

Modélisation de la superélasticité des alliages à mémoire de forme sous chargement cyclique

Luc Saint-Sulpice^a, Shabnam Arbab Chirani^b & Sylvain Calloch^a

^aENSIETA

MSN, Pôle de Mécanique Brestois
2, rue François Verny, 29806 Brest Cedex 9, France

^bENIB

LRM, Pôle de Mécanique Brestois
Technopole Brest-Iroise, 29280 Plouzané, France
saint-lu@ensieta.fr

Résumé :

Cette étude concerne la superélasticité des Alliages à Mémoire de Forme (AMF) sous chargement cyclique. Une attention toute particulière a été portée sur l'évolution de la déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles (similaire à de l'effet rochet en plasticité cyclique des métaux classiques). Pour étudier le comportement cyclique et identifier l'origine de l'apparition de la déformation résiduelle, un essai de traction uniaxiale sur un alliage à base de cuivre a été réalisé. Un modèle macroscopique décrivant le comportement cyclique des AMF superélastiques est proposé. Les particularités de ce modèle sont d'un côté la définition d'un domaine d'élasticité particulier lorsque le matériau est dans un état biphasé, et de l'autre, la description d'une cinétique ad hoc de déformation de transformation prenant en compte l'évolution de la déformation résiduelle. Le modèle proposé a été identifié à partir de l'essai réalisé et utilisé pour simuler un chargement multiaxial cyclique.

Abstract :

This study concerns the superelasticity of Shape Memory Alloys (SMA) under cyclic loading. A particular attention is paid to the evolution of residual strain with number of cycles (like ratcheting in cyclic plasticity of classical metals). To study the phenomenology of the cyclic behavior and to identify the origin of the developed residual strain a cyclic uniaxial tensile test on copper based alloy wire has been realized. A macroscopic model describing the cyclic behavior of superelastic SMA has been proposed. The originalities of the model are, on the one hand, the definition of a particular elasticity domain when the material is in a two phased state and, on the other hand, an ad hoc kinetic of transformation strain taking into account a residual strain evolution. The proposed model has been identified using our experimental result and has been used to simulate a cyclic multiaxial loading.

Mots-clefs :

déformation résiduelle ; modèle macroscopique 3D ; chargement nonproportionnel

1 Introduction

Le comportement spécifique des Alliages à Mémoire de Forme (AMF) est dû à une transformation de phase solide-solide appelée transformation martensitique : comme pour les aciers, les phases hautes et basses températures sont respectivement appelées austénite et martensite. La transformation activable par la contrainte ou la température, consiste principalement à du cisaillement se traduisant par une forte déformation, sans changement de volume et réversible.

De plus en plus d'applications utilisant les propriétés superélastiques des alliages à mémoire de forme fonctionnent sous chargement cyclique et sont donc sujettes à des phénomènes de fatigue. Cela peut s'accompagner d'une déformation résiduelle similaire à l'effet rochet en plasticité cyclique (Tobushi *et al.* (1995) et Gall *et al.* (2002)). Cet effet rochet a largement été

étudié durant les vingt dernières années (Ohno (1997) et Vincent *et al.* (2004)), mais rarement sur la superélasticité des AMF. Il est donc important de développer un modèle pour ces alliages prenant en compte l'effet rochet, pour assurer la fiabilité des structures en AMF.

Le premier but de ce travail est d'effectuer un essai de traction cyclique pour déterminer l'origine de la déformation résiduelle et identifier les paramètres du modèle développé. Au cours de l'essai, en plus de la réponse contrainte-déformation du matériau, la fraction volumique de martensite a été évaluée par la mesure de variation de la résistivité. Ces mesures ont permis de vérifier la relation entre la déformation de transformation et la fraction volumique de martensite (Calloch *et al.* (2006)). Le second but est de proposer un modèle macroscopique prenant en compte les particularités de la superélasticité des AMF sous chargement cyclique. Cela inclus l'effet points mémoires, la dissymétrie traction-compression et la déformation résiduelle.

Ce papier est composé de deux parties. La première expose les résultats expérimentaux pour un essai sur un fil en CuAlBe. Dans la seconde, les équations constitutives du modèle sont expliquées, et une fois les paramètres identifiés, un trajet de chargement complexe est simulé.

2 Comportement d'un AMF superélastique sous chargement de traction cyclique

Le matériau étudié est un AMF polycristallin en CuAlBe (Cu : 87%at, Al : 11%at, Be : 2%at) fournis par Nimesis (France). Le matériau se présente sous forme de fil de diamètre 1,4 mm. Il a subi un traitement thermique à 650°C pendant vingt minutes suivi d'un revenu dans l'eau bouillante pendant une heure. Après le traitement thermique, les températures caractéristiques déterminées par la mesure de la résistivité sont $M_{s0} = -22,5^\circ\text{C}$, $M_{f0} = -35,5^\circ\text{C}$, $A_{s0} = -24^\circ\text{C}$ et $A_{f0} = -10,5^\circ\text{C}$. L'alliage est donc purement austénitique à température ambiante.

Un essai de traction cyclique à déformation maximale imposée, a été réalisé (figure 1a). On observe qu'une déformation résiduelle se développe au cours des cycles jusqu'à saturation (figure 1b). Après cyclage, l'éprouvette a été chauffée à 200°C et la déformation résiduelle a disparue. Nous pouvons donc affirmer que cette déformation provient de la martensite résiduelle qui peut être éliminée par chauffage.

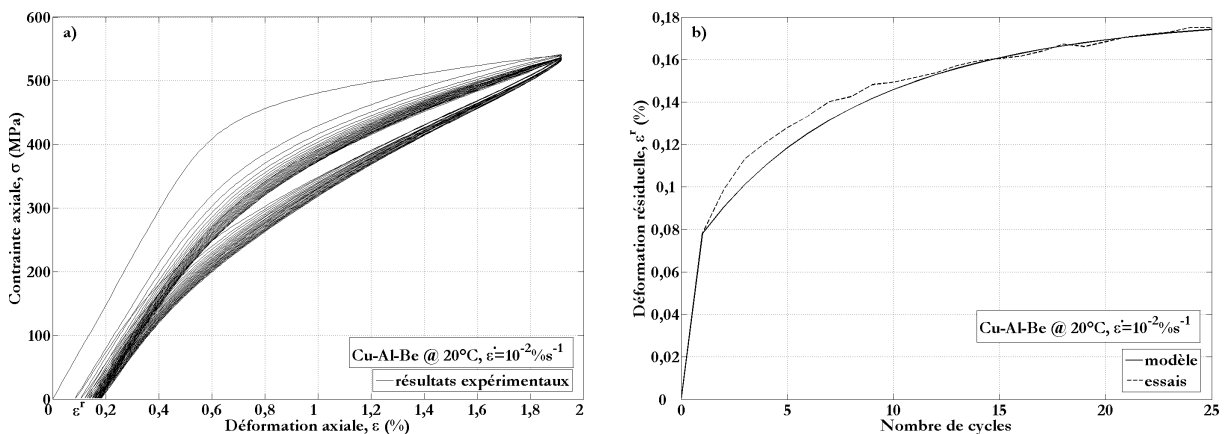


FIG. 1 – a) Essais de traction cyclique à déformation maximale imposée, et b) déformation résiduelle en fonction du nombre de cycles.

Lors d'un essai de cyclage l'évolution de la fraction volumique a été déterminée par la mesure de la résistivité. Cette méthode dans le cas des AMF superélastiques a été développée par Calloch *et al.* (2006) récemment, elle permet de vérifier qu'il existe une relation linéaire entre la fraction volumique de martensite, z , et la déformation de transformation, ϵ^{tr} .

3 Modèle macroscopique 3D pour la superélasticité cyclique des AMF

Le modèle proposé se base sur celui récemment développé par Bouvet *et al.* (2004) qui permet de simuler la superélasticité des AMF sous chargement multiaxial nonproportionnel. L'originalité de ce modèle concerne la description du domaine élastique par deux surfaces "seuils" de transformation directe et inverse, notées f_1 et f_2 respectivement (figure 2). En plus des autres particularités du comportement, la définition de ces deux surfaces seuils permet de décrire la réorientation de la martensite observée lors de chargements nonproportionnels. Dans ce papier, des modifications sont proposées pour prendre en compte l'évolution de la déformation résiduelle due à la martensite résiduelle sous chargement cyclique. En particulier, le concept de transformation cumulée, tr , a été introduit (équation 11).

3.1 Partition de la déformation

En plus des variables observables classiques, telles que la déformation totale, ε , et la température, T , le tenseur de déformation de transformation, ε^{tr} , a été utilisé comme variable interne. Il est défini par la partition de la déformation :

$$\varepsilon^{tr} = \varepsilon - \varepsilon^e = \varepsilon - \mathbb{E}^{-1}\varpi \quad (1)$$

Où ε^e est la déformation élastique et \mathbb{E}^{-1} le tenseur de Hooke du quatrième ordre. Pour simplifier le problème, les comportements élastiques des phases martensitique et austénitique sont considérés comme identiques. La fraction volumique, z , est définie en fonction de γ un paramètre matériau correspondant à la déformation de transformation maximale (Calloch *et al.* (2006)) et de la déformation de transformation équivalente, ε_{eq}^{tr} (Bouvet *et al.* (2004)) :

$$z = \frac{\varepsilon_{eq}^{tr}}{\gamma} \quad \varepsilon_{eq}^{tr} = \frac{\bar{\varepsilon} g(-y_\varepsilon)}{g(-1)} \quad (2)$$

$$g(y) = \cos\left(\frac{\arccos(1 - a(1 - y))}{3}\right) \quad (3)$$

avec $y_\varepsilon = 4 \frac{\det(\varepsilon^{tr})}{\bar{\varepsilon}^3}$ le troisième invariant du tenseur des déformations, $\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon : \varepsilon}$ la déformation équivalente de von Mises, et a un paramètre matériau caractérisant la dissymétrie traction-compression.

3.2 Description des deux surfaces de transformation

Deux surfaces seuils sont définies. La première, f_1 , pilote la transformation directe, tandis que la seconde, f_2 , pilote la transformation inverse. L'intersection des deux surfaces définit le domaine élastique du matériau biphasé (figure 2, zone grisée). La forme de la surface seuil de transformation directe est donnée par :

$$f_1 = \bar{\sigma} - \frac{R(z) + \sigma_0}{g(y_\sigma)} \leq 0 \quad (4)$$

où $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathfrak{s}}$: \mathfrak{s} est la contrainte équivalente de von Mises avec \mathfrak{s} le déviateur des contraintes, $g(y)$ est donné par l'équation 3, $y_\sigma = \frac{27 \det(\mathfrak{s})}{2 \bar{\sigma}^3}$ est le troisième invariant du tenseur des contraintes, $R(z)$ caractérise la taille de la surface seuil (fonction de la fraction volumique de martensite, z), et σ_0 , la limite de début de transformation en traction uniaxiale.

La forme de la fonction seuil de transformation inverse est la même que celle de f_1 :

$$f_2 = \bar{\sigma}' - \frac{R(z) + \sigma_0}{g(y_{\sigma'})} \leq 0 \quad (5)$$

Mais avec $\varpi' = \varpi - \mathbb{X}$ et \mathbb{X} qui détermine le centre de f_2 .

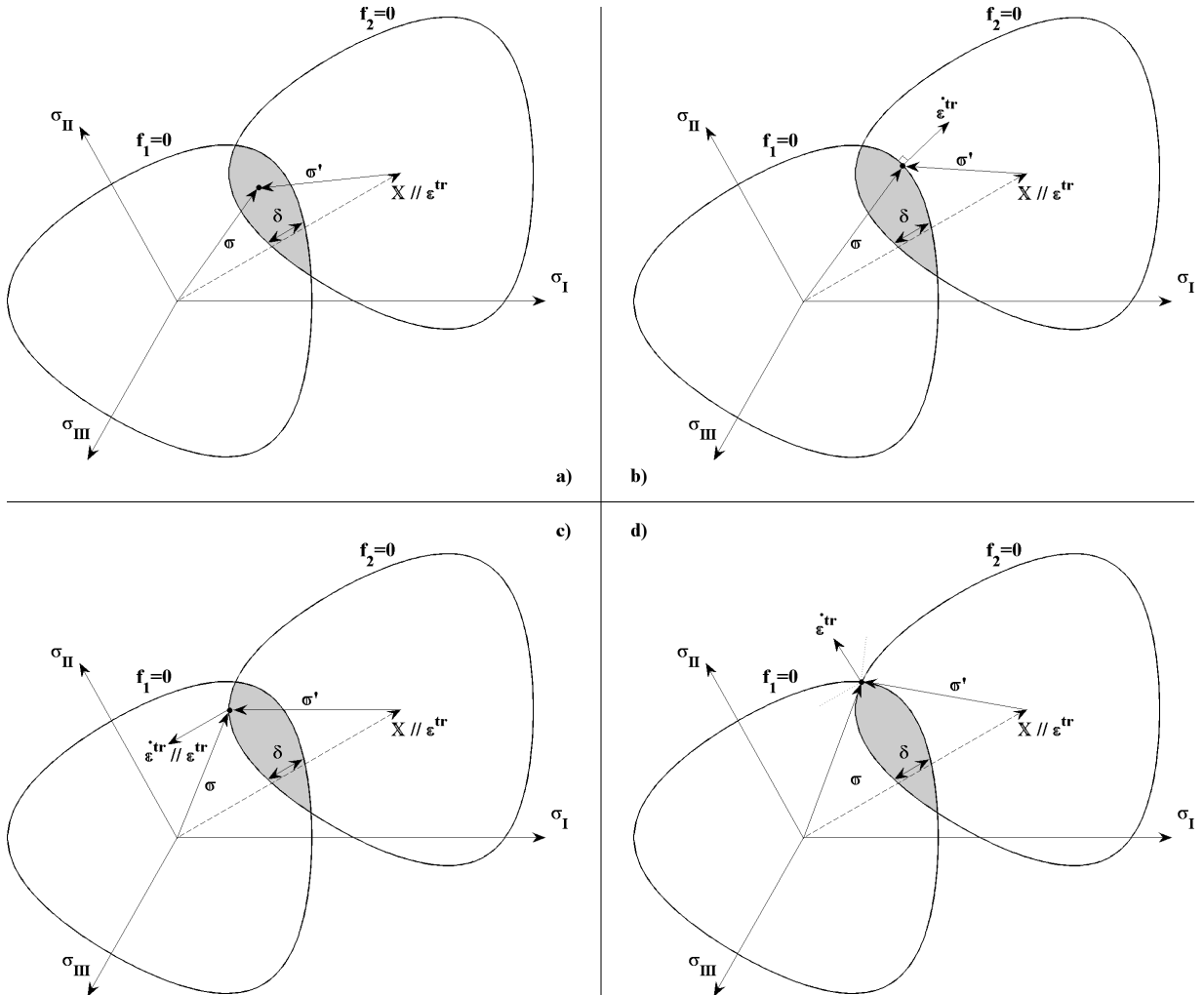


FIG. 2 – Surfaces seuils de transformation directe, f_1 , et inverse, f_2 , dans le cas de a) l'élasticité d'un AMF biphasé, b) la transformation directe, c) la transformation inverse, et d) la réorientation de la martensite sous chargement nonproportionnel.

3.3 Évolution de la déformation de transformation

Les lois "d'écoulement" pour la déformation de transformation, ε^{tr} , sont données par l'équation 6. Pour la transformation directe, la règle de normalité est respectée. Par contre lors de la transformation inverse pure, un cadre non-associé est adopté : la direction de transformation inverse est parallèle à la déformation de transformation et non normale à la surface seuil de transformation inverse.

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}^{tr} = \dot{\lambda}_1 \frac{\partial f_1}{\partial \varpi} = \frac{\gamma \dot{z}}{\mathbb{K}_{\varepsilon} : \mathbb{K}_{\sigma}} \mathbb{K}_{\sigma} & \text{en transformation directe } (\dot{z} > 0) \\ \dot{\varepsilon}^{tr} = \dot{\lambda}_2 \frac{\varepsilon^{tr}}{\varepsilon^{tr}} = \gamma \dot{z} \frac{g(-1)}{g(-y_{\varepsilon})} \frac{\varepsilon^{tr}}{\varepsilon^{tr}} & \text{en transformation inverse } (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (6)$$

3.4 Évolution des surfaces seuils

La forme, la position et la taille des surfaces seuils sont définies par \mathbb{X} , $R(z)$ et $\delta(z)$. L'effet points mémoires est respecté en définissant de manière similaire à Bouvet *et al.* (2004), des variables R_{min} , R_{max} , δ_{min} et δ_{max} pour chaque boucle de chargement. Elles dépendent de z_{min} et z_{max} qui correspondent aux fractions volumiques de martensite des points mémoires hauts et bas de chaque boucle. Le tenseur \mathbb{X} qui détermine le centre de f_2 , parallèle à la déformation de transformation, ε^{tr} , s'écrit :

$$\mathbb{X} = \left((R + \sigma_0) \left(\frac{1}{g(y_\varepsilon)} + \frac{1}{g(-y_\varepsilon)} \right) - \delta(z) \right) \frac{\varepsilon^{tr}}{\sqrt{\frac{3}{2} \varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr}}} \quad (7)$$

avec la distance entre les deux surfaces seuils, $\delta(z)$ (figure 2), qui varie entre δ_{min} et δ_{max} :

$$\delta(z) = \delta_{min} + \left(p^{1 - \frac{z - z_{min}}{z_{max} - z_{min}}} - p \right) (\delta_{max} - \delta_{min}) \quad (8)$$

et la variable $R(z)$ qui varie entre deux valeurs dépendant de R_{min} , R_{max} , δ_{min} , δ_{max} et $\delta(z)$:

$$\begin{cases} R(z) = R_{min} + g_1 \left(\frac{z - z_{min}}{z_{max} - z_{min}} \right) (R_{max} - R_{min}) & (\dot{z} > 0) \\ R(z) = R_{min} - \delta_{min} + \delta_{max} \\ \quad + g_2 \left(\frac{z - z_{min}}{z_{max} - z_{min}} \right) ((R_{max} - \delta_{max}) - (R_{min} - \delta_{min} + \delta_{max})) + \delta(z) & (\dot{z} < 0) \end{cases} \quad (9)$$

avec les fonctions de formes, g_1 et g_2 , suivantes :

$$g_1(z) = \frac{\ln(1 + (n_1 - 1)z)}{\ln(n_1)} \quad g_2(z) = z \left(1 + n_2 (1 - z)^2 \right) \quad (10)$$

Pour prendre en compte l'effet du cyclage, le point mémoire bas évolue en fonction de la transformation cumulée, tr :

$$R_{min} = -\Delta R_m \left(1 - e^{-b(tr + tr_0)} \right) \quad tr = \int \frac{|d\varepsilon_{eq}^{tr}|}{\gamma} \quad (11)$$

3.5 Identification des paramètres matériau

Les paramètres matériau (tableau 1) ont été identifiés à partir de l'essai de traction uniaxial. L'essai cyclique (figure 1) a été simulé en utilisant le modèle développé dans la partie 3. Les résultats de la simulation montrent que la courbe contrainte-déformation (figure 3a) et l'évolution de la déformation résiduelle (figure 1b) sont bien reproduites.

3.6 Simulation de chargement multiaxial nonproportionnel cyclique

La figure 3b montre la simulation d'un chargement multiaxial nonproportionnel cyclique par le modèle. Le trajet est un carré dans le plan $(\sigma_1; \sigma_2)$. Les résultats sont similaires aux expériences réalisées par Bouvet *et al.* (2004) (pour le premier cycle). Des résultats expérimentaux de chargements nonproportionnels cycliques permettraient de valider les résultats numériques.

4 Conclusion

Un modèle a été proposé pour décrire le comportement superélastique des AMF sous chargement cyclique. Il se base sur un domaine élastique défini par l'intersection de deux surfaces seuils identiques. Le modèle prend en compte la superélasticité, la dissymétrie traction-compression, l'effet points mémoires et l'effet rochet sous chargement nonproportionnel cyclique.

E	γ	σ_0	ΔR_m	δ_0	b	tr_0	a	p	n_1	n_2
75 GPa	5,85 %	360 MPa	3,4MPa	5 MPa	0,3	3,75	0,7	10^{-5}	81,2	2

TAB. 1 – Paramètres matériau pour un AMF en CuAlBe à température ambiante.

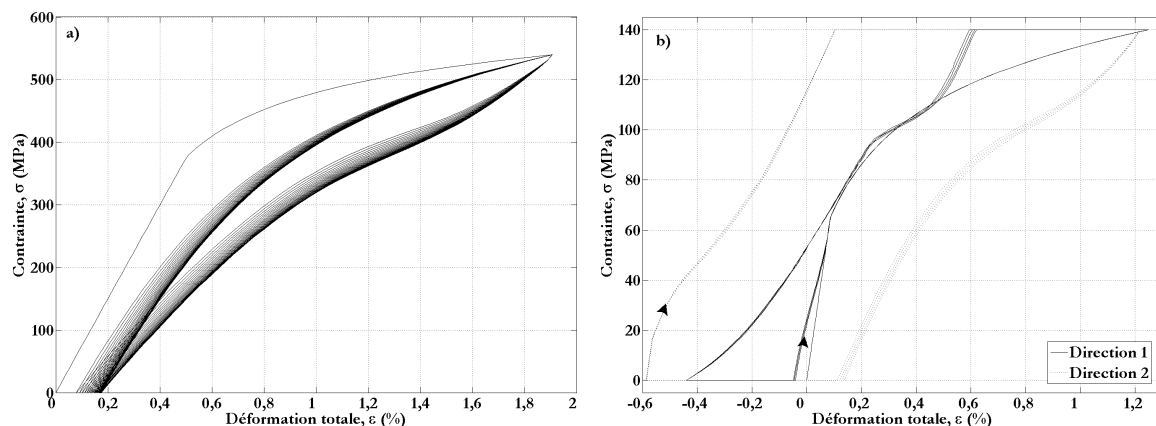


FIG. 3 – Simulation a) de l'essais de traction cyclique, et b) d'un chargement nonproportionnel cyclique.

Il sera nécessaire de réaliser des essais multiaxiaux cycliques pour valider l'évolution de la déformation résiduelle sur les alliages CuAlBe ainsi que les alliage NiTi. Ceci permettra de généraliser le modèle pour la description du comportement cyclique des alliages superélastiques sous chargement complexe.

Références

- Aurichio, F., Reali, A., Stefanelli, U. 2007 A three dimensional model describing stress-induced solid phase transformation with permanent inelasticity. *Int. J. of Plasticity* **23** 207-226
- Bouvet, C., Calloch, S., LExcellent, C. 2004 A phenomenological model for pseudoelasticity of shape memory alloys under multiaxial proportional and nonproportional loadings. *Eur. J. of Mechanics A/Solids* **23** 37-61
- Calloch, S., Taillard, K., Arbab Chirani, S., LExcellent, C., Patoor, E. 2006 Relation between the martensite volume fraction and the equivalent transformation strain in shape memory alloys. *Materials Science & Engineering A* 438-440
- Gall, K., Maier, H.J. 2002 Cyclic deformation mechanisms in precipitated NiTi shape memory alloys. *Acta Materialia* **50** 4643-4657
- Montecinos, S., Moroni, M.O., Sepulveda, A. 2006 Superelastic behavior and damping capacity of CuAlBe alloys. *Materials Science & Engineering A* **419** 91-97
- Ohno, N. 1997 Recent progress in constitutive modeling for ratcheting. *Materials Science Research Int.* **3(1)** 1-9
- Tobushi, H., Lin, P.H., Hattori, T., Mikata, M. 1995 Cyclic deformation of NiTi shape memory alloy. *JSME Int. J.* **38(1)** 59-67
- Vincent, L., Calloch, S., Marquis, D. 2004 A general cyclic plasticity model taking into account yield surface distortion for multi-axial ratcheting. *Int. J. of Plasticity* **20** 1817-1850