni sur le comportement vibratoire de la structure (désaccordage) ni sur la nature des excitations (synchrones et asynchrones).

La suite de ce travail portera sur l'optimisation de la méthode proposée afin de surveiller des modes à niveau vibratoire faible. D'autres phénomènes pourront être modélisés (recouvrement de modes, frottement en bout d'aube, excitations particulières). De plus, on s'intéressera à la possibilité de reconstruction du signal, afin de pouvoir utiliser des techniques propres à l'analyse modale.

Références

- Schlagwein, G., Schaber, U. 2006 Non-contact blade vibration measurement analysis using a multi-degree-of-freedom model *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A : Journal of Power and Energy* **220** p.611-618
- Garrido, J. G., Dimitriadis, G. 2004 Multiple frequency analysis methods for blade tip-timing data analysis *7th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis* Manchester, United Kingdom
- Zielinski, M., Ziller, G. 2000 Noncontact vibration measurements on compressor rotor blades *Measurement Science and Technology* **11** p.847-856
- Greitans, M. 2001 Multiband signal processing by using nonuniform sampling and iterative updating of autocorrelation matrix *Proceedings of the 2001 International Conference on Sampling Theory and Application* pp. 85-89, Orlando, Florida, USA
- Marple, S.M. Jr. 1987 Digital spectral analysis with applications *Prentice-Hall*